



Métamatériaux acoustiques actifs

Rémi Marchal

► To cite this version:

Rémi Marchal. Métamatériaux acoustiques actifs. Acoustique [physics.class-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2014. Français. NNT : 2014PA066647 . tel-01151869

HAL Id: tel-01151869

<https://theses.hal.science/tel-01151869>

Submitted on 13 May 2015

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE - PARIS 6
Ecole Doctorale des Sciences Mécaniques, Acoustique, Electronique et Robotique de Paris
THÈSE PRÉPARÉE À L'INSTITUT DES NANOSCIENCES DE PARIS

Thèse
présentée pour l'obtention du titre de
Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie
par
Rémi MARCHAL

Métamatériaux Acoustiques Actifs

Soutenance publique le 9 décembre 2014 devant le jury :

Rapporteurs :

M. Vincent LAUDE, Directeur de Recherche au CNRS, FEMTO-ST, Besançon.

M. Bahram DJAFARI-ROUHANI, Professeur à l'Université Lille 1, Villeneuve d'Ascq.

Examineurs :

M^{me} Olga BOYKO-KAZYMYRENKO, Maître de conférences, Institut des NanoSciences de Paris - Université Pierre et Marie Curie, Paris.

M. Djimédo KONDO, Professeur à l'Université Pierre et Marie Curie, Directeur de l'école doctorale des Sciences mécaniques, acoustique, électronique et Robotique de Paris.

M. Dominique FATTACCIOLI, Expert acoustique sous-marine pour la Direction Générale de l'Armement.

Directeur de thèse :

M. Bernard BONELLO, Directeur de Recherche au CNRS, Institut des NanoSciences de Paris - Université Pierre et Marie Curie, Paris.

Institut des NanoSciences de Paris, 4 place Jussieu, B.P. 840 75252 PARIS cedex 5
Université Pierre et Marie Curie, 4 Place Jussieu, 75005 Paris

Table des matières

Table des matières	vi
Introduction générale	1
1 Métamatériaux et applications	3
1.1 Introduction	3
1.2 Historique du métamatériau	5
1.3 Définition et caractéristiques du métamatériau à résonances locales : illustration de l'obtention d'une masse volumique négative	10
1.4 Cadre et objectifs de la thèse	14
1.5 Familles de résonateurs élastiques	15
1.5.1 Familles de trous	15
1.5.2 Structures de types piliers	15
1.6 Conclusion	17
2 Détection des ondes de Lamb	19
2.1 Introduction	19
2.2 Le montage expérimental	21
2.2.1 Description	21
2.2.2 Principe de la mesure du déplacement de surface	23
2.3 Les blocs du montage en détails	23
2.3.1 Laser He-Néon	24
2.3.2 Bras opto-mécanique et objectif de microscope	24
2.3.3 Chaîne de détection	27
2.4 Interférences en lumière polarisée	28
2.5 Réglage de l'interféromètre	31
2.5.1 « géométrique »	31
2.5.2 « fin »	32
2.6 Etude des interférogrammes	34
2.6.1 Effet d'un mouvement du miroir M_1	34
2.6.2 Effet d'un mouvement du miroir M_2	35
2.7 Modélisation du montage et expression de la différence de marche	38
2.7.1 Montage simplifié	38
2.7.2 Expression de la différence de marche $\delta(M, t)$	39
2.7.3 Point de vue de l'effet Doppler	40
2.8 Calcul des intensités I_{PH1} et I_{PH2}	41

2.8.1	Expressions des champs électriques	41
2.8.2	Expression des intensités	42
2.8.3	Principe de superposition et optique ondulatoire	43
2.9	Fonction d'instrument	45
2.9.1	Différence des intensités	45
2.9.2	Réglage de W_1	45
2.9.3	Approximation du terme intégral	45
2.9.4	Calcul numérique de l'intégrale	46
2.9.5	Contraste	48
2.9.6	Sensibilité de la détection et réglage de la lame W_4	49
2.9.7	Asservissement du montage	50
2.9.8	Expression linéaire de la fonction d'instrument et impact de l'ob- jectif sur la mesure	50
2.10	Relation entre l'intensité I et la tension électrique V : mesure du déplace- ment hors plan	52
2.11	Concavité du déplacement	53
2.12	Incertitudes de mesure et considération de cohérence	54
2.12.1	Incohérence spatiale du laser	55
2.12.2	Incohérence temporelle du laser	55
2.12.3	Longueur de cohérence du montage	56
2.13	Interféromètre différentiel	58
2.14	Conclusion	59
3	Génération des ondes de Lamb et de Rayleigh sur plaque de silicium	61
3.1	Introduction	61
3.2	Principe de la génération : effet photoacoustique	61
3.3	Différents profils de source pour la génération d'ondes de Lamb	63
3.3.1	Ligne simple	64
3.3.2	Lignes en face-à-face	74
3.3.3	Réseau de franges carrées	75
3.3.4	Diffraction à l'infini d'un réseau de fentes d'Young	78
3.3.5	Modulation sinusoïdale de l'intensité stabilisée par interféromètre de Sagnac	80
3.3.6	Réseaux de lignes et interférences	81
3.4	Caractéristiques expérimentales du régime thermoélastique et du régime d'ablation sur silicium	82
3.5	Effets de bords	84
3.5.1	Réflexion sur une « marche d'escalier »	84
3.5.2	Réflexion sur un bord libre	85
3.6	Ondes de Rayleigh	86
3.7	Effet photoélastique	87
3.8	Conclusion	88
4	Résonances locales dans un cristal phononique	91
4.1	Introduction	91
4.2	Bandgap et mécanismes de vibrations du cristal phononique	101

4.2.1	Mesure du bandgap du cristal	101
4.2.2	Modes propres de vibration du cristal phononique	102
4.2.3	Vibration du cristal phononique autour de la fréquence du mode propre B de cavité	106
4.3	Identification de la cellule élémentaire du cristal phononique	109
4.3.1	Maille élémentaire du cristal phononique	109
4.3.2	Cavité phononique réduite	110
4.4	Etude de la diffusion d'un paquet d'ondes centré à $15MHz$ sur une paire de trous	111
4.4.1	Coefficient de réflexion R_z et diffusion résonante	111
4.4.2	Cartographie du champ de diffusion résonant d'une onde de Lamb A_0 par une paire de trous $i = 11\mu m$	112
4.4.3	Simulations numériques	114
4.4.4	Interprétation du bandgap en termes de réflexion de Bragg	115
4.5	Conclusion	115
5	Etude de la diffusion des ondes de Lamb sur des structures de piliers en silicium sur plaque de silicium	117
5.1	Introduction	117
5.2	Technique de gravure <i>DRIE</i> silicium des piliers Si/Si	120
5.3	Description des structures fabriquées	122
5.4	Paramètres des systèmes	123
5.5	Gain et fréquences propres du pilier isolé Si/Si entre $[0 - 10MHz]$	124
5.5.1	Simulations numériques	124
5.5.2	Mesures expérimentales	128
5.5.3	Influence de la puissance de la source A_0 sur le spectre des piliers $\phi 50$ et $\phi 150$	139
5.5.4	Influence de la direction cristallographique de la source sur le gain du pilier $\phi 150$	143
5.6	Etude de la diffusion résonante des ondes A_0 et S_0 autour des fréquences ν_{F_0} , ν_{F_1} et ν_{C_0} du pilier Si/Si $\phi 150$	144
5.6.1	Simulations numériques	144
5.6.2	Caractéristiques du pilier $\phi 150$	146
5.6.3	Conditions expérimentales	146
5.6.4	Filtrage « large bande » et échos	147
5.6.5	Avant toute résonance	149
5.6.6	Diffusion autour de ν_{F_0}	150
5.6.7	Diffusion autour des fréquences des modes C_0 et F_1	154
5.6.8	Phases du sommet du pilier - comportement de l'oscillateur harmonique	160
5.6.9	Cartographie 2D des ondelettes réémises autour des fréquences des modes C_0 et F_1	161
5.6.10	Interférences entre deux points sources et symétrie dipolaire	162
5.6.11	Bilan des phases entre l'onde incidente, l'onde réémise et le sommet du pilier en fonction de la fréquence	164
5.7	Pilier $\phi 100$ et cellule métamatériau doublement négative	165

5.8	Pilier $\phi 50$ et limite d'homogénéisation	167
5.9	Lignes de piliers $\phi 150$	168
5.9.1	Introduction - Principe d'Huygens-Fresnel	168
5.9.2	Caractéristiques de la ligne	169
5.9.3	Conditions expérimentales	169
5.9.4	Données spectrales de la ligne	169
5.9.5	Groupes de vibrations des piliers	171
5.9.6	Résultats des cartographies	173
5.9.7	Evolution du coefficient de transmission T en fonction de l'angle d'incidence	176
5.10	Ligne de pilier $\phi 50$	177
5.10.1	Caractéristiques de la ligne	177
5.10.2	Fréquences propres du pilier central	177
5.10.3	Coefficient de transmission T	178
5.10.4	Cartographies	179
5.11	Conclusion et perspectives	180
Conclusion générale		183
Annexe		188
A Traitement du signal		189
A.1	Génération de deux tableaux pour l'illustration du fonctionnement des programmes	189
A.1.1	Fonction d'affichage <i>imshow</i>	189
A.1.2	Fonction d'affichage <i>plot</i>	191
A.2	Scripts des principaux programmes développés	192
A.2.1	FFT	192
A.2.2	Spectre	194
A.2.3	PassBand	196
A.2.4	Spectrogrammes	198
Bibliographie		203
Glossaire		211

Introduction générale

La propagation des électrons dans les cristaux fut au cœur des recherches sur les semi-conducteurs dans les années 60. Les modèles mis au point ont permis la création du transistor, système de contrôle du courant utilisé dans tout ordinateur. Par analogie, de nouveaux matériaux ayant pour objectif le contrôle des photons ont rapidement vu le jour. Appelés cristaux photoniques, ces matériaux présentent une périodicité de leur indice optique qui leur confère leurs propriétés. Avec ce type de structuration, il est possible par exemple de ralentir la lumière à quelques mètres par seconde dans certaines fibres optiques ou d'obtenir de très grands coefficients de réflectivité. En utilisant le même concept de périodicité, les années 90 ont vu l'émergence de nouveaux matériaux pour les ondes acoustiques. Appelés cristaux phononiques, leur structure est un arrangement périodique d'au moins deux matériaux de masses volumiques différentes. Ils possèdent notamment un domaine de fréquences interdites (*bandgap*) pour la propagation des ondes. Ces bandes interdites induisent des comportements et des propriétés tout à fait singulières pour la propagation, avec par exemple l'obtention de réfraction négative à l'interface entre un milieu classique et un cristal phononique.

Une limite de ces structures dans leur développement est qu'ils sont difficilement miniaturisables. En effet, les phénomènes sont majoritairement liés et apparaissent proches de la bande interdite, domaine de longueurs d'onde de l'ordre de la périodicité. Face à cette limite, et compte-tenu de l'engouement pour les cristaux phononiques et photoniques au vu de leurs applications majeures dans le domaine du contrôle des ondes, la recherche s'est orientée vers d'autres concepts faisant intervenir des résonances locales fonctionnant d'autant mieux que la structuration est petite. Structures composites formées de résonateurs locaux, les métamatériaux ont fait leur apparition dès les années 2000, tant pour les ondes électromagnétiques avec les travaux de J. Pendry, que pour les ondes élastiques avec les travaux de Ping Sheng. Basé sur de nombreuses analogies faites à partir du métamatériau électromagnétique, le métamatériau acoustique consiste en une hétérostructure formée d'inclusions résonantes ayant des dimensions caractéristiques plus petites que la longueur d'onde de l'onde se propageant dans le milieu, et vibrant sur leurs modes propres de résonance.

La réalisation pratique de telles structures présentant de nombreuses difficultés, les premiers métamatériaux acoustiques furent fabriqués à l'aide de matériaux très spécifiques constitués notamment d'un polymère et de plomb au contraste d'impédance très marqué. Du fait de cette grande spécificité liée au matériau employé, ce type de métamatériau permet uniquement de tester les hypothèses scientifiques sans pouvoir pour l'instant envisager des applications en dehors du laboratoire.

L'objectif principal de cette thèse est d'étudier expérimentalement les propriétés de résonance de différentes structures mécaniques afin de dépasser cette dépendance à un

matériau très mou et spécifique. Les enjeux sont majeurs car le contrôle de la propagation des ondes concerne de nombreux secteurs socio-économiques, à commencer par la défense avec notamment les problèmes de furtivité. La possibilité de fabriquer des systèmes comme une « cape d'invisibilité » est une conséquence directe des métamatériaux. Dans le secteur de la santé, de tels matériaux pourraient permettre d'obtenir des lentilles acoustiques sans aberration et possédant une résolution supérieure à la limite de diffraction. Les applications dans les domaines de la protection des infrastructures au séisme ou au bruit avec la conception de matériaux très absorbants ou guidants les ondes hors des zones habitées, sont également des exemples d'applications.

Dans le cadre de la présente thèse, nous nous sommes d'abord intéressés à une structure phononique $2D$ présentant un défaut planaire. Les modes propres de la cavité et leurs dynamiques de formation ont fait l'objet d'une publication dans *Physical Review B*. Le bandgap a également pu être interprété en termes de réflexion de Bragg de l'onde incidente rétrodiffusion de façon cohérente par les structures élémentaires résonantes du cristal. Cette étude a permis de dégager l'importance du critère d'homogénéisation pour le métamatériau et le problème de trouver un résonateur homogénéisable. Le travail sur la cavité s'inscrit également de façon plus large dans le cadre de l'étude de l'exaltation du couplage acousto-optique.

Les structures de type pilier ont ensuite été étudiées. En nous appuyant sur de nombreuses publications permettant de penser que ces structures présenteraient un très fort potentiel pour la réalisation d'un métamatériau acoustique, deux types de piliers ont été envisagés, l'un taillé directement dans le substrat en silicium, l'autre microstructuré sous forme d'un cristal phononique formé de bicouche de molybdène-silicium. Ces deux structures ont été fabriquées et les résultats de l'étude de l'interaction d'une onde élastique avec un pilier de silicium sur plaque de silicium seront présentés dans ce manuscrit. Nous verrons qu'ils ont permis de mettre en évidence un ensemble de critères nécessaires et un mécanisme possible pour l'obtention d'un métamatériau acoustique non « matériau-dépendant ». La possibilité de le rendre actif sera également présentée avec comme perspective la possibilité d'obtenir un métamatériau accordable en fréquence.

Le manuscrit de thèse s'organise en cinq chapitres. Le premier présente plusieurs éléments de l'état de l'art des métamatériaux acoustiques, dont la définition et une illustration simple des propriétés effectives négatives. Le second chapitre est consacré à la présentation et au calcul de la fonction d'instrument de notre montage de détection du champ de déformation des ondes de plaque. Le chapitre trois est consacré à la technique de génération optique utilisée et notamment à l'analyse expérimentale du contenu fréquentiel obtenu suivant les profils géométriques de source. Le chapitre quatre présente les résultats obtenus lors de l'étude d'une cavité phononique planaire ; travaux ayant fait l'objet d'une publication. Le dernier chapitre expose les résultats de l'étude de la diffusion résonante des ondes de Lamb sur des piliers isolés de silicium et sur des lignes de piliers. Cette étude permettra de dégager tout le potentiel de ces structures en tant que cellule élémentaire pour la fabrication d'un métamatériau.

De par son caractère stratégique pour la Défense, ce travail a été réalisé dans le cadre du projet ANR METACTIF, financé par la direction générale de l'armement (DGA) et en collaboration avec une équipe de l'université Lille 1, spécialisée dans la simulation numérique.

Chapitre 1

Métamatériaux et applications

1.1 Introduction

Le contrôle de la propagation des ondes est un enjeu considérable. Pour s'en convaincre, il suffit d'imaginer par exemple que l'on puisse protéger les bâtiments des ondes sismiques ou des tsunamis grâce à un matériau qui guiderait l'énergie élastique hors de la zone à protéger ou atténuerait considérablement l'amplitude des ondes. Les applications de défense sont potentiellement très importantes également, avec la possibilité, par exemple, de fabriquer des systèmes furtifs large bande (des capes d'invisibilité).

Les matériaux pouvant répondre à ce genre de besoins font l'objet d'une recherche intense depuis plusieurs dizaines d'années, avec différents type de structures à l'étude, tant au niveau des ondes électromagnétiques, qu'au niveau des ondes élastiques. Les cristaux phononiques font partie de ces structures étudiées depuis plus de 20 ans dans le domaine de la propagation des ondes acoustiques. Leur émergence provient probablement de quelques analogies nées de l'engouement (à fort potentiel économique) et de l'étude approfondie du comportement des électrons dans la matière et surtout dans les semi-conducteurs.

En effet, La théorie du transport des électrons dans un potentiel périodique a conduit au concept de niveau d'énergie et de structure de bandes dans les semi-conducteurs[1]. Cette théorie fait intervenir des fonctions périodiques, appelées fonctions de Bloch [2]. Le résultat principal est que les niveaux d'énergie du cristal sont organisés en structure de bandes séparées par des bandes interdites, appelées *bandgap*[3].

Par analogie avec ces bandes dans les semi-conducteurs, les cristaux photoniques, matériaux possédant une périodicité de leur indice optique, ont d'abord vu le jour. L'analyse du champ électromagnétique dans les structures périodiques fait intervenir les mêmes concepts tels que les modes de Bloch, les zones de Brillouin [4], les indices effectifs et les bandgaps. En 1987, les travaux théoriques de S. John ont montré que la périodicité de l'indice optique permettrait d'obtenir des bandes interdites de propagation pour les photons [5]. Réalisés dans un premier temps dans le domaine des micro-ondes, les cristaux photoniques se sont très rapidement étendus au domaine du visible [6].

Les ondes élastiques et électromagnétiques sont deux types d'ondes classiques dont la propagation résulte du couplage entre deux grandeurs physiques. Pour une onde élastique dans un solide, ce couplage intervient entre une déformation d'un élément de volume et la contrainte (force par unité de surface) produite sur celui-ci. L'élasticité correspond à

un couplage linéaire de ces deux grandeurs et la loi traduisant ce comportement est la *loi de Hooke*. Pour les ondes électromagnétiques, le principe d'Huygens-Fresnel permet d'interpréter la propagation comme l'excitation d'une source secondaire ponctuelle fictive qui réémet une ondelette sphérique qui se propage, et ainsi de suite. Bien que ces deux ondes soient de nature très différente, cette similitude dans le processus de propagation se traduit mathématiquement par le fait qu'elles sont solutions d'une même équation linéaire aux dérivées partielles appelée *équation de propagation* (ou *équation de D'Alembert*). Cette équation fait intervenir une constante homogène à une vitesse, appelée *célérité* de l'onde. Dans le cas des ondes élastiques, la célérité est homogène à la racine carrée du quotient d'un module d'Young par une masse volumique. Dans le cas d'une onde électromagnétique, la célérité de l'onde est homogène à la racine carrée du produit d'une constante diélectrique et d'une constante magnétique.

Grâce à cette analogie formelle entre la propagation des ondes électromagnétiques et acoustiques, le concept de cristal photonique s'est étendu aux ondes élastiques avec la fabrication de structures présentant une périodicité de leur masse volumique et/ou de leur coefficient de compressibilité. Dès les années 90, des milieux structurés de type « super-réseau » ont fait leur apparition [7] [8]. Appelés cristaux phononiques, ces structures présentaient une bande de fréquence interdite pour les ondes élastiques [9] [10]. L'origine physique de la formation de telles bandes est identique à celle d'une chaîne linéaire constituée d'un système de doubles masses différentes reliées par des ressorts. Dans le cas du système bi-atomique, les branches acoustiques correspondent à un déplacement du centre de masse du mobile réduit. Le bas du bandgap apparaît lorsque la longueur d'onde est égale à deux fois le paramètre de maille (bord de zone de Brillouin) et les bandes optiques, au dessus de la borne supérieure du gap, apparaissent lorsque l'oscillation des deux masses se produit autour de leur centre de masse. Il est possible de montrer que ces bandgaps correspondent au domaine des ondes stationnaires amorties [1] (voir page 103).

La compréhension des phénomènes mis en jeu dans les cristaux phononiques et photoniques et leur modélisation numérique permettent de les concevoir en fonction des besoins souhaités. Une rétro-ingénierie est en effet possible à partir du bandgap et est capable de produire des structures répondant à des besoins spécifiques [11].

Les structures phononiques permettent de nombreuses applications telles que la conception de matériaux permettant l'obtention de réfraction négative [12] [13] [14] [15], la focalisation des ondes de plaque (ondes de Lamb) en limite de diffraction [16] [17] [18] [19], l'amélioration de l'impédance de matériaux acoustiques possédant de grands indices de réfraction pour les ondes [20], l'exaltation de la transmission [21] [22] ou au contraire la mise en place d'une très forte atténuation [23] [24] dans des structures qualifiées alors de « trous noirs » acoustiques [25]. Cette liste, loin d'être exhaustive, illustre les potentialités des structures phononiques et également une de leur limite majeur qui est l'impossibilité d'envisager une miniaturisation car leurs propriétés apparaissent proche du bandgap, c'est-à-dire proche de la longueur des phénomènes ondulatoires mis en jeu. C'est autour de cet enjeu et grâce à des démonstrations théoriques [26] de la possibilité de conserver toutes les propriétés des cristaux phononiques, voir d'en obtenir de nouvelles [27] [28] [29], qu'est née l'idée du métamatériau à résonance locale.

1.2 Historique du métamatériau

En 1966, Victor Georgievich Veselago, physicien théoricien russe, professeur à l'institut de physique et de technologie de Moscou, décrit théoriquement la propagation des ondes électromagnétiques dans des matériaux possédant une constante diélectrique et une perméabilité négative [30]. Il fit le constat qu'à priori rien n'interdisait d'avoir un milieu à perméabilité relative μ_r et à permittivité relative ε_r toutes deux négatives pour une onde (\vec{E}, \vec{B}) se propageant dans le milieu à la vitesse $v^2 = \frac{1}{\mu_r \varepsilon_r}$. Un matériau présentant cette double négativité aurait vis-à-vis de la propagation de cette onde un comportement tout à fait atypique. La vitesse de groupe serait en effet négative, produisant notamment une inversion de l'effet Doppler, de la radiation Cherenkov et de la pression de radiation. Il posséderait également un indice optique négatif, inversant ainsi les lois de Snell-Descartes et permettant d'obtenir une réfraction négative à son interface.

La condition de double négativité resta longtemps difficile à réaliser. On connaissait la possibilité d'obtenir séparément soit une permittivité ε_r négative (avec un plasma par exemple) soit une perméabilité μ_r négative, mais la double négativité n'a réellement fait son apparition qu'à la fin des années 90 avec les travaux de J. Pendry, professeur à l'Imperial College. Dans deux articles successifs en 1996 puis 1999, il proposa le concept de cellules élémentaires possédant chacune l'une des négativités recherchées.

Dans un premier article [31], il montra que l'association de fins fils conducteurs (fils d'aluminium) dans une structure de type « cage à poule¹ » conduit dans le domaine du micro-onde $\approx 10GHz$ à une constante diélectrique effective ε_{eff} négative pour une onde se propageant au sein de la structure. Une particularité de ces fils est que leur diamètre est bien plus petit que la longueur d'onde. Dans un second article [32], une cellule en forme d'anneau, appelée « split ring resonator » (SRR), plus petite que la longueur d'onde, est fabriquée afin d'obtenir une perméabilité effective μ_r négative.

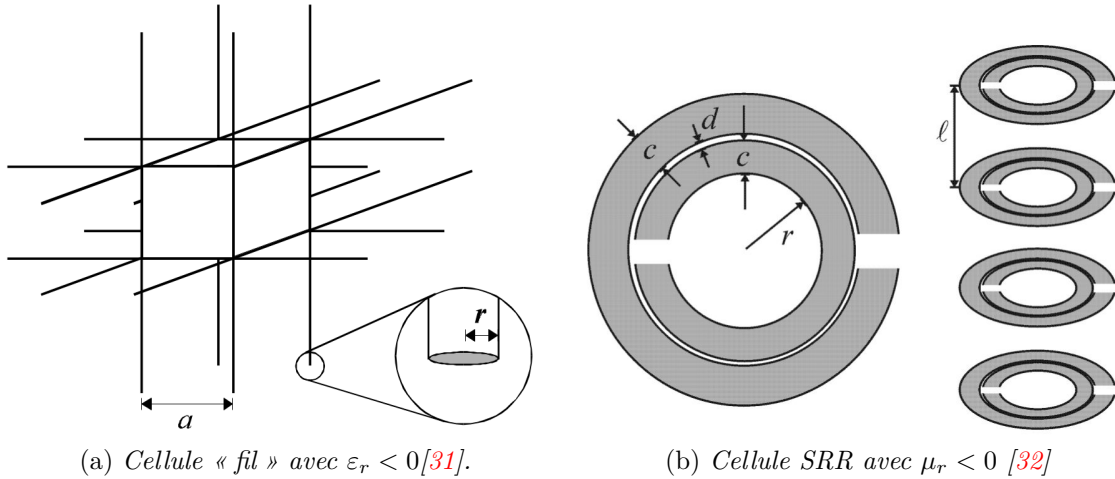
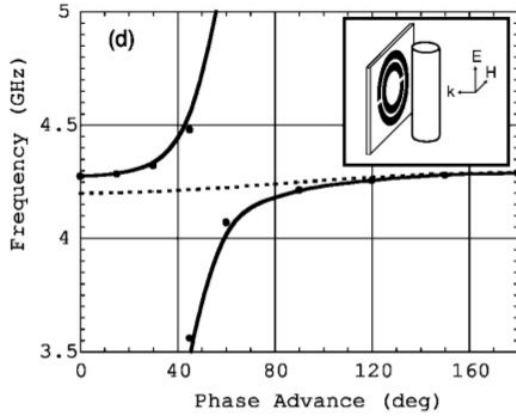
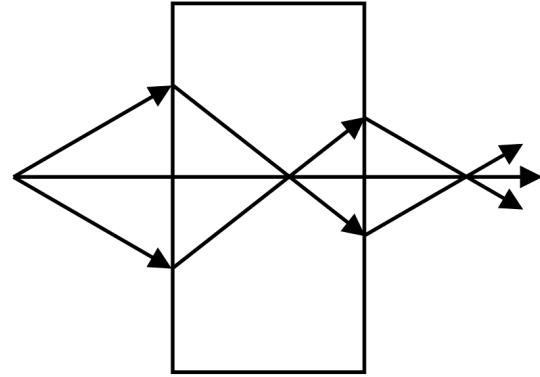


FIGURE 1.1 – Cellules élémentaires électromagnétiques permettant d'affecter : a) le champ électrique ; b) le champ magnétique.

1. Cette même structure que l'on trouve dans les parcs de jeux pour enfants



(a) Métacellule composée d'un fil et d'un SRR - D. Smith [33]



(b) Propagation des rayons dans une lentille plate constituée d'un métamatériau et proposée par J. Pendry[34].

FIGURE 1.2 – Métacellule et exemple d'application : la super-lentille.

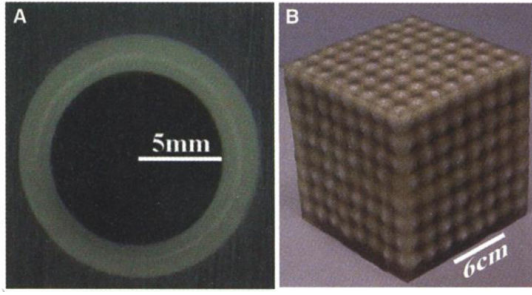
L'association de ces deux cellules élémentaires en une « métacellule », dont la fabrication était complètement contrôlée, rendit alors possible l'obtention d'un matériau possédant pour l'onde électromagnétique une permittivité et une perméabilité toutes deux négatives dans le domaine des micro-ondes. Ce travail expérimental fut réalisé en 2000 par l'équipe du professeur David Smith [33]. Le premier métamatériau à résonances locales électromagnétiques d'indice négatif $n_{eff} \approx -3$ était né².

Cette même année, J. Pendry démontra grâce aux travaux de V. Veselago qu'un tel matériau permettrait la production d'une super-lentille plate exempte d'aberrations [35]. Cette lentille pourrait alors focaliser l'énergie lumineuse sur une taille inférieure à la limite de diffraction [34].

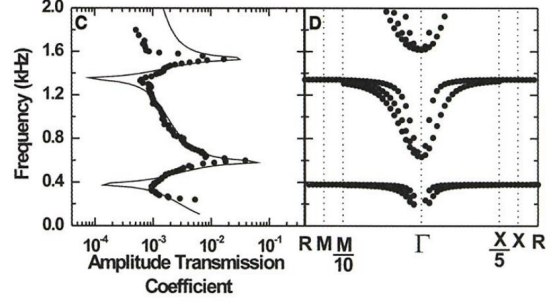
Suite à ces travaux, on prit conscience de la possibilité incroyable qu'offrait ce genre de matériau pour le contrôle de la propagation du champ électromagnétique [36] [37]. Une application directe de cette technologie fut la réalisation d'une cape d'invisibilité dans le domaine micro-onde [38] [27].

Par analogie, la recherche s'étendit au domaine des ondes élastiques et en l'an 2000, Ping Sheng et son équipe de l'Université de Hong Kong ont présenté un matériau [39] formé de billes de plomb enrobées d'un polymère présentant des propriétés effectives négatives pour la propagation des ondes mécaniques. Ce composite possède toutes les caractéristiques d'un matériau ayant dans certaines bandes de fréquence une compressibilité négative [40].

2. Voir également l'article dans *la Recherche* écrit par Sébastien Guenneau et Boris Gralak www.larecherche.fr

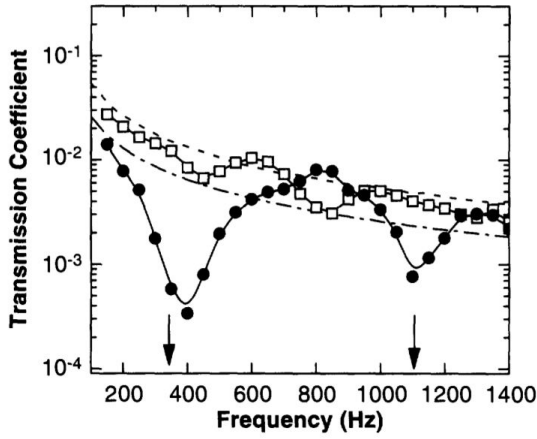


(a) Cellule résonante acoustique et cristal phononique. Cette réalisation expérimentale correspond au premier cristal phononique à résonance locale.

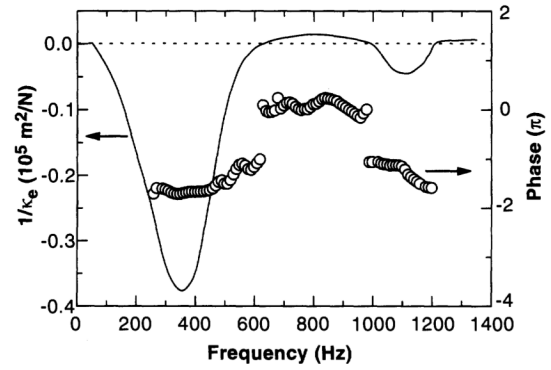


(b) À gauche, simulations et mesures du coefficient de transmission. À droite, calculs des courbes de dispersion. Le coefficient de transmission présente des minimums aux fréquences de 400Hz et 1500Hz correspondant à des bandes plates dans la courbe de dispersion.

FIGURE 1.3 – Principaux résultats de l'article fondateur de Ping Sheng et al. concernant le milieu périodique à résonance locale[39].



(a) La courbe en noir et les points noirs représentent respectivement le coefficient de transmission calculé et mesuré en sortie d'un échantillon constitué de 48% de billes d'acier enrobées de polymère disposées de façon aléatoire (voir fig.1.3a). Les courbes blanches correspondent à un échantillon sans résonateur (matrice époxy seule).



(b) La courbe en noire représente le résultat du calcul de l'inverse du coefficient de compression κ_e à partir des mesures expérimentales du coefficient de transmission (de la figure 1.4a). Les cercles correspondent à la mesure expérimentale de la phase du signal transmission dans le cas de l'échantillon formé de billes disposées de façon aléatoire (fig. 1.3a).

FIGURE 1.4 – Résultats sur le milieu aléatoire de billes extrait de l'article fondateur de Ping Sheng et al. Ces résultats permettent de conclure que les propriétés d'un métamatériau ne dépendent pas de l'arrangement des résonateurs.

Les figures 1.3 et 1.4 présentent les résultats essentiels des travaux de Ping Sheng et de son équipe sur ce premier métamatériau. Il s'agit d'un cristal phononique (figure 1.3 a) et b)) à résonances locales composé de billes de plomb enrobées d'un polymère très mou (figure 1.3a). Cette hétérostructure présente des trous dans le spectre de transmission à 400Hz et 1500Hz, associés à des bandes plates dans la courbe de dispersion calculée (à

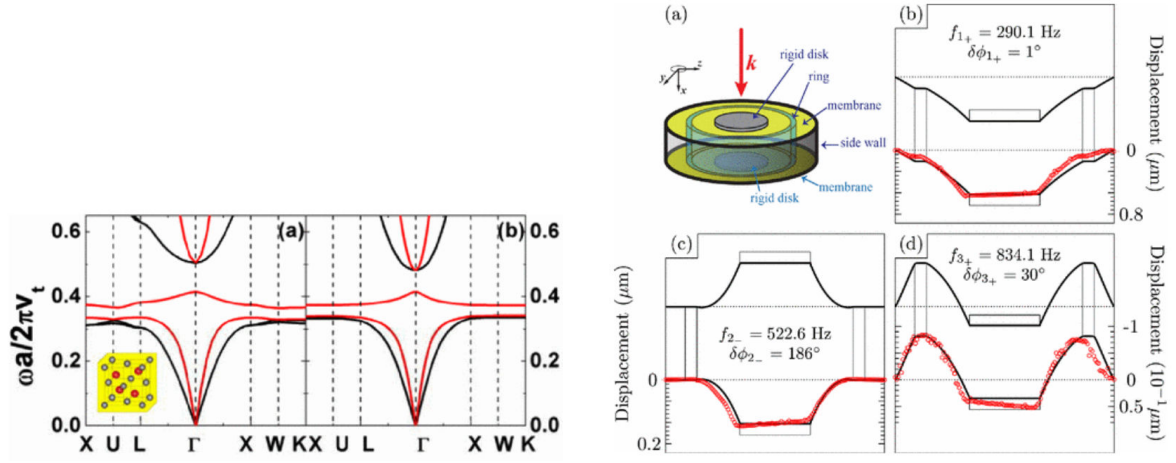
droite). Ils sont interprétés comme le résultat d'un couplage entre l'onde incidente et le résonateur, et seront reliés plus tard à un coefficient effectif négatif pour la densité du matériau composite.

La seconde partie de l'article de Ping Sheng présente les résultats obtenus sur un matériau composé à 48% de résonateurs disposés de façon aléatoire (figure 1.4) dans une matrice en résine (époxy). Les deux trous de transmissions sont toujours présents à 400Hz et 1500Hz . Le faible signal transmis est en opposition de phase par rapport au signal incident (figure 1.4b), contrairement au domaine hors résonance. Cette expérience illustre cette fois-ci l'une des caractéristiques majeures du métamatériau acoustique, à savoir que ses propriétés effectives ne dépendent pas de l'arrangement de ses cellules élémentaires. Une structure périodique ou aléatoire « fonctionne » de la même façon en présentant un zéro de transmission autour des résonances.

La double négativité dans une même bande de fréquence resta difficile à obtenir mais comme dans le cas des ondes électromagnétiques, la recherche fut menée en termes de cellules élémentaires qu'il faudrait associer pour obtenir le métamatériau. La possibilité d'obtenir une double négativité est démontrée mathématiquement en 2004 [41] puis numériquement en 2007 sur un matériau potentiellement réalisable expérimentalement [42]. Ce matériau est un assemblage de deux sous-réseaux cubiques à faces centrées. Le motif du premier sous-réseau est une cavité formée dans la matrice époxy. Remplie d'eau, une bulle d'air y est injectée. Il faut donc imaginer une résine époxy identique à un Gruyère rempli d'eau et de bulles d'air. Une résonance monopolaire est alors identifiable sur le spectre du sous-réseau. Cette résonance se caractérise par une bande plate dans la courbe de dispersion. Le second sous-réseau cubique à faces centrées est formé par une bille d'or enrobé de caoutchouc, le tout solidifié dans une matrice époxy. Les simulations réalisées sur ce sous-réseau montrent l'existence d'un mode de vibration dipolaire du motif. Il apparaît alors une bande plate dans la courbe de dispersion de la structure. La figure 1.5a (p. 9) présente les courbes de dispersion calculées à l'aide d'une méthode de diffusion multiples (figure (a)) et une autre simulation faisant intervenir les paramètres effectifs de la structure (figure (b)). Le très bon accord entre ces deux approches prouve l'homogénéisation possible de la structure. La double négativité se traduit par l'apparition d'une branche supplémentaire dans le bandgap, non présente dans le cas simplement négatif, autorisant la propagation de l'onde à cette fréquence particulière appartenant au bandgap. Cet échantillon est le premier métamatériau à résonance locale acoustique pouvant présenter une double négativité et être potentiellement réalisé expérimentalement.

Dans la continuité des travaux sur les métamatériaux formés par l'association de cellules solide-fluide, Y. Wu et son équipe de l'université de Hong Kong ont proposé en 2011 un matériau possédant une densité et un module de cisaillement simultanément négatifs dans une bande de fréquence pouvant être accordée en fonction des paramètres du motif et de l'arrangement de l'hétérostructure [44]. Le matériau est une mousse formée de billes de caoutchouc remplies d'eau.

Très récemment, Ping Sheng et son équipe ont présenté un système formé de membranes permettant l'obtention de la double négativité effective sur la masse volumique et la compressibilité [43]. Formé de deux membranes arrangées sous la forme d'un galet, la structure est alourdie en son centre par un disque rigide faisant office de masselotte. Cette masselotte est modélisée par une masse reliée aux bords de la cavité par deux ressorts (voir figure 1.5b). Ce système possède à la fois des modes propres de vibration associés à



(a) Courbes de dispersion d'une structure Blende formée par l'association de deux sous-réseaux respectivement de compressibilité et de masse volumique effectives négatives. Ces courbes sont calculées, à gauche, par l'utilisation de la théorie de diffusion multiple ; à droite, grâce aux paramètres effectifs de la structure. [42]

(b) Système modèle constitué d'une double membrane possédant une double négativité et proposé par Ping Sheng [43].

FIGURE 1.5 – Deux concepts différents de structures permettant d'obtenir une masse et une compressibilité effectives simultanément négatives dans une même bande de fréquence.

la masselotte, à la membrane et au système masselotte-membrane. La structure possède trois modes propres de vibrations autour de 500Hz avec une bande de fréquence allant de 500Hz à 800Hz dans laquelle les simulations montrent la coexistence d'une masse et d'une compressibilité effectives négatives.

D'autres structures types possédant cette double négativité élastique verront le jour par la suite, comme par exemple en 2011 avec la cellule élémentaire de X.N. Liu et de son équipe [46]. La structure formée de masses et de ressorts autorise des résonances transverses et de rotation permettant l'obtention d'une masse effective négative et une compressibilité effective négative dans un domaine de fréquence de largeur $\frac{\Delta f}{f} \sim 3\%$ autour de 15kHz .

Toujours sur le modèle masse-ressort, un autre type de résonateur mécanique fut proposé. Il s'agit des résonateurs de Helmholtz [47] [48]. Une structure type fut proposée par N. Fang et son équipe [45]. Il s'agit d'un guide d'onde linéaire contenant de l'eau sur lequel des cavités (remplies d'eau) sont connectées. Les cavités sont des résonateurs mécaniques plus petits que la longueur d'onde de l'onde se propageant dans le guide. Ces parti-

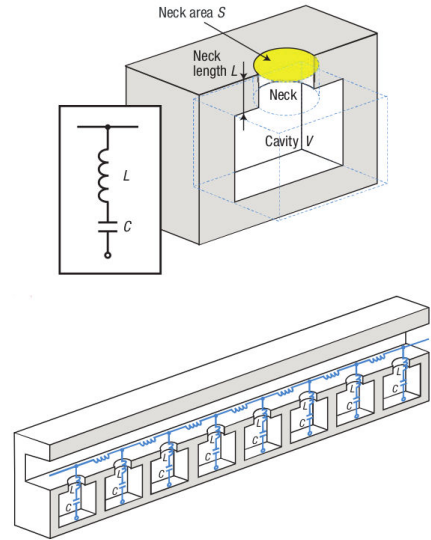


FIGURE 1.6 – Illustration d'un résonateur de Helmholtz et d'une disposition permettant d'obtenir une compressibilité effective négative (N. Fang et al. [45]).

cules de fluide peuvent être considérées comme des masselottes connectées à des ressorts eux-même attachés à une chaîne linéaire de ressorts, ou encore du point de vue électrique, comme l'illustre la figure 1.6, équivalent à un circuit RLC parallèle.

Sur le même concept, il fut possible en perçant des bambous, de produire ce genre de résonateur et d'obtenir des comportements effectifs de type métamatériau [49].

1.3 Définition et caractéristiques du métamatériau à résonances locales : illustration de l'obtention d'une masse volumique négative

L'ensemble des travaux menés depuis ces dix dernières années a permis de dégager une définition et les principales caractéristiques de ce qu'est un métamatériau acoustique. Il s'agit d'une structure artificielle composite conçue pour posséder une masse volumique effective négative et/ou une compressibilité effective négative dans un domaine de fréquence acoustique donné. Elle est fabriquée par l'insertion dans une matrice solide ou liquide ($3D$) ou dans une plaque ($2D$) de résonateurs mécaniques de tailles caractéristiques bien plus petites, dans le domaine de fréquence considéré, que la longueur d'onde des ondes élastiques se propageant dans la matrice[50], permettant ainsi d'obtenir un matériau composite homogénéisable décrit par des grandeurs effectives. Bien que la périodicité ne soit pas une condition nécessaire, les résonateurs sont généralement organisés de façon périodique. Les courbes de dispersion présentent alors des bandes plates qui résultent du couplage entre l'onde incidente et le résonateur à des fréquences bien inférieures à celle du gap de Bragg.

Les propriétés effectives du métamatériau sont reliées aux résonances de ces constituants. Les travaux théoriques de C.T Chan [41] ont montré qu'une vibration monopolaire (vibration avec changement de volume) pouvait conduire à l'obtention d'une compressibilité effective négative, tandis qu'une masse volumique négative pouvait être obtenue grâce à une vibration dipolaire (vibration sans changement de volume). Cela vient du fait qu'une onde se propageant dans un solide peut toujours s'écrire comme la somme d'un champ de déplacement correspondant à une vibration associée à une succession de compression-dilatation (changement de volume) et d'une vibration correspondant à un mouvement de cisaillement (sans changement de volume) (théorème de Helmholtz). Si les résonateurs bien plus petits que la longueur d'onde sont mis en résonance lors du passage de l'onde, il est alors possible d'obtenir une masse volumique et une compressibilité effective négative, simultanément ou non.

Pour illustrer cette définition, considérons le cas d'un métamatériau à masse volumique effective négative. Soit une matrice formée d'un matériau A dans laquelle sont disposées des inclusions faites d'un matériau B non résonant et d'un matériau C résonant sur un mode monopolaire. La figure 1.7 illustre une telle structure. Le matériau B non résonant est en orange ; le matériau C résonant est en bleu.

Supposons qu'une onde de longueur d'onde λ se propage dans la matrice avec $\lambda \gg d$, où d est la dimension caractéristique des inclusions. Les inclusions subissent des phases de compression-dilatation à la fréquence de l'onde. Dans le cas des inclusions oranges, la fréquence de l'onde ne correspondant à aucun mode de résonance : le matériau est

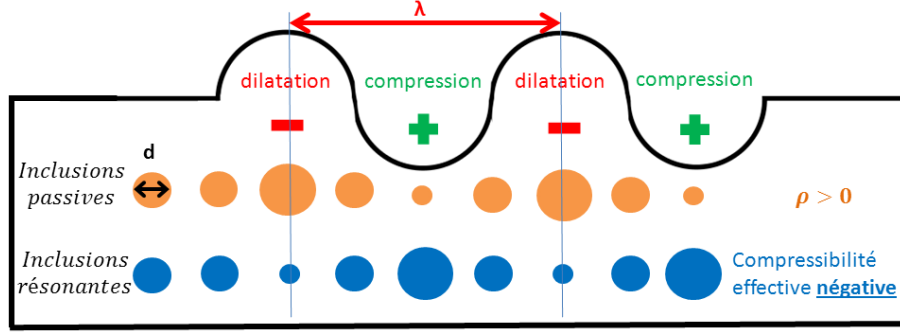


FIGURE 1.7 – Schéma de principe d'un métamatériau à compressibilité effective négative. Les inclusions en orange ne résonnent pas alors que celles en bleu résonnent au passage de l'onde se propageant dans la matrice.

alors tout à fait classique avec une masse volumique effective positive. Les inclusions étant plus petite que la longueur d'onde, on peut homogénéiser la structure et parler de milieu effectif. Dans la deuxième situation, la fréquence de l'onde correspond à une fréquence de résonance monopolaire des inclusions (en bleu). Les inclusions vibrent alors avec une certaine phase par rapport à l'onde (en opposition de phase sur l'exemple). Le matériau est alors susceptible de posséder une masse volumique effective négative à cette fréquence, produisant par exemple une forte atténuation de l'onde incidente dans le champ transmis ou la présence d'une bande plate dans les relations de dispersion du milieu (voir les caractérisations du métamatériau de Ping Sheng [39]).

Les travaux de S.H. Lee et al. ou ceux de Z. Yang et al.[51] illustre de façon simple l'origine microscopique des propriétés d'un métamatériau. Le matériau présenté, issu d'une analogie avec la propagation d'une onde électromagnétique dans un diélectrique[52], est formé d'un assemblage de membranes lui permettant de posséder une masse volumique effective négative qui peut se comprendre à l'aide d'un modèle masse-ressort.

Considérons le système de la figure 1.8. Il est constitué d'une chaîne linéaire de masses m reliées entre elles par des ressorts de raideur identique notée K_1 . Un autre ressort de raideur K_2 est couplé rigidement à chaque masse, de façon à ce qu'une nouvelle force s'applique sur la masse numéro N , en plus des forces qu'exercent les plus proches voisins $N - 1$ et $N + 1$.

Soit \mathcal{R} le référentiel du laboratoire supposé Galiléen. Le système considéré est le point N de masse m . On s'intéresse à l'évolution temporelle de son déplacement noté $u_n(t)$ sachant que N ne subit que l'influence de ces deux plus proches voisins et du ressort de raideur K_2 connecté de façon rigide. Les déplacements associés à chaque masse sont algébriques. Sur l'exemple, u_{n-2} , u_n et u_{n+1} sont positifs et u_{n-1} négatif. Avant toute perturbation, à l'équilibre, l'allongement des ressorts est égal à $\Delta l_{eq} = a - l_0$.

Suite à un choc à l'instant t , la chaîne d'oscillateurs est mise en mouvement. Les masses se déplacent alors autour de leur position d'équilibre et les ressorts se compriment et se dilatent.

Le bilan des forces selon l'axe \vec{e}_x s'appliquant au système N de masse m est le suivant :

- Une force de rappel exercée par $N - 1$ sur N telle que $\vec{F}_{n-1 \rightarrow n} = -K_1(l - l_0) \vec{e}_x = -K_1(u_n - u_{n-1} + \Delta l_{eq}) \vec{e}_x$.

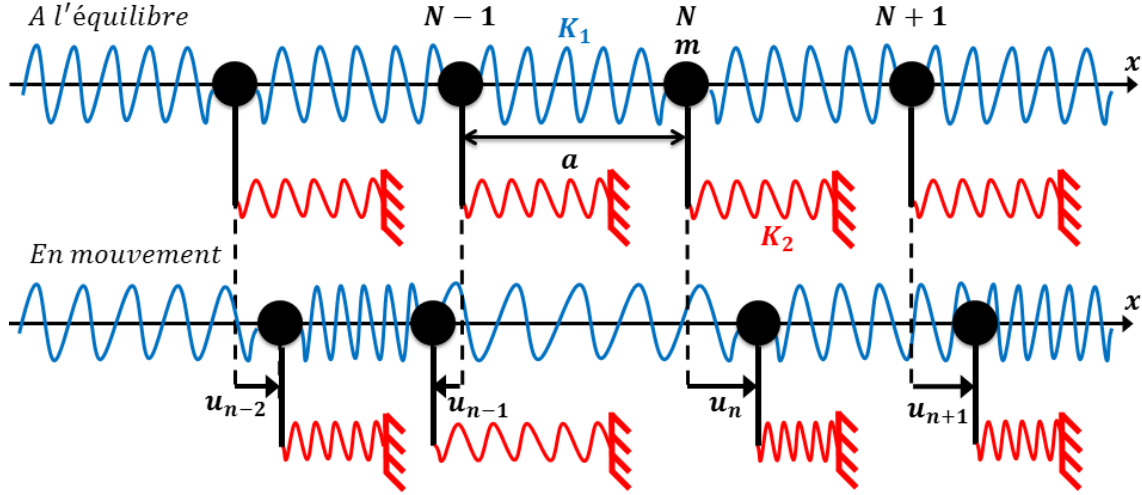


FIGURE 1.8 – Chaîne d'oscillateurs harmoniques couplés entre plus proches voisins et à un second ressort.

- Une force de rappel exercée par $N + 1$ sur N telle que $\vec{F}_{n+1 \rightarrow n} = K_1(u_{n+1} - u_n + \Delta l_{eq})\vec{e}_x$
 - Une force de rappel exercée par le ressort K_2 sur N telle que $\vec{F}_{K_2} = -K_2 u_n \vec{e}_x$
- D'après le principe fondamental de la dynamique selon (Ox) :

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_n(t) &= -K_1(u_n - u_{n-1} + \Delta l_{eq}) + K_1(u_{n+1} - u_n + \Delta l_{eq}) - K_2 u_n \\ &= K_1[-2u_n(t) + u_{n+1}(t) + u_{n-1}(t)] - K_2 u_n \end{aligned} \quad (1.1)$$

On suppose le système homogénéisable, c'est-à-dire que la longueur d'onde de l'onde se propageant dans la chaîne est très grande devant la distance entre deux masses a . On en déduit alors les correspondances suivantes pour l'équation (4.1) :

$$\begin{aligned} \frac{d^2 u_n(t)}{dt^2} &\longrightarrow \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} \\ u_n(t) &\longrightarrow u(x, t) \end{aligned}$$

$$u_{n+1}(t) = u(x = (n+1)a, t) \underset{dl.ordre2}{=} u(na, t) + \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}(na, t)a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(na, t)}{\partial t^2} a^2$$

$$u_{n-1}(t) = u(x = (n-1)a, t) \underset{dl.ordre2}{=} u(na, t) - \frac{\partial u(x, t)}{\partial x}(na, t)a + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(x = na, t)}{\partial t^2} a^2$$

D'où :

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = a^2 K_1 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - K_2 u(x, t)$$

Que l'on exprime en fonction de $c^2 = \frac{K_1 a^2}{m}$ et $\omega_0^2 = \frac{K_2}{m}$ pour obtenir une équation d'onde avec un terme de couplage :

$$\boxed{\frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2} - \omega_0^2 u(x, t)} \quad (1.2)$$

Il est possible d'exprimer la vitesse des ondes de compression c à partir du module d'Young du solide supposé isotrope. Noté E , il caractérise l'allongement du solide sous l'action d'une force extérieure. Lorsque l'on exerce une force \vec{F} dans le sens de la longueur de l'échantillon, celui-ci s'allonge de ΔL . L'allongement relatif est alors proportionnel à la force surfacique (pression) tant que l'on reste dans le domaine d'élasticité du solide. Le coefficient de proportionnalité est l'inverse du module d'Young, homogène à une pression (unité Pa) :

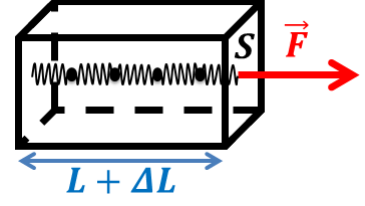


FIGURE 1.9

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{1}{E} \frac{F}{S} \quad (1.3)$$

De par sa définition, le module d'Young est relié aux interactions entre masses décrites par k , la constante de raideur des ressorts au niveau microscopique. On montre facilement en s'aidant de la figure 1.9 que $E = \frac{K_1}{a}$. On en déduit alors l'expression de la vitesse de propagation en fonction de E :

$$c^2 = \frac{E}{\rho}$$

Avec ρ la masse volumique du solide.

Cherchons les solutions de l'équation (1.2) sous la forme d'ondes planes $\underline{u}(x, t) = u_0 e^{i(\omega t - kx)}$. En injectant cette solution particulière dans l'équation d'onde, on obtient directement une relation entre la pulsation ω et le vecteur d'onde k de l'onde, appelée *relation de dispersion* :

$$\begin{aligned} -\omega^2 &= -\frac{E}{\rho} k^2 - \omega_0^2 \\ \Rightarrow \quad \omega^2 - \omega_0^2 &= \frac{E}{\rho} k^2 \\ \Rightarrow \quad \rho \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right) \omega^2 &= E k^2 \\ \Rightarrow \quad \boxed{\rho_{eff} \omega^2} &= E k^2 \end{aligned}$$

Par homogénéité, on pose $\rho_{eff} = \rho \left(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} \right)$, une masse volumique effective qui dépend de la pulsation. Dans le domaine des basses pulsations $\omega < \omega_0$, la masse volumique effective est négative. La courbe représentant la relation de dispersion présente alors une bande plate lorsque k tend vers 0 avec ω tendant vers ω_0 (branche parabolique). D'après le modèle, cela correspond au cas où le ressort de raideur K_2 s'oppose au mouvement. Ce comportement est analogue à celui d'un système présentant une fréquence de coupure.

Pour obtenir une masse volumique effective négative, l'hypothèse a été de pouvoir homogénéiser, c'est-à-dire passer à la limite des grandes longueurs d'onde par rapport à la taille caractéristique a du système et d'obtenir ainsi l'équation de propagation (1.2). Ce dernier point est essentiel pour l'obtention d'un métamatériau : il est nécessaire de pouvoir homogénéiser le matériau composite afin de pouvoir traiter le problème dans le cadre de la théorie de l'élasticité.

1.4 Cadre et objectifs de la thèse

La miniaturisation et l'amélioration des dispositifs phononiques est l'un des enjeux du métamatériau acoustique. Une limite aux systèmes modèles tels que ceux proposés par Ping Sheng ou C.T Chan, réside dans leur fabrication qui consiste à juxtaposer des milieux à fort contraste de vitesse (tout comme pour les systèmes liquides à émulsion [53]). Ceci rend la structure fortement « matériau dépendant » donc peu adaptable pour la réalisation de structures répondant à différents besoins concrets.

Dépasser cette limitation est l'un des objectifs de cette thèse expérimentale qui vise à la conception et à la caractérisation d'un métamatériau acoustique ayant une masse et une compressibilité effectives négatives, non matériau dépendant autant que possible. Le modèle choisi consiste en une hétérostructure formée par un wafer de silicium sur lequel sont disposés des résonateurs locaux homogénéisables également en silicium. Le silicium est un matériau courant dont les micro et nano-structurations sont parfaitement maîtrisées en salle blanche.

Les concepts sont testés sur un wafer de silicium, plaque sur laquelle des structures résonantes potentiellement candidates sont gravées. L'approche est donc celle de la mise en place de cellules élémentaires mécaniques dont les modes propres de vibrations sont étudiés, caractérisés. Ces cellules élémentaires sont ensuite organisées afin d'obtenir certaines des propriétés de masse volumique effective ou de compressibilité effective négative recherchées pour le métamatériau.

Le cadre de cette thèse consiste en une étude de l'interaction d'une onde élastique avec un des résonateurs mis ou non en vibration autour d'une de ses résonances. Il s'agit donc d'un problème de diffusion résonante dans des conditions d'homogénéisation (grande longueur d'onde vis-à-vis des dimensions de l'inclusion résonante).

Les ondes élastiques pouvant se propager dans un wafer de silicium placé dans l'air sont des ondes de plaque ou de surface, appelées respectivement *ondes de Lamb* et *ondes de Rayleigh*. Le choix fut fait de borner l'étude à l'interaction des résonateurs avec des ondes de Lamb antisymétriques et symétriques d'ordre 0 (noté A_0 et S_0), pour un domaine de fréquences allant typiquement de $1MHz$ à $10MHz$.

Qu'il soit conçu pour les ondes électromagnétiques ou les ondes élastiques, le métamatériau à résonances locales fait intervenir un couplage entre les résonateurs et l'onde qui se propage dans la matrice. Ce couplage se traduit par la réémission d'une onde par le résonateur (rétrodiffusion cohérente [54]). Ces ondes réémises interfèrent ensuite avec l'onde transmise (onde incidente qui a « traversée » le résonateur). Cette interférence au niveau microscopique est ensuite traduite macroscopiquement à l'aide d'indices effectifs négatifs. L'étude passe donc par la cartographie du champ de réémission, la mesure des vibrations du résonateur, la mesure de la phase de l'onde vis-à-vis du résonateur... Ces critères nous ont conduit à améliorer notre système de mesure interférométriques pour le doter d'un bras opto-mécanique permettant la cartographie avec une résolution spatiale allant jusqu'au micron et un champ de mesure jusqu'à $25 \times 25mm^2$. L'ensemble des caractéristiques de ce montage de type interféromètre de Michelson sera détaillé dans le chapitre 2.

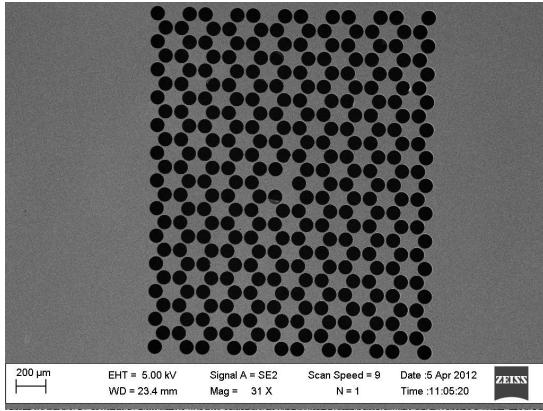
1.5 Familles de résonateurs élastiques

Les deux grandes familles de résonateurs qui ont été étudiées durant cette thèse sont des structures de types « trous » et de type « piliers » sur plaque de silicium. Chacunes d'entre elles conduit à des courbes de dispersion avec des bandes plates (caractéristiques d'un métamatériau) mais comme nous le verrons, le critère d'homogénéisation n'est pas respecté dans tous les cas.

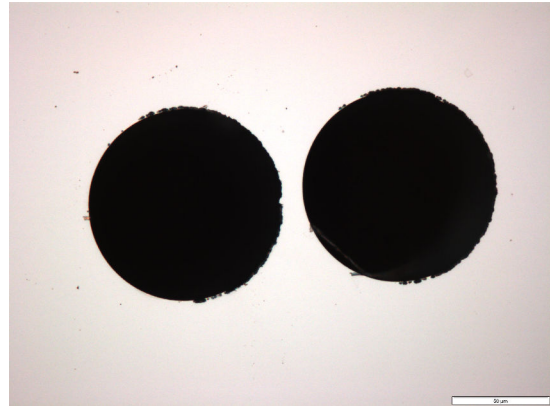
1.5.1 Familles de trous

La première famille de résonateurs que nous avons étudiée, dans la continuité des travaux menés sur les cristaux phononiques, correspond à des paires de trous ou à une cavité phononique planaire (figure 1.10). L'étude a d'abord consisté à mesurer l'interaction des ondes de Lamb antisymétrique A_0 avec des trous isolés puis des paires de trous (figure 1.10b). Ces structures présentent des modes de vibration et une exaltation du champ de déplacement pouvant s'assimiler à des résonances de type Fabry-Pérot ou de Fano [55] [56] [57].

De la même façon, une structure phononique constituée d'un réseau hexagonal de trous dans laquelle un trou a été omis afin de former une cavité planaire résonante, a été étudiée du point de vue des modes de résonance de la cavité. Une image de cet échantillon, qui sera détaillé dans le chapitre 4, est présentée sur la figure 1.10a. Les modes propres de cette cavité et leur dynamique de formation ont particulièrement été analysés.



(a) Image MEB du cristal phononique Honey-Comb et de sa cavité planaire.



(b) Image d'une paire de trous gravée sur substrat de silicium (microscope optique $\times 50$).

FIGURE 1.10 – Images de la cavité planaire et de la paire de trous étudiées au chapitre 4.

Comme nous le verrons dans le chapitre 4, les structures paires de trous et la membrane planaire constituent deux types de résonateurs : la paire de trous étant l'élément microscopique résonant responsable des propriétés de la cavité phononique.

1.5.2 Structures de types piliers

Depuis quelques années, de nombreux travaux font état de l'importance des structures de type pilier pour la conception et l'obtention de métamatériaux acoustiques [58] [59]

[60] [61]. Les piliers sont en effet d'excellents candidats [62] car ils peuvent être modélisés par des oscillateurs harmoniques disposés sur le substrat possédant notamment deux types de résonances, l'une de flexion et l'autre de compression [63] [64]. Ces deux modes de vibrations sont respectivement sans changement de volume avec une vibration de type dipolaire (flexion) et une autre de type monopolaire avec changement de volume (compression) [65] [66].

Des structures phononiques de piliers, de maille carrée, ont été simulées dans le cadre du projet[59]. La figure 1.11 présente un résultat pour une cellule élémentaire caractérisée par le paramètre de maille a , une hauteur de pilier de $h = 275\mu m$, une épaisseur de plaque $e = 100\mu m$ et un diamètre $\phi = 150\mu m$. On peut constater la présence de deux bandes plates autour de $2MHz$ et $5MHz$ avec la présence de structures de bandes caractéristiques de gaps d'hybridisation. La symétrie de vibration des piliers du cristal est de type *dipolaire* pour le mode à $2MHz$ et de type *monopolaire* pour le mode à $5MHz$. S'agit-il de cellules élémentaires pouvant être décrites par une masse volumique négative et une compressibilité négative, permettant de réaliser un métamatériau acoustique ?

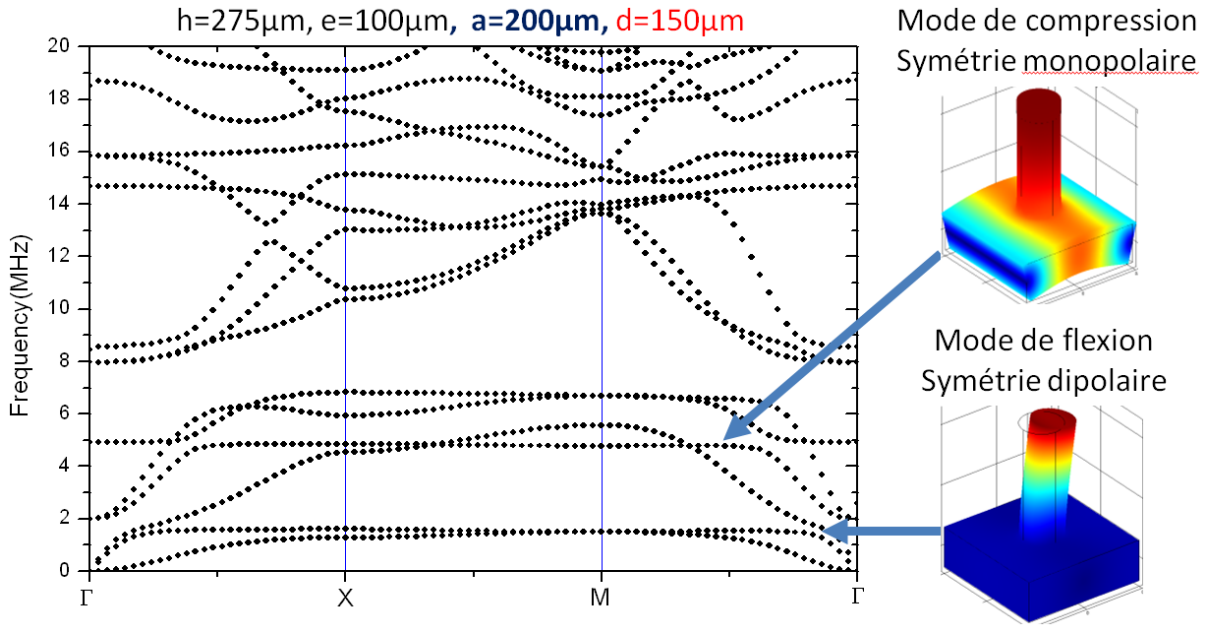


FIGURE 1.11 – Relations de dispersion d'une structure phononique de piliers, de maille élémentaire carrée caractérisée par le paramètre de maille a . Les dimensions du pilier de la cellule sont précisées en haut de la courbe. Les bandes plates correspondent à des modes de vibrations de symétries dipolaire ($\sim 2MHz$) et monopolaire ($\sim 5MHz$).

Deux types de piliers ont été fabriqués pour tester les propriétés de ces structures. Un premier système très simple a consisté à graver directement un pilier dans un wafer de silicium. La technique de gravure est la même que celle employée pour les trous, si ce n'est que l'on creuse tout autour du pilier. La technique de gravure est détaillée au chapitre 5 (p.120).

L'autre système proposé fut un pilier formé par un empilement molybdène/silicium. L'idée étant ici de tirer parti des propriétés en bord de zone de Brillouin d'un super-réseau phononique dans une géométrie de type pilier. Le procédé de fabrication étant complexe,

cette structure a cependant été fabriquée mais sans pouvoir être étudiée (structure obtenue en fin de thèse).

La figure 1.12 regroupe un ensemble d'images montrant un pilier de silicium isolé sur un wafer et un pilier formé par un empilement de bicouches de molybdène/silicium.

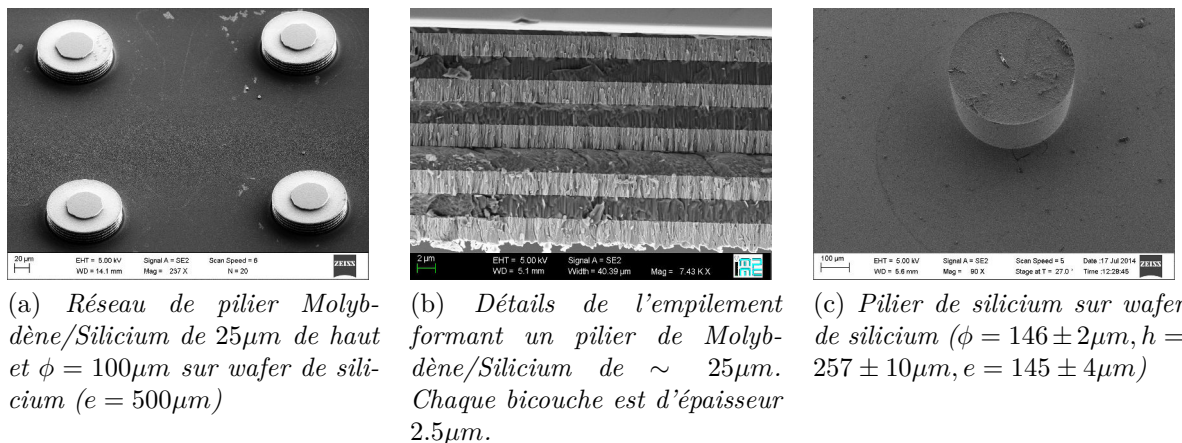


FIGURE 1.12 – Images MEB des deux types de structures piliers gravées par DRIE « Bosh Profond » sur substrat de silicium.

1.6 Conclusion

Les trente dernières années ont vu l'émergence des cristaux phononiques, structures périodiques basées sur les travaux réalisés sur les semi-conducteurs. Ces cristaux phononiques permettent d'envisager le contrôle de la propagation des ondes élastiques. Par exemple, il est possible d'obtenir de la réfraction négative pour certaines plages de fréquences pour lesquelles les courbes de dispersion possèdent des pentes « négatives » (vitesse de groupe négative). Ceci permet d'envisager la réalisation d'une cape d'invisibilité ou la fabrication de lentilles sans aberration focalisant les ondes élastiques, en théorie, en dessous de la limite de diffraction. D'autres dispositifs tels que les lentilles à gradient d'indice utilisent la possibilité de changer simplement la vitesse de propagation en modifiant un paramètre du cristal (diamètre des motifs, distance entre motifs, taux de remplissage,...). Ces lentilles permettent de focaliser les ondes en limite de diffraction [67]. D'autres applications sont envisageables telles que l'exaltation du champ transmis ou la réalisation d'un matériau super-absorbant qualifié de « black hole ». Les structures phononiques présentent l'avantage d'une maîtrise de leurs propriétés par la connaissance des relations de dispersion. Ceci permet une conception suivant les besoins grâce à de l'ingénierie de courbe de dispersion. Elles possèdent une limite importante au niveau de leur miniaturisation car leurs propriétés essentielles sont dues au phénomène de réflexion de Bragg responsable du bandgap.

Les métamatériaux ont vu le jour il y a une dizaine d'années dans l'optique d'améliorer le cristal phononique, voir de le dépasser en permettant d'obtenir de nouvelles propriétés. Le métamatériau doit permettre notamment une miniaturisation des dispositifs et un

élargissement du domaine de fréquence de travail. La stratégie mise en œuvre pour atteindre ces progrès, autant du côté électromagnétique que du côté des ondes élastiques, a consisté à exploiter les résonances de structures homogénéisables. En effet, la diffusion résonante des ondes modifie fortement le champ de l'onde incidente par l'intermédiaire d'un processus de rayonnement d'une ondelette qui interfère avec l'onde incidente. Suivant la nature de la résonance, avec ou sans changement de volume, ce rayonnement est différent et permet donc d'envisager un contrôle global de la propagation. En effet, la théorie de l'élasticité permet de comprendre que la propagation des ondes élastiques résulte d'un processus microscopique de couplage entre deux variations, l'une avec changement de volume, l'autre sans changement de volume. Ainsi, une résonance monopolaire permettrait d'affecter le couplage avec changement de volume, alors qu'un dipôle modifierait la partie sans changement de volume.

L'objectif principal de la thèse a été d'étudier l'interaction des ondes de Lamb avec deux structures résonantes afin de caractériser la diffusion dans des régimes de vibration monopolaire ou dipolaire et de voir comment concrètement elle permettrait de modifier ensuite, par un assemblage judicieux de plusieurs résonateurs, la propagation globale du paquet d'ondes. Dans le cadre de la thèse, les deux systèmes mécaniques considérés sont les suivants :

- Une paire de trous gravée dans un wafer de silicium.
- Un pilier de silicium sur wafer de silicium.

Finalement, l'approche suivie pour la conception d'un métamatériau solide/solide est celle de l'étude des fréquences propres et des modes propres de vibration de structures élémentaires puis de l'interaction des ondes de Lamb A_0 et S_0 sur ces systèmes uniques à résonance afin de dégager les propriétés microscopiques de diffusions résonantes pour permettre ensuite leur utilisation dans le contrôle de la propagation. La fabrication du métamatériau est donc le résultat d'un assemblage de cellules élémentaires aux propriétés diffusantes bien maîtrisées. Cette approche se distingue de celle habituellement menée qui aurait consisté à caractériser, d'un point de vue macroscopique (bandes plates, indices effectifs négatifs, ...), un assemblage de ces candidats potentiels au sein d'une structure phononique [68] [69].

D'un point de vue très général, la principale propriété du métamatériau acoustique est de pouvoir contrôler la propagation des ondes élastiques [70]. En cela cette recherche s'inscrit dans un champ beaucoup plus vaste qui couvre des domaines allant de la diffusion multiple [71] à la manipulation des ondes thermiques [72], jusqu'à celui de la Localisation d'Anderson [73] [74] [75] [76] [77].

Chapitre 2

Détection des ondes de Lamb

2.1 Introduction

La problématique de la thèse est de concevoir un matériau dans lequel la masse volumique et la compressibilité effectives seraient toutes les deux négatives vis-à-vis d'une onde élastique se propageant dans le milieu. Il s'agit d'un problème de diffusion qui passe concrètement par la mesure de l'interaction d'une onde élastique de type Lamb avec un résonateur mécanique (trous ou piliers).

Or une onde réelle est d'énergie finie. Elle est donc de carré sommable par rapport au temps et à l'espace, et admet une transformée de Fourier qui est une somme infinie d'ondes planes progressives monochromatiques complètement caractérisées par leur fréquence, leur amplitude et leur phase $(\nu_i, A_i(\nu_i), \phi_i(\nu_i))$.

Le système de détection doit donc permettre de mesurer l'amplitude et la phase de l'onde, en fonction du temps et de l'espace [78] [79], quelle que soit la polarisation de l'onde élastique, avec une très grande précision (déformations du solide inférieures au nanomètre avec notre technique de génération par processus photoacoustique.).

Dans le cas des ondes élastiques, il est possible de mesurer ces trois paramètres au moins de deux façons différentes [80] :

1. avec contact d'un capteur à la surface de l'échantillon. Les capteurs souvent utilisés sont des accéléromètres ou des peignes interdigités déposés sur matériaux piezoélectriques.
2. sans contact à l'aide d'un faisceau laser. Les montages optiques couramment employés utilisent la déflexion du faisceau produite par la déformation de l'objet, ou la diffraction du faisceau par la surface ou encore relie la déformation de l'objet à la déformation du front d'onde dans une mesure interférométrique [80] [81] [82].

Parmi les mesures sans contact, on distingue les techniques homodynes des techniques hétérodyne [78]. Elles se distinguent respectivement par l'emploi d'une seule fréquence (interférence) ou d'au moins deux fréquences (battements). Les techniques hétérodyne présentent l'avantage d'une stabilisation en phase sans asservissement mécanique nécessaire [83]. L'inconvénient étant alors une bande passante de détection limitée, contrairement au cas homodyne dans lequel la bande passante n'est limitée que par le système d'acquisition (photodiode, oscilloscope, ...).

On distingue deux types de techniques homodynes. La première, utilisant comme

montage de base l'interféromètre de Michelson, consiste en une interférence à deux ondes entre un faisceau de référence et un faisceau réfléchi par la surface en mouvement sous l'effet de l'onde élastique. Le déplacement de surface induit alors après interférence une variation de l'intensité liée au déplacement de surface. La sensibilité est de l'ordre de $10^{-12}m$. Le second type de mesure met en jeu une interférence à N ondes, avec pour configuration de base un interféromètre de type Fabry-Pérot. Le dispositif est alors sensible à la variation de fréquence de l'onde lumineuse produite par le déplacement de surface. Ce type de mesure est extrêmement sensible, avec une sensibilité pouvant atteindre $10^{-18}m$.

Bien que reconnue comme pouvant être moins sensible [84] que la mesure avec contact (notamment avec un peigne interdigité métallique déposé sur un substrat piézoélectrique), la technique interférométrique laser à deux ondes offre de nombreux avantages pour la mesure du champ de déformation d'une onde de Lamb :

- non perturbation de l'onde (absence de diffusion élastique parasite) et non altération de l'échantillon (sans contact) [85].
- possibilité de scanner facilement l'échantillon sur une grande surface [86] [87].
- mesure absolue de l'amplitude de l'onde et de sa phase (concavité « bosse-creux » accessible).
- possibilité d'avoir une grande résolution spatiale ($< 1\mu m$) et fréquentielle ($> 1GHz$) [88]. La bande passante de détection n'est limitée que par celle de la chaîne électronique de détection et par le bruit de photon.

C'est cette technique de mesure sans contact par interférométrie laser à deux ondes que nous avons utilisée pour notre étude de l'interaction des ondes de Lamb avec des structures résonantes sur plaques de silicium. La sonde interférométrique utilisée est un interféromètre de Michelson en lumière polarisée.

L'objectif de ce chapitre est d'exposer le fonctionnement, le calcul de la fonction d'instrument et les limites de notre mesure dans le cadre de notre montage optique et électronique de détection.

La première partie de ce chapitre concerne la description de notre interféromètre et de son principe de fonctionnement. Le schéma optique y est introduit avec un détail des éléments optiques et électroniques qui le compose. Le principe de l'interférence en lumière polarisée est exposé. Une seconde partie traite du réglage pratique du montage et de l'analyse qualitative des interferogrammes observés en fonction des positions des miroirs de la cavité. Cela permet de dégager les éléments utiles à la modélisation du montage pour le calcul de la différence de marche en fonction du déplacement de surface qui est détaillé dans la troisième partie. L'expression de la différence de marche sera également confrontée à celle obtenue grâce au point de vue de l'effet Doppler qui permet en plus de justifier simplement la sensibilité du montage à la seule composante hors plan du champ de déplacement de l'onde. Après le calcul de la fonction d'instrument, le chapitre est consacré à la mesure de la longueur de cohérence et à l'estimation de l'incertitude de mesure afin de dégager les possibilités et les limites du montage. Une dernière partie est consacrée au montage optique différentiel qui permet d'augmenter la sensibilité de la détection d'un facteur deux à partir de la configuration optique de l'interféromètre de Michelson.

2.2 Le montage expérimental

Il s'agit d'un interféromètre de Michelson, dispositif interférométrique à division d'amplitude. Ce montage a été imaginé par Albert Michelson (1852 – 1931) autour des années 1890 afin de tenter de vérifier l'existence d'un hypothétique milieu, appelé « ether », qui aurait dû être le support pour la propagation de l'onde lumineuse. En effet, comme pour les ondes mécaniques ayant besoin d'un milieu matériel pour se propager, il était naturel de supposer que la lumière se propageait dans un milieu, qui notamment, sous l'effet de la rotation de la Terre, devait bouger et donc modifier la vitesse de la lumière selon la direction d'observation. D'où les deux bras à 45° de l'interféromètre de Michelson. Le résultat négatif de cette expérience invalida l'existence de tout support pour la lumière et ouvrit la voie à la théorie de la relativité restreinte d'Einstein.

2.2.1 Description

Le montage optique utilisé pour nos mesures du champ de déplacement est illustré par la photo 2.2 et le schéma de la figure 2.1.

L'interféromètre est éclairé par un laser He-Néon polarisé rectilignement. Le faisceau traverse d'abord un isolateur de Faraday qui permet de réduire toutes les sources de *feedback* dans la cavité laser, et ainsi de limiter l'amplitude du bruit liée aux battements optiques¹. Le faisceau traverse ensuite une première lame cristalline demi-onde (W_1) puis le cube séparateur de polarisation PBS_1 . L'ensemble $\{W_1 + PBS_1\}$ joue le rôle des lames séparatrice et compensatrice de l'interféromètre de Michelson classique. Le cube PBS_1 présente l'avantage d'être autocompensé et d'éviter l'ajout d'une lame compensatrice. La partie du faisceau transmise se propage dans *le bras de référence* qui se compose d'une lame quart-d'onde, du miroir M de réglage et du miroir M_1 monté sur une cale PZT. L'autre partie du faisceau est réfléchi dans *le bras de mesure* qui comprend une lame quart d'onde, un bras opto-mécanique formé de deux périscopes et d'un objectif de microscope qui fait face à l'échantillon de silicium jouant le rôle de miroir M_2 de fond de cavité. Après un aller-retour dans leur bras respectif, chaque faisceau traverse de nouveau le cube PBS_1 puis la lame demi-onde W_4 pour interférer sur les deux sorties du cube PBS_2 , en face desquelles sont placées les photodiodes de mesure PH_1 et PH_2 . Côté détection, les deux chaînes sont identiques et se compose d'une ligne adaptée 50Ω sur laquelle la mesure et l'asservissement du montage sont réalisés.

1. Sans isolateur de Faraday, la mesure est tellement bruitée par les battements qu'elle en est impossible.

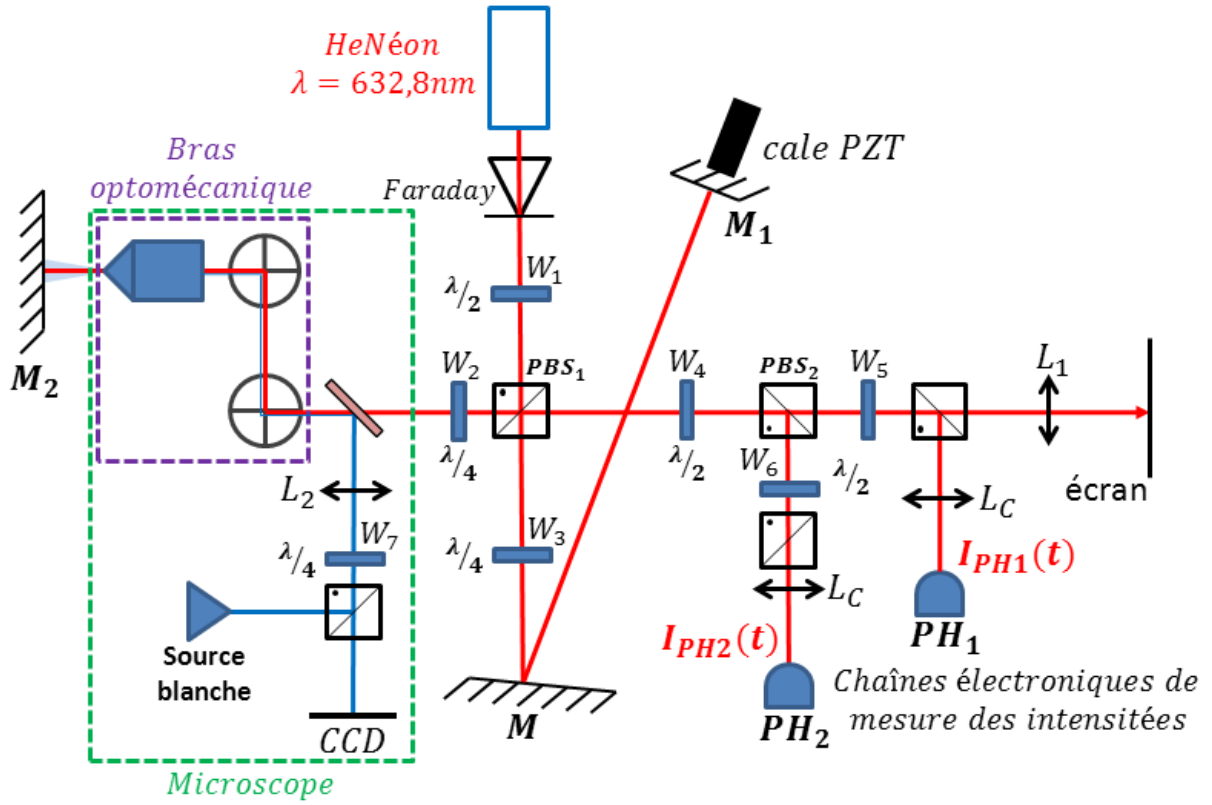


FIGURE 2.1 – Schéma du dispositif optique de détection.

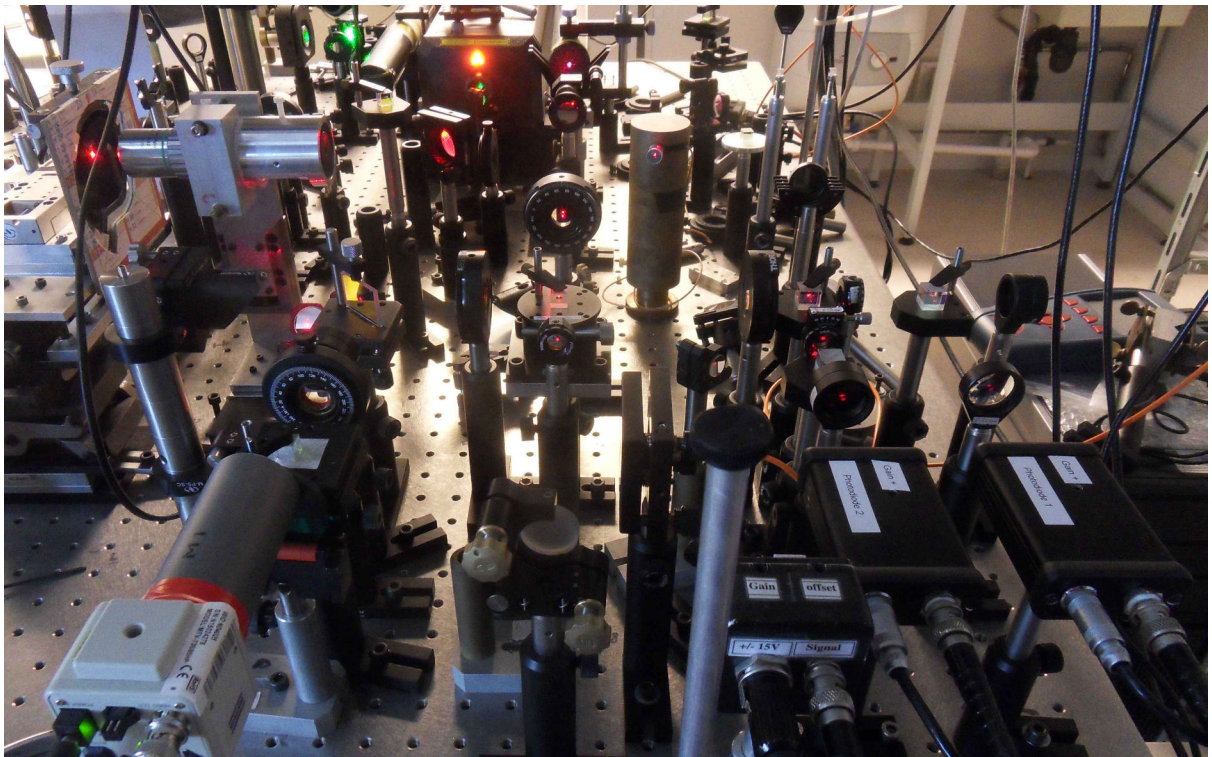


FIGURE 2.2 – Photographie du montage expérimental (avril 2014).

2.2.2 Principe de la mesure du déplacement de surface

L'échantillon de silicium joue le rôle de miroir M_2 de fond de cavité dans l'interféromètre de Michelson. Les ondes élastiques générées à sa surface (Lamb et/ou Rayleigh) se propagent en produisant une variation locale de la position et de l'inclinaison du miroir M_2 . Ceci a pour conséquence de modifier la géométrie de la cavité de l'interféromètre par rapport à un état de repos. Les modifications de la cavité, combinaison linéaire des états *lame d'air* et *coin d'air*, entraînant une variation des intensités I_{PH1} et I_{PH2} en sortie du montage. Ces intensités sont reliées à la différence de marche δ par la formule de Fresnel.

La figure 2.3 illustre le cas d'une variation de type *lame d'air*. La mesure des intensités I_{PH1} et I_{PH2} permet donc de remonter au champ de déplacement de l'onde élastique. Les déplacements du miroir M_2 que l'on cherche à mesurer sont de l'ordre de $\sim 100pm$ (à mettre en relation avec le paramètre de maille du silicium de $543pm$ [89]), ce que le phénomène d'interférence permet de mettre en évidence malgré l'utilisation d'une longueur d'onde bien plus grande ($\lambda \approx 633nm$). Comme nous le verrons, la longueur d'onde n'est qu'un « facteur de gain » pour la détection.

Finalement, le montage peut être vu comme une pointe lumineuse analogue à la pointe d'un AFM posée à la surface de l'échantillon. Cette pointe serait sensible à la composante hors plan du déplacement, sans altérer la surface et pouvant être déplacée pour cartographier le champ de déformation associé à l'onde élastique. Ce chapitre peut être vu comme une caractérisation des « effets de pointes » de cet instrument.

De façon plus général, cette technique fait partie des mesures de contrôle de surface d'objet par interférométrie. Elle est très similaire à celles mises en jeu dans les interféromètres de Fizeau ou de Twyman-Green [90], ou encore à celle de l'analyseur de front d'onde de type *HASO*, même si dans ce dernier cas la phase n'est pas moyennée sur l'ensemble du faisceau mais découpée afin d'être analysée point par point et permettre ainsi l'obtention d'un portrait de phase d'une grande surface en une seule mesure.

Les deux liens suivants illustrent en image le principe de la mesure :

<http://videosphysique.blogspot.fr/2012/04/interferometre-de-michelson-applique>
[lien local](#) [Video1](#).

<http://videosphysique.blogspot.fr/2012/04/deformation-dun-materiau-piezo.html>
[lien local](#) [Video2](#).

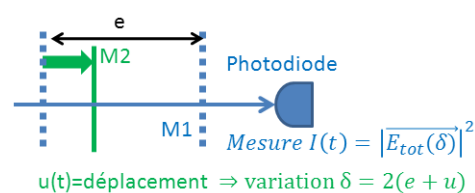


FIGURE 2.3 – D'après la formule de Fresnel, les variations d'intensité sont reliées à la différence de marche qui dans une configuration *lame d'air* est égale au déplacement hors plan de l'onde élastique.

2.3 Les blocs du montage en détails

Le montage se compose de trois blocs autour de la configuration de base de l'interféromètre de Michelson :

- Une source lumineuse.
- Un bras opto-mécanique.
- Un étage de détection.

2.3.1 Laser He-Néon

Le laser He-Néon est un laser à gaz. Le milieu amplificateur est en effet un mélange gazeux d'Hélium et de Néon (He-Ne). Un arc électrique porte les atomes d'Hélium vers des niveaux métastables. L'effet laser provient d'une désexcitation du néon porté dans l'état excité par les collisions avec des atomes d'hélium excités. La raie d'émission du Néon exploitée dans notre laser est celle à $632.8nm$. La largeur de cette raie provient de l'élargissement inhomogène Doppler². Elle est de l'ordre de $\Delta\nu_{He-Ne} \sim 2GHz$.

L'utilisation d'un laser tel qu'un He-Néon permet de disposer d'une source lumineuse de forte intensité, d'une bonne cohérence spatiale (faible divergence du faisceau) et temporelle (modes de cavité), le tout facile d'utilisation (un bouton ON/OFF et 15min de chauffe) et relativement bon marché ($\sim 1000€$).

Ses caractéristiques principales sont résumées dans le tableau 2.1. Pour plus de détails, on pourra consulter la [datasheet](#), référence 25LHP925.

TABLE 2.1 – Principales caractéristiques du laser He-Neon.

Classe	<i>IIIb</i>
Puissance optique	17mW
Diamètre	1mm
Polarisation	rectiligne (500 : 1)
Mode longitudinal	TEM_{00} ($> 90\%$)
Longueur d'onde	$632.816nm$ ($\pm 1pm$)
Divergence	$< 0.03mrad$
ISL	$257MHz$

2.3.2 Bras opto-mécanique et objectif de microscope

La cartographie du champ de déplacement de l'onde élastique est un point essentiel pour l'étude du métamatériau. Dans notre configuration, la cartographie peut être réalisée en déplaçant la sonde par rapport à l'échantillon ou en déplaçant l'échantillon par rapport à la sonde. Sachant que notre source élastique n'est pas fixée à l'échantillon, une cartographie par déplacement de l'échantillon aurait nécessité le contrôle en position de l'échantillon et de la source, soit deux fois plus de difficultés et de sources d'erreurs que la méthode choisie consistant à déplacer la sonde.

Par conséquent, un bras opto-mécanique a été conçu en tout début de thèse afin de permettre la réalisation de cartographies du champ de déplacement sur une surface allant jusqu'à $25 \times 25mm^2$. Il permet de déplacer l'objectif de microscope dans le plan de l'échantillon. Les déplacements du bras sont assurés par des moteurs Newport [modèle MFA-CC](#) dont la précision unidirectionnelle est de $0.3\mu m$ et bi-directionnelle $< 1.5\mu m$, permettant d'atteindre une résolution spatiale $< 1.5\mu m$.

Le positionnement absolu de la sonde par rapport à l'échantillon est assuré par l'utilisation de l'objectif dans un système optique de type *microscope* permettant de voir la

2. La largeur totale de la raie laser résulte de l'addition des raies d'émission individuelles de chaque atome qui du fait de l'agitation thermique possèdent tous des vecteurs vitesses différents vis-à-vis de l'observateur, produisant un shift en fréquence de la raie émise (*Redshift*) : c'est l'effet Dopplet

position de la sonde sur la surface de l'échantillon en temps réel. Il est ainsi possible d'obtenir une précision absolue de positionnement de la sonde de $\sim 5\mu m$ (soit le demi diamètre de la tache focale de l'objectif). Il est possible également de visualiser la surface tout en la cartographiant. Ce dernier point donne un repère visuel du bon fonctionnement du Michelson et de la qualité de son contraste car toute perte de netteté de l'image à l'écran est équivalente à une chute du gain optique de mesure.

TABLE 2.2 – Principales caractéristiques du bras opto-mécanique.

Surface de cartographie	$25 \times 25 mm^2$
Résolution spatiale pas à pas	$0.3\mu m$
Résolution spatiale aller-retour	$< 1.5\mu m$
Positionnement absolu de la sonde	$< 5\mu m$
objectif de microscope	$\times 20$ $ON = 0.42$ tache focale $\phi = 5 \pm 3\mu m$

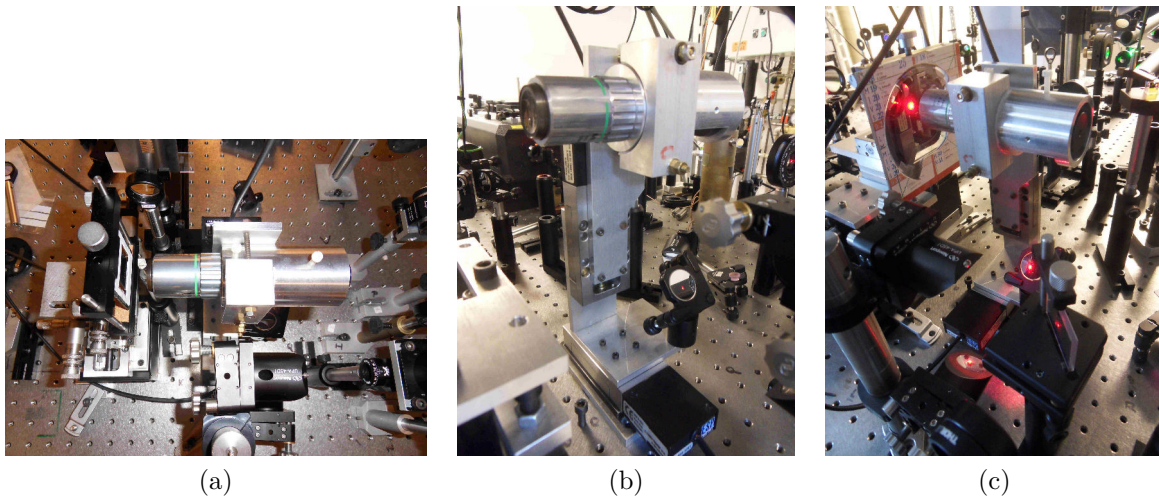


FIGURE 2.4 – Photographies du bras opto-mécanique avec son objectif $ON = 0.42$.

L'emploi d'un objectif pour la mesure présente d'autres avantages :

- Augmenter le rapport signal sur bruit grâce à l'utilisation de toute la puissance optique du laser pour la mesure d'un point du champ de déplacement.
- La mesure peut être considérée comme insensible à toute inclinaison $< 30^\circ$ de l'échantillon par rapport au plan focal de l'objectif. Elle est également beaucoup moins sensible aux variations d'inclinaison lors des cartographies.
- Le gain de l'instrument est moins sensible à la rugosité du substrat qui produit du speckle, source de diminution de l'intensité moyenne en sortie du montage et du contraste[84].

Utilisé avec un laser He-Ne, le diamètre à mi-hauteur de la tache focale a été mesuré à l'aide d'un analyseur de faisceau *BeamMaster Coherent BM2443*, égale à $5 \pm 3\mu m$. Sachant que l'ensemble de la phase du faisceau est moyennée sur nos photodiodes, c'est donc le déplacement élastique hors plan sur une surface de $\approx 20\mu m^2$ qui est moyenné. Pour une onde élastique de surface de longueur d'onde de plusieurs centaines de microns, cela revient à moyennner un déplacement quasi uniforme donc à échantillonner le déplacement

spatialement avec un gain optique proportionnel au produit de l'intensité du laser par le contraste. Ceci implique une cartographie du déplacement point par point.

Une autre solution aurait pu être de mesurer le déplacement sans objectif sur une surface de 3mm^2 , puis au niveau de la détection, d'analyser la phase en chaque point du faisceau laser (technique d'analyse du front d'onde utilisée dans les systèmes de mesure *HASO*). Compte-tenu de l'amplitude des déplacements comprise entre 10 et 100pm pour une bande passante de l'ordre de 1MHz , il est nécessaire d'utiliser toute la puissance du laser pour obtenir un rapport signal sur bruit suffisant.

Finalement, l'objectif de microscope permet principalement deux choses essentielles pour la mesure :

- Augmenter le rapport signal sur bruit en échantillonnant spatialement le déplacement. Toute l'énergie du laser est alors utilisée pour la mesure supposée ponctuelle au vu du diamètre de focalisation par rapport à la longueur des ondes étudiées. Ceci réduit également la sensibilité de la mesure à l'inclinaison et à la rugosité de l'échantillon.
- Une visualisation en temps réel de la surface de l'échantillon que l'on cartographie. Cela permet un positionnement absolu de la sonde par rapport à l'échantillon avec une précision $\sim 5\mu\text{m}$.

Le choix de l'objectif à utiliser pour répondre à ces critères est un compromis entre le diamètre de la tache focale qui limite la plus petite longueur d'onde des ondes élastiques détectables et la sensibilité de la mesure au bruit mécanique du bras qui augmente à mesure que l'on cherche à focaliser d'avantage. En effet, plus on focalise, plus la profondeur de champ diminue, ce qui rend la focalisation délicate et sensible au bruit ambiant. De plus, dans notre montage interférométrique, il est nécessaire d'utiliser un objectif corrigé au mieux de toutes les aberrations géométriques dans une configuration infini-foyer afin d'obtenir une teinte plate la plus homogène possible (ce qui maximise le gain de l'instrument pour une puissance fixée de la source laser).

Les objectifs Plan-Apochromat répondent à ce besoin. Notre objectif est donc un Mitutoyo M PLAN APO $\times 20$. Ses caractéristiques principales sont résumées dans le tableau 2.3. Pour plus de précision, voir la [datasheet](#), modèle 378-804-3. Son prix est $\sim 2000\text{€}$.

TABLE 2.3 – Principales caractéristiques de l'objectif de microscope

O.N	0.42
Pupille entrée	9.25mm
focale	10mm

Un objectif de microscope est un système optique centré composé de lentilles sphériques et/ou asphériques. Idéalement un objectif fournit une image en limite de diffraction sur l'ensemble du champ d'observation (champ limité par la pupille d'entrée de l'objectif), c'est-à-dire une image corrigée de toutes les aberrations (sphérique, hors champ, chromatique). Un tel résultat peut être approché par un assemblage de lentilles de précision.

Pour se faire une idée de la complexité optique d'un tel système, la figure 2.5a présente le schéma optique d'un objectif de type achromatique. Cet objectif d'entrée de gamme ($\sim 200\text{€}$) est tout de même bien corrigé de l'aberration sphérique, de la coma et de l'astigmatisme. Il possède une ouverture numérique de $ON = 0.55$, un grossissement

commercial $\times 40$ et une distance de travail $WD = 70mm$ (Olympus Optical Co, brevet 1974) [91].

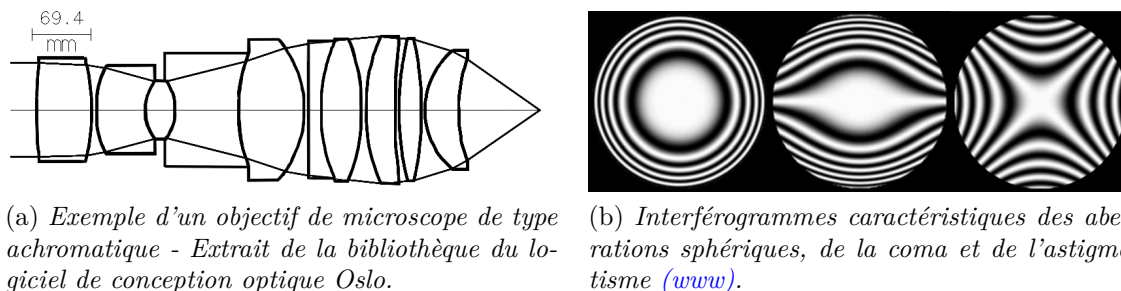


FIGURE 2.5 – Schéma optique d'un objectif de microscope de type achromatique[91] et interférogrammes caractéristiques de trois aberrations géométriques.

En sortie de l'interféromètre, il est très facile de vérifier l'impact de l'objectif sur la mesure en regardant l'interférogramme. En présence de notre objectif $ON = 0.42$, la teinte plate en sortie du montage est quasi similaire à celle sans objectif. La figure 2.5b regroupe trois interférogrammes d'un système optique possédant de l'aberration sphérique ou de la coma ou de l'astigmatisme. Lorsqu'on analyse l'interférogramme de notre objectif, on observe une teinte plate quasi parfaite sans aucune frange d'aberration, sauf parfois un très faible astigmatisme qui se manifeste par des franges sombres hyperboliques .

2.3.3 Chaîne de détection

En sortie du cube PBS_2 , il y a interférence et les intensités I_{PH1} et I_{PH2} sont mesurées à l'aide de deux photodiodes. Nos deux photodiodes, fabriquées au sein du laboratoire, sont des jonctions semiconductrices PN formées de pastilles de silicium de diamètre $\phi = 1.2mm$. Ces jonctions PN permettent d'utiliser l'effet photoélectrique dans le domaine visible. Le silicium est en effet un semiconducteur qui sous l'effet d'un rayonnement électrique produit un photocourant lié à la création de paires électron-trou par les photons absorbés. Ce photocourant est ensuite transformé par l'intermédiaire d'un montage à amplificateur opérationnel en une tension qui peut être mesurée à l'aide d'un oscilloscope.

Elles ont été conçues et calibrées pour avoir une bande passante à $633nm$ de $0 - 100MHz$ avec un gain identique (écart relatif inférieur à 1%) et constant avec la fréquence (variation $< 3\%$). Elle possède également un offset identique, pouvant être fixé entre $20mV$ et $40mV$ avec une stabilité de 0.3%. Adaptées en impédance, elles permettent de réaliser la mesure dans les conditions d'utilisation d'une *détection équilibrée* [84] qui augmente théoriquement le rapport signal sur bruit d'un facteur $\sqrt{2}$ par rapport à une détection n'utilisant qu'une seule photodiode. Le gain mesuré sur notre montage suite à la mise en place de ces photodiodes fut de 30%.

La figure 2.6 schématise les chaînes électroniques en sortie des photodiodes. Les tensions en sortie, $V_1(t)$ et $V_2(t)$, sont numérisées à l'aide d'un oscilloscope de bande passante $0 - 600MHz$ possédant un taux d'échantillonnage allant jusqu'à $5GS.s^{-1}$. Ce taux a toujours été utilisé afin de limiter les phénomènes de sous échantillonnage, notamment au niveau du battement optique visible à $\sim 257MHz$ qui produisait du bruit à $14MHz$ en plein dans le domaine d'étude des fréquences élastiques. Les entrées de l'oscilloscope sont

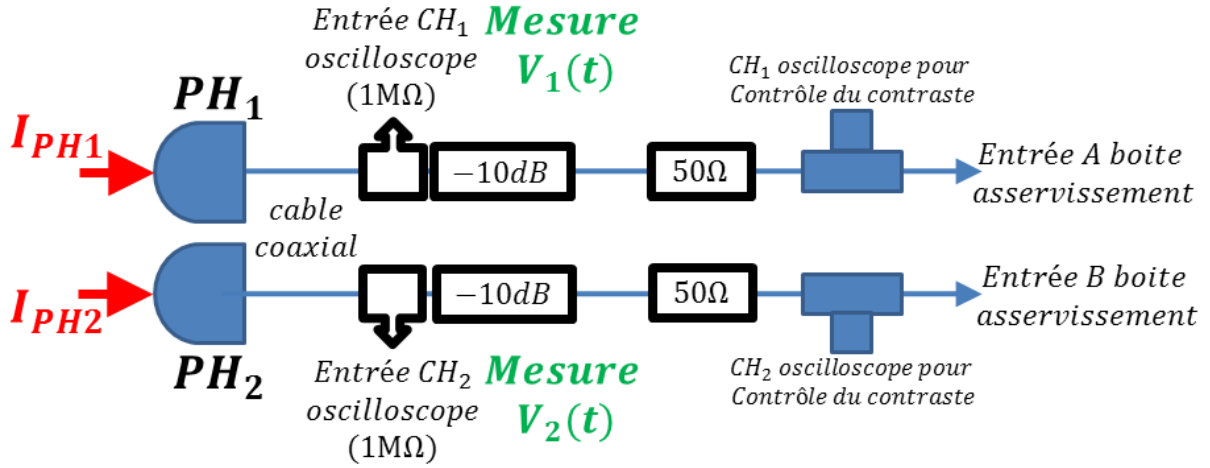


FIGURE 2.6 – Chaines électroniques de mesure et d’asservissement en sortie des photodiodes PH_1 et PH_2

calibrées avec une résistance égale à $1M\Omega$ afin de ne pas perturber la ligne de détection adaptée 50Ω . L’option consistant à maintenir la valeur moyenne du signal centrée dans la fenêtre d’acquisition quel que soit le calibre vertical d’acquisition fut également utilisée car cette option permet de gagner un facteur 30% sur le rapport signal sur bruit de la mesure finale des tensions $V_1(t)$ et $V_2(t)$.

La chaîne de mesures est également connectée au système d’asservissement du montage, nécessaire pour obtenir une réponse linéaire et de meilleur sensibilité comme nous le verrons plus loin.

2.4 Interférences en lumière polarisée

Le phénomène d’interférence existe lorsqu’au moins deux ondes cohérentes se superposent dans un volume de l’espace appelé *champ d’interférence*. Deux ondes sont qualifiées de cohérentes lorsqu’elles sont de même fréquence, issues de la même source (phases identiques à l’origine, notion de *train d’onde*) et sont de même polarisation. Phénomène caractéristique de la nature ondulatoire de la lumière, les interférences lumineuses ont été découvertes au début du 19^e siècle par Thomas Young et Augustin Fresnel, qui, pour ce dernier, s’opposa vigoureusement à la théorie corpusculaire de la lumière de Newton (≈ 1815) en prouvant en outre que deux faisceaux de polarisation différente n’interféraient pas.

Le montage de base de l’interféromètre de Michelson en lumière polarisée ainsi que les états de polarisation du champ électrique le long du dispositif sont résumés sur la figure 2.7.

Pour l’analyse de ce montage en lumière polarisée, on utilise comme base de décomposition du champ électrique les axes des cubes polariseurs (PBS_1 ou PBS_2) [92].

En transmission du cube PBS_1 , la polarisation rectiligne est horizontale (colinéaire à \vec{e}_x). L’axe lent de la lame quart d’onde W_3 est orienté à $\frac{\pi}{4}$ des axes de la base du cube et pointe vers la droite. Par conséquent, la polarisation en sortie de W_3 est circulaire gauche (compte-tenu des orientations choisies et en regardant l’onde venir vers soi). Cette

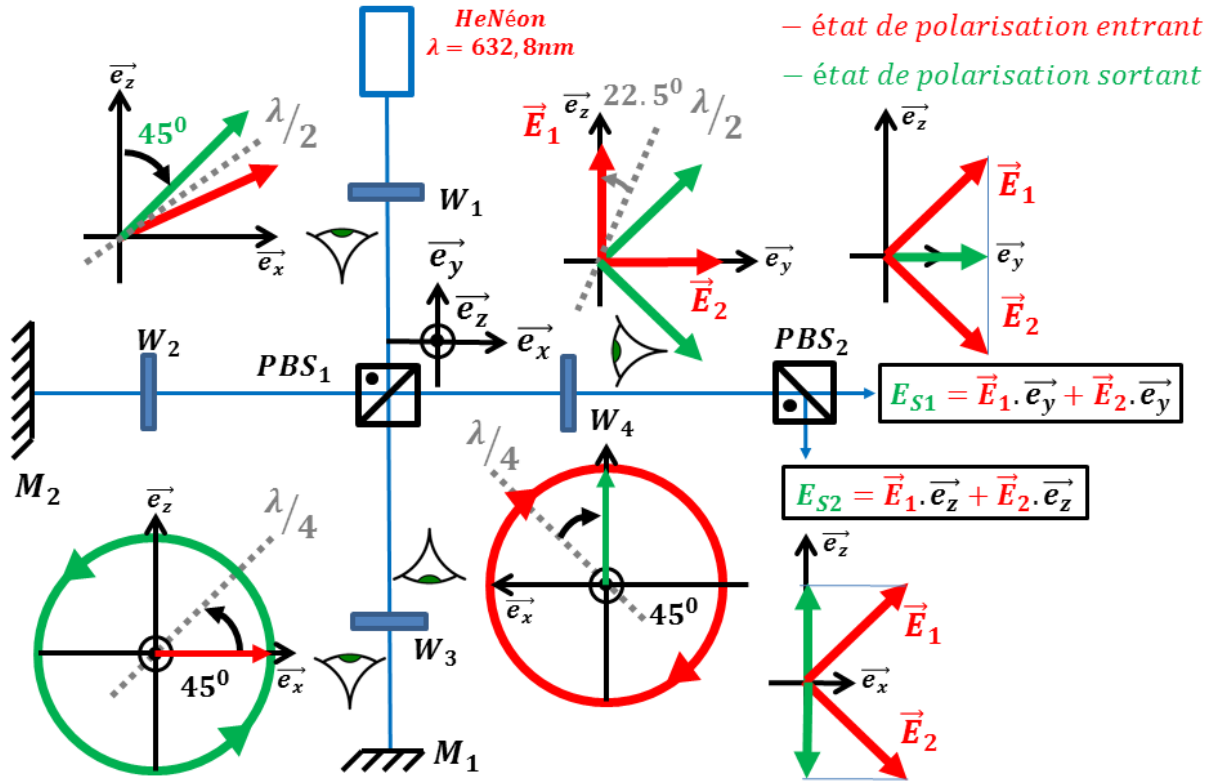


FIGURE 2.7 – Interféromètre de Michelson en lumière polarisée et états de polarisation entrant et sortant au niveau des lames à retard et du cube PBS_2 . Le bras de mesure M_2 , équivalent dans le principe au bras de référence, n'est pas détaillé afin d'alléger le schéma.

polarisation circulaire gauche se réfléchit sur le miroir métallique M_1 ³. Pour observer l'état de polarisation après réflexion, on est obligé de se retourner : la polarisation change alors de sens ! Cette polarisation circulaire droite traverse alors de nouveau W_3 dont l'axe lent est toujours orienté à $\frac{\pi}{4}$ par rapport aux axes de la base mais pointe vers la gauche cette fois-ci. Du coup, après avoir traversé la lame, la polarisation est rectiligne, colinéaire à \vec{e}_z . La lame quart d'onde permet donc de récupérer le champ électrique qui a parcouru la cavité de référence, noté \vec{E}_1 , en sortie du cube PBS_1 .

La propagation dans le bras de mesure est identique. On récupère en sortie du cube PBS_1 le champ $\vec{E}_2 \perp \vec{E}_1$. Ces deux champs n'interfèrent donc pas. Pour observer des interférences, il faut projeter ces deux champs le long d'une même direction. Ceci est possible à l'aide d'un polariseur. Afin de récupérer toute l'information (permettant notamment un asservissement simple de la cavité), on utilise comme système polariseur l'association d'une demi-onde W_4 (pouvant être remplacée par une quart d'onde) avec un cube polariseur PBS_2 . Tant que l'axe lent de W_4 est colinéaire à l'un des axes de la base, PBS_2 ne fait que séparer les polarisations. Par contre dès qu'il ne l'est plus, W_4 fait tourner les polarisations en les gardant orthogonales et on récupère en sortie du cube un champ électrique, somme des projections des deux champs \vec{E}_1 et \vec{E}_2 selon \vec{e}_y en transmission du cube, et selon \vec{e}_z en réflexion. On observe alors des interférences en

3. La réflexion d'un champ électrique sur un métal parfait s'accompagne d'un déphasage de π qui n'a aucune conséquence sur le sens de rotation de la polarisation

sortie du cube.

Remarque : La direction de la polarisation de la lumière émise par le laser se mesure simplement à l'aide d'un polariseur. Elle est fixée par la cavité du laser et ne change pas. Par contre, le sens dépend de la phase à l'émission qui change au rythme de la durée des trains d'onde τ_c . Ce temps est relié à la longueur de cohérence l_c par la relation $\tau_c \sim \frac{l_c}{c}$. Je ne sais pas s'il est possible de mesurer ce paramètre qui n'a aucune influence sur la réponse de l'instrument.

Opposition de phase des intensités en sortie d'un interféromètre

Dans notre montage en lumière polarisée, l'opposition de phase observée entre les deux intensités I_{PH1} et I_{PH2} se comprend mathématiquement parfaitement comme le résultat d'une projection vectorielle.

D'autres montages comme ceux de la figure 2.8 permettent également de récupérer deux intensités en opposition de phase mais la démonstration se limite au principe de conservation de l'énergie.

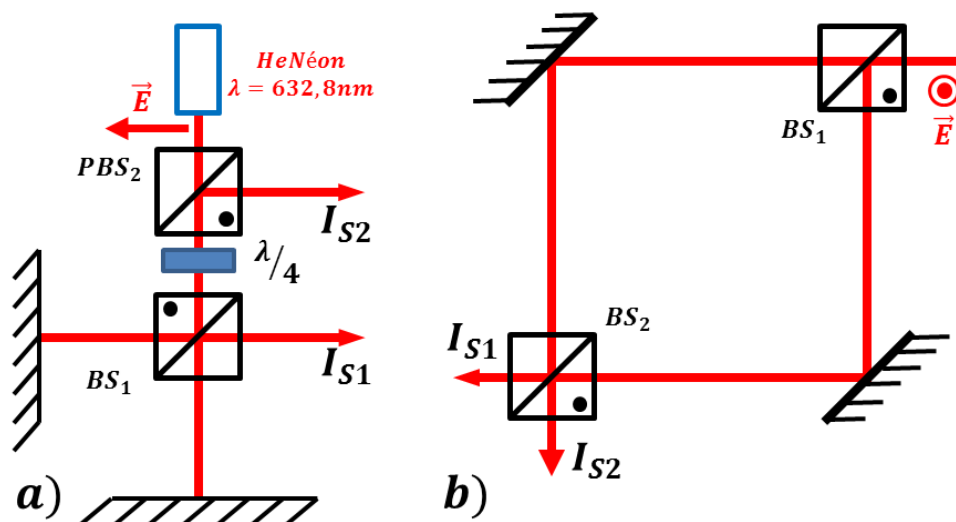


FIGURE 2.8 – Deux montages alternatifs permettant l'obtention de deux intensités en opposition de phase. a) Interféromètre de Michelson utilisant comme séparatrice un cube séparateur non polarisé. b) Montage de type Mach-Zehnder éclairé en lumière polarisée rectilignement.

Considérons le premier montage (fig. 2.8a)). Il s'agit d'un interféromètre de Michelson dont la séparatrice est un simple cube séparateur non polarisé. L'interférence a donc lieu en sortie de ce cube BS_1 , entre deux polarisations circulaires de même sens. Le cube séparateur de polarisation PBS_2 permet de récupérer l'interférence de la sortie située face à l'entrée du laser. L'opposition de phase observée entre les intensités I_{S1} et I_{S2} ne provient d'aucune projection vectorielle et ne peut s'expliquer qu'à l'aide de la conservation d'énergie!?

Dans le second cas, le résultat est encore plus troublant du fait de la simplicité du montage. Il s'agit d'un interféromètre de Mach-Zehnder sans aucun élément polarisant. Expérimentalement, les intensités en sortie sont également en opposition de phase quelle

que soit la polarisation d'entrée. À ma connaissance, seul le principe de conservation de l'énergie permet d'expliquer ce résultat.

L'étude du second montage lorsqu'il est éclairé par un photon unique est à la base de la notion de *contrafractalité* en mécanique quantique.

Ces deux montages, surtout le premier, constituent des alternatives très fiables et moins coûteuses à la configuration optique de notre montage (fig. 2.1).

2.5 Réglage de l'interféromètre

Le protocole de réglage de l'interféromètre se compose d'un réglage « géométrique » et d'un réglage « fin » permettant d'obtenir une interférence de meilleure visibilité sous l'effet d'un déplacement de surface produit par l'onde élastique. Le montage est réglé en configuration *lame d'air*, au plus proche du contact optique. On obtient ainsi une *teinte plate* en sortie du montage dont les variations d'intensité sont de contraste maximal.

Le réglage géométrique est identique à celui de l'interféromètre de Michelson classique. Il consiste à aligner « à l'oeil » le montage au plus proche de la configuration *teinte plate*, notamment pour ce qui est de l'alignement de l'objectif et la minimisation des aberrations de champ.

Le réglage « fin » a été établi pour maximiser le contraste C quelles que soient les circonstances. Il est le point de départ vers le réglage du meilleur gain optique de détection.

2.5.1 « géométrique »

L'objectif du « réglage géométrique » est d'obtenir sur l'écran une interférence de type *teinte plate*, de visibilité maximale pour l'œil.

La première phase du réglage se compose de quatre étapes indépendantes :

- Du fait du problème général de la cohérence spatiale et temporelle, il convient de commencer par équilibrer (à $\pm 10\text{cm}$ près pour notre laser) la distance entre les deux bras du montage, afin d'être au plus proche du *contact optique*.
- Tourner la lame W_1 de façon à mettre un peu plus d'intensité sur le bras de mesure car le miroir M_2 étant du silicium, il réfléchit moins de lumière que le miroir aluminé M_1 .
- Il convient d'aligner le faisceau du bras de mesure au plus proche de l'axe optique de l'objectif de microscope. En jouant sur les réglages des périscopes, il est possible d'obtenir en sortie de l'objectif un faisceau bien centré. Ensuite, on oriente M_2 afin de récupérer un faisceau retour, si possible superposé au mieux au faisceau incident au niveau du cube PBS_1 . Ainsi l'échantillon est perpendiculaire à l'axe optique et il est très proche du plan focal objet de l'objectif.
- Ajuster les miroirs M et M_1 du bras de référence afin de superposer les faisceaux incident et retour.

Remarque :

Pour assurer une interférence à 2 ondes, il est conseillé de désaligner légèrement les lames et cubes qui produisent à leur interfaces des rayons parasites. Les cubes PBS et lames à retard fonctionnent dans leur domaine de spécification avec une tolérance sur l'angle d'incidence $< 3^\circ$ par rapport à la normale. Un léger désalignement limite également le feedback dans la cavité laser.

La deuxième phase du réglage consiste à régler les lames à retard en commençant par les quart d'onde W_2 et W_3 qu'il faut tourner de façon à maximiser l'intensité transmise par chaque bras. On peut par exemple commencer par couper le bras de référence, puis placer un papier entre PBS_1 et W_4 et maximiser l'intensité sur le papier en tournant W_2 . On peut procéder de la même façon pour le bras de référence. Normalement, on a alors deux taches (image des deux sources produites par le Michelson) non superposées sur l'écran. En tournant W_5 , on maximise leur intensité. Si elles sont trop proches, les séparer en jouant sur M .

La troisième phase concerne l'alignement de l'objectif et de l'échantillon. On affine le réglage de la première étape en translatant l'échantillon afin de focaliser, défocaliser le faisceau au niveau de l'écran. Si la tache focalise ou défocalise de façon non symétrique, corriger cet effet (aberrations de champ) en jouant sur la position du faisceau dans l'objectif à l'aide des boutons de réglage des périscope. Le faisceau du bras de mesure ne sera plus touché par la suite. Il est l'axe optique du montage car il correspond au meilleur alignement de l'objectif (pas d'aberration).

Ensuite, on équilibre approximativement l'intensité des deux sources en tournant W_4 de façon à éteindre successivement l'une et l'autre des deux sources. S'il y a déséquilibre des intensités sur l'écran, il convient de tourner W_1 afin de les équilibrer. Ce réglage n'est pas facile à l'œil. Il correspond au fait que l'on souhaite avoir l'intensité en retour de chaque miroir de fond de cavité de même intensité, condition nécessaire à l'obtention d'un contraste proche de 1.

Enfin, on équilibre l'intensité des deux sources à l'aide de W_4 . L'axe lent de W_4 est alors placé au plus proche de l'angle 22.5° par rapport à l'axe vertical (ou horizontal) du cube PBS_2 . Les deux sources sur l'écran sont alors cohérentes, de même intensité et surtout de même polarisation.

Pour observer des interférences, il suffit de jouer sur le miroir M afin d'aligner les sources sur l'écran.

Suite à ce premier réglage, le montage est réglé en configuration *lame d'air* (teinte plate). Le miroir M_2 est dans la zone de profondeur de champ de l'objectif. Le miroir M a été ajusté de façon à aligner les faisceaux (cohérence spatiale). Le miroir M_1 a été translaté pour être proche du contact optique (égalité des chemins optiques des bras de référence et de mesure).

2.5.2 « fin »

Le réglage « fin » concerne la détection et il a pour objectif l'obtention d'une configuration de *détection équilibrée* pour les photodiodes.

Réglages des photodiodes

La détection équilibrée [84] se caractérise par l'utilisation de deux photodiodes adaptées en impédance, c'est-à-dire de même gain et offset sur la même bande passante de détection. Nos deux photodiodes possèdent un bouton de réglage de leur offset afin de les adapter en impédance. La première chose à faire est donc de jouer sur ces boutons pour régler les offsets des photodiodes. On a typiquement des offsets de l'ordre de $30mV$.

Ensuite, on place les photodiodes au plus proche du meilleur foyer des lentilles L_C , ce que l'on obtient en maximisant les valeurs moyennes des tensions V_1 et V_2 .

Réglage des lames W_5 et W_6

Pour atteindre le meilleur contraste, il s'agit dans un premier temps de configurer la position des lames W_5 et W_6 afin d'égaliser les tensions de mesure V_1 et V_2 à une même tension. Pour cela, on coupe le bras de mesure (ou le bras de référence). On a alors une intensité de référence en sortie du cube PBS_1 . On modifie W_4 afin de mesurer la valeur des tensions maximales V_1 et V_2 . En partant d'une position de W_4 maximisant la tension V_2 , on ajuste W_6 pour rendre maximale cette tension. On égalise V_1 à V_2 en jouant sur W_4 pour maximiser V_1 puis sur W_5 pour rendre V_1 égale à V_2 . À l'issue de ce réglage, V_1 est égale à V_2 pour deux positions à 45° l'une de l'autre de W_4 .

Réglage au contraste maximal

Dans la suite du réglage, on va maximiser le contraste, donc il est nécessaire d'allumer la cale PZT que l'on alimente avec un GBF de fréquence sinusoïdale $\nu_{GBF} \sim 1.5kHz$ et d'amplitude $V_{CC} \approx 8V$ (ne pas hésiter à augmenter pour couvrir toute l'interfrange et observer le minimum et le maximum des tensions). Attention à ne pas mettre une fréquence supérieure $10kHz$ car la résonance de la cale est à $18kHz$.

Sachant le bras de mesure coupé, on place W_4 de façon à maximiser la tension V_2 (ou V_1). On ajuste W_3 pour maximiser cette tension. On coupe ensuite le bras de référence. La tension V_2 s'annule, la tension V_1 est non nulle. On maximise cette tension V_1 en jouant sur W_2 .

On ouvre alors les deux bras et on ajuste la valeur moyenne de ces deux tensions à l'aide de W_1 . À ce stade, si toutes les optiques polarisés fonctionnaient de façon théorique, aucune interférence ne devrait être observée sur les signaux V_1 et V_2 puisque W_4 a son axe lent colinéaire à l'un des axes du cube PBS_2 . Or on observe toujours une légère modulation des deux tensions, plus ou moins symétrique. Il est possible de compenser ces fuites en modifiant légèrement W_3 de façon à ce que les interférences soient d'amplitude minimale et en opposition de phase.

En jouant sur W_4 , on fait apparaître des franges de contraste maximal pour une position de l'axe lent de W_4 à 22.5° d'un des axes du cube PBS_2 . Ces franges sont normalement de même contraste, en parfaite opposition de phase. On peut le vérifier en faisant la somme des signaux directement sur l'oscilloscope ; cette somme doit être constante.

À ce stade, il est utile de vérifier le comportement de W_4 . En théorie, une rotation de 360° de W_4 s'accompagne d'une respiration des franges parfaitement équilibré. Or, on observe le plus souvent une dissymétrie des franges d'une position successive à l'autre. L'origine de ce problème est inconnue. Il fut cependant possible de minimiser systématiquement ce phénomène de deux façons différentes :

- En plaçant W_3 entre les miroirs M et M_1 . Le bras de référence peut alors former un coude, avoir une forme quelconque.
- En repliant le bras de référence entre M et M_1 de sorte que l'angle entre le miroir M et la direction incidente du faisceau soit inférieur à 10° . La position de W_3 n'a

plus aucune importance. C'est la solution qui a été retenue, avec W_3 entre PBS_1 et M , et qui est schématisée sur la figure 2.1 page 22.

Ce problème a conduit à placer le bras opto-mécanique sur la sortie s du cube PBS_1 où ce phénomène n'a jamais été observé.

Réglage des miroirs et contraste maximal

Pour atteindre la configuration de teinte plate proche du contact optique avec un contraste maximal souhaité pour la mesure, il convient d'ajuster les miroirs M_1 , M et M_2 . En jouant légèrement sur l'inclinaison de M , on peut maximiser le contraste. En translatant M_2 , on ajuste également le contraste. Le dernier paramètre d'optimisation du contraste est la translation de M_1 vers une position au plus proche d'une égalité des chemins optiques. Au final, on obtient couramment une valeur de contraste entre 0.8 et 0.9.

Augmentation de la sensibilité

Si la valeur moyenne de la tension ($\frac{V_1^{max}+V_1^{min}}{2}$) obtenue à l'issu du réglage vers le meilleur contraste est inférieure à typiquement $500mV$ (niveau de saturation des photodiodes à $\approx 1.5V$), il est possible d'augmenter la sensibilité du montage au déplacement de surface en tournant W_1 de façon à augmenter la valeur moyenne vers le niveau souhaité. Le contraste diminue mais le gain optique augmente. Ce point de réglage de W_1 est discuté dans la section 2.9.6 page 49.

2.6 Etude des interférogrammes

Suite au réglage géométrique et fin de l'interféromètre, celui-ci est placé dans une configuration de teinte plate très proche du contact optique (miroir M_2 au foyer de l'objectif, M ajusté de façon à aligner les faisceaux, M_1 translaté au contact optique). En tournant W_5 , on observe alors une figure d'interférence sur l'écran, d'aspect homogène et circulaire, et dont l'intensité varie à l'œil avec un très bon contraste (forte amplitude de la respiration de l'anneau infini). L'homogénéité de cette teinte plate est signe que l'objectif est très bien corrigé des aberrations (sphérique notamment).

Au cours du temps, l'interférogramme reste en teinte plate. Isolé au maximum des vibrations ambiante par une table à coussin d'air, le montage est équivalent à une lame d'air.

Suivant les positions de M et de M_2 , l'interférogramme observé est très différent. La compréhension de ces interférogrammes va nous permettre de bien comprendre le fonctionnement du montage pour le calcul de la différence de marche.

2.6.1 Effet d'un mouvement du miroir M_1

Une translation de M_1 sur quelques centimètres a pour effet de modifier l'état d'intensité de la teinte plate qui passe par un minimum (proche de zéro) et un maximum. Pour une translation supérieure à $100mm$, on observe toujours une variation de l'intensité mais de visibilité plus faible. Le contraste de l'interférogramme diminue avec la translation. Ceci

est dû à la longueur de cohérence du laser, de l'ordre de 40mm (voir page 56). Dans le cas d'un laser de longueur de cohérence très grande (cas du Verdi par exemple), cette translation aurait été strictement sans effet. Par conséquent, autour du contact optique, une translation du miroir M_1 , par l'action de la cale PZT, est équivalente à la modification d'une épaisseur de lame d'air d'un interféromètre de Michelson éclairé en lumière parallèle.

Une inclinaison du miroir M_1 est équivalente à celle du miroir M . Une inclinaison du miroir M produit des franges d'interférence dans le champ d'interférence, correspondant à la situation de coin d'air dans l'interféromètre de Michelson éclairé en lumière parallèle. En pratique, sans intervention de l'utilisateur, les variations mécaniques ne produisent pas l'apparition de ces franges rectilignes. Les effets de rotation semblent complètement négligeables ou équivalents à des translations du point de vue de la différence de marche.

Finalement, du point de vue du bras de référence, le montage est équivalent à celui de l'interféromètre classique éclairé en lumière parallèle. La figure 2.9 résume les interférogrammes observés à partir du réglage de l'instrument en modifiant M et/ou M_1 .

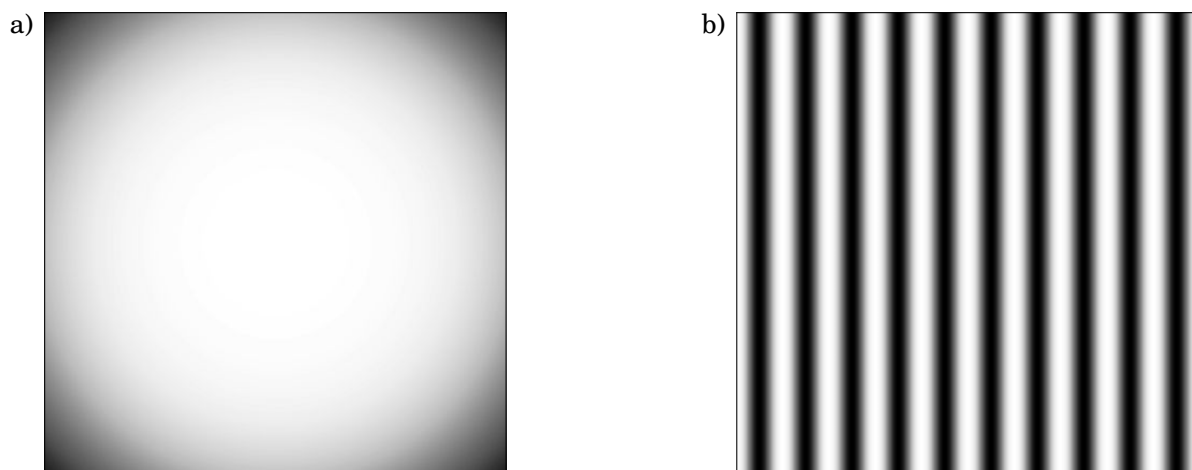


FIGURE 2.9 – Interférences entre deux ondes planes observées dans l'interféromètre selon la position de M et/ou M_1 . a) Teinte plate (anneau infini) correspondant à l'alignement des faisceaux, d'intensité choisie ici égale au maximum obtenu pour $\delta = \lambda[\lambda]$. b) Interférences de deux ondes planes dont les vecteurs d'onde font un angle non nul entre eux. Situation correspondant au cas d'une rotation du miroir M_1 (ou M).

2.6.2 Effet d'un mouvement du miroir M_2

Translation du miroir M_2

Une translation du miroir échantillon M_2 correspond à un défocus par rapport au plan focal objet de l'objectif de microscope. Ce déplacement fait apparaître des anneaux d'interférence. En translatant M_2 de part et d'autre du plan focal, on peut identifier trois types d'interférogrammes, illustrés sur la figure 2.10.

La figure 2.10a correspond à une translation dans la zone de profondeur de champ de l'objectif. Dans cette zone, l'interférogramme conserve l'aspect d'une teinte plate dont l'intensité est fixée par la différence de marche ($I(t) \propto \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}\delta(t)\right)$). La profondeur de

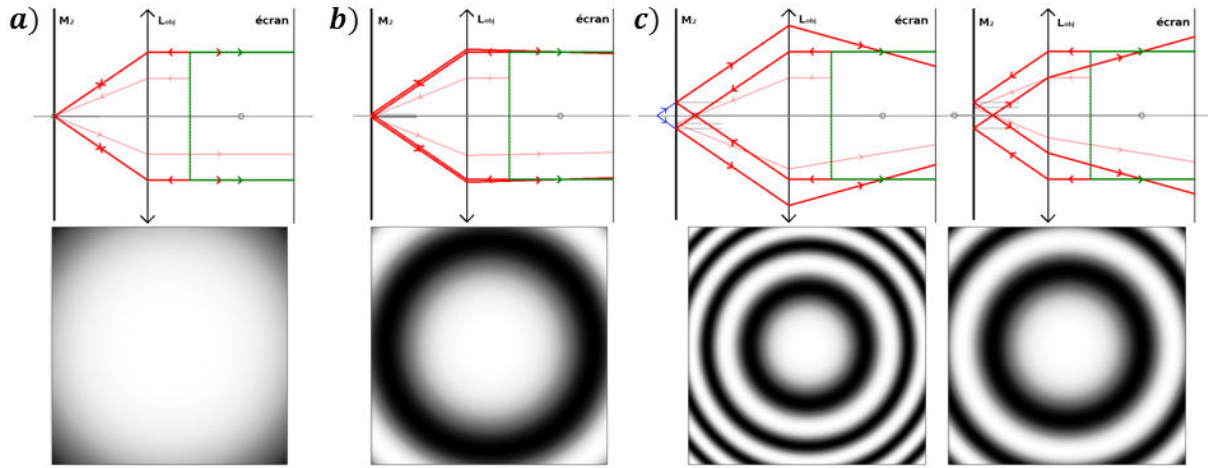


FIGURE 2.10 – Configurations optiques et interférogammes pour trois domaines de translation du miroir M_2 . a) Translation de M_2 dans le profondeur de champ $\Delta z \sim 30\mu\text{m}$ à pleine ouverture. L'interférogramme est une teinte plate. b) Translation en dehors de la profondeur de champ avec quelques anneaux visibles (jusqu'à $\sim 2 - 3$). Cette interférogamme est symétrique de part et d'autre du plan focal. c) Forte translation du miroir. Une dissymétrie des anneaux est observée avec des anneaux plus larges lorsque M_2 se situe entre le foyer et la lentille, et des anneaux plus resserrés lorsque M_2 est au delà du point focal.

champ de notre objectif (p. 27) est donnée par $\Delta z \sim \frac{f^2}{2\phi^2} \lambda \sim \frac{(10^{-2})^2}{2(10^{-3})^2} \lambda \sim 50\lambda \sim 30\mu\text{m}$. Sur une zone de position de M_2 d'environ $\sim 30\mu\text{m}$, le front d'onde en sortie du bras de mesure peut donc être considéré comme plan.

Au delà de la profondeur de champ, on observe des anneaux d'interférence. La figure 2.10b correspond au domaine dans lequel le nombre d'anneaux varie de 0 à ≈ 2 , avec un interférogramme identique de part et d'autre du plan focal (z négatifs ou positifs). La présence des anneaux provient du fait que les rayons arrivent avec des angles sur l'écran. Le montage est alors équivalent à celui d'un interféromètre éclairé en lumière divergente.

Lorsque le défocus augmente d'avantage, l'aspect des anneaux n'est plus le même suivant la position de M_2 par rapport au plan focal. La figure 2.10c) représente le tracé des rayons qui permet de comprendre l'origine de cette dissymétrie qui tient au fait que le diamètre de référence ne change pas.

Rotation du miroir M_2

Une rotation de l'échantillon autour d'une position dans la profondeur de champ correspond à une translation de l'axe optique du système. La tache source circulaire d'intensité homogène du bras de mesure se translate par rapport à la tache source de référence. La zone d'interférence est modifiée et correspond alors à un « œil de chat » (voir figure 2.11).

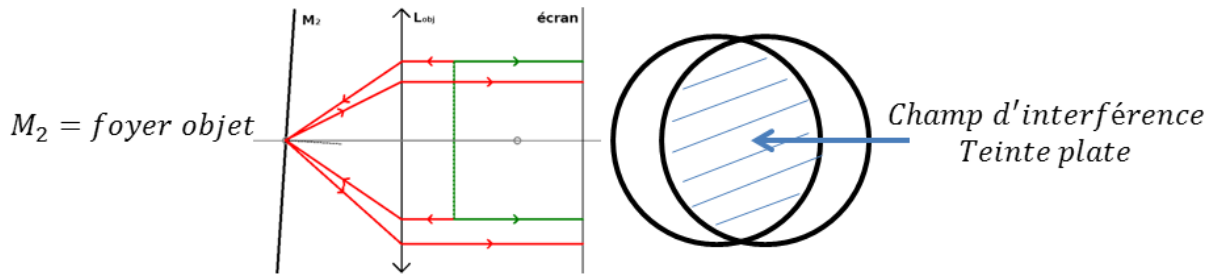


FIGURE 2.11 – Schéma optique et interférogramme dans une configuration de pure rotation de M_2 à partir de la configuration teinte plate du Michelson. Dans l'œil de chat, l'intensité est celle d'une teinte plate.

Rotation et translation du miroir M_2

En défocalisant l'échantillon suite à une rotation par rapport à la configuration teinte plate, l'interférogramme évolue vers des anneaux circulaires dans l'œil de chat. Si l'on intègre l'ensemble de l'intensité, cela équivaut à une chute de sensibilité du montage à la détection d'un déplacement puisqu'une variation de position de M_2 ne s'accompagne plus d'un changement d'intensité.

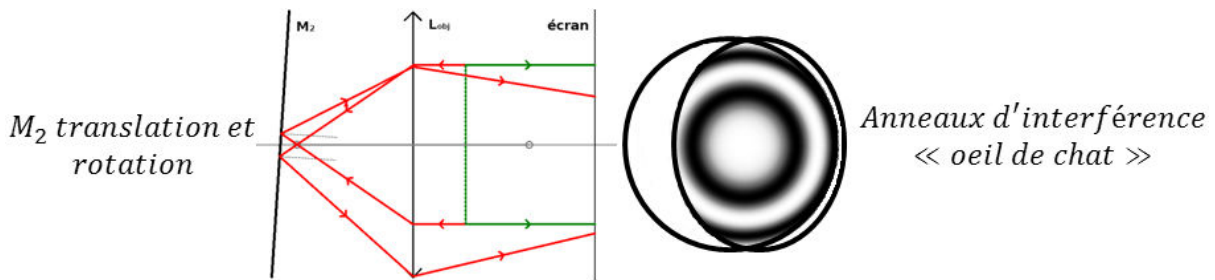


FIGURE 2.12 – Schéma optique et interférogramme dans une configuration de rotation et de translation de M_2 à partir de la configuration teinte plate du Michelson. L'œil de chat contient maintenant des anneaux d'interférences.

Il est intéressant de remarquer tout de suite qu'en présence d'une onde de surface, au plus fort de l'inclinaison du miroir M_2 , la variation d'épaisseur d'air est nulle, donc l'intensité totale est égale à la somme des intensités des deux bras. Le seul effet de l'inclinaison est de décaler les taches lumineuses. Pour une onde d'amplitude 10pm et de fréquence 10MHz , le décalage de l'axe optique est de l'ordre de $\epsilon \sim f' \frac{\partial u}{\partial t} \sim 10^{-2} \times 10^{-11} \cdot 10^7 \sim 10^{-6}$. Les taches ne sortent donc pas de la zone d'intégration des détecteurs. Il n'y a donc aucune variation d'intensité moyenne : l'inclinaison est sans effet. Entre le maximum de l'onde et le flan, la zone d'interférence varie en toute rigueur légèrement en contraste : le contraste diminue de l'ordre de $\sim \frac{10\epsilon}{\phi} \sim 10^{-8}$ avec ϕ le diamètre du laser. La variation de contraste, même pour plusieurs centaines de picomètres est complètement négligeable (incertitude de mesure sur le contraste de 3% donc très supérieure à cette variation) : l'effet d'inclinaison sera donc négligé par la suite, aussi bien sur M_2 que sur M_1 .

Ceci est confirmé visuellement sur l'interférogramme : on observe des anneaux dans l'œil de chat toujours bien contrastés, et ce même avec un œil fin ! Donc pour les ondes

de surface faisant intervenir des déplacements très petits, ce phénomène est tout à fait négligeable.

2.7 Modélisation du montage et expression de la différence de marche

2.7.1 Montage simplifié

D'après la formule de Fresnel des interférences, l'intensité en sortie du montage est une fonction de la différence de marche δ dont le calcul en fonction du déplacement de surface nécessite quelques hypothèses de simplification du montage.

D'après ce qui précède, notre laser peut être modélisé par une source monochromatique de longueur d'onde λ émettant un faisceau de rayons parallèles (ondes planes). Les rayons sont tous indépendants entre eux (cadre de l'optique géométrique) et on peut leur associer un champ électrique élémentaire complexe $\vec{E}(M, t)$. Le diamètre du faisceau laser vaut $\phi = 1mm$ (voir tableau 2.1 page 24).

L'objectif de microscope peut être modélisé par une lentille mince convergente (stigmatique et aplanétique) utilisée dans les conditions de Gauss (donc pas d'aberration), de focale $f' = 10mm$ (voir tableau 2.3 page 26).

Nos photodiodes sont sensibles uniquement à la moyenne temporelle du carré du champ électrique (ce sont des détecteurs quadratiques et « lents »). On définit l'intensité (ou éclaircissement) de la façon suivante :

$$I(M, t) = \frac{2K}{T_R} \int_0^{T_R} \|\vec{E}(M, t)\| dt \quad \text{notation réel}$$

$$I(M, t) = K |\vec{E}(M, t)|^2 = K \vec{E}(M, t) \vec{E}^*(M, t) \quad \text{notation complexe}$$

Avec :

- ★ $\vec{E}(M, t) = \Re [\vec{E}(M, t)]$
- ★ K : constante
- ★ T_R : temps d'intégration du détecteur ($\sim \frac{1}{20}s$ pour l'œil et $\sim 10^{-8}s$ pour notre photodiode).

On ne considère donc dans la suite que le champ électrique de la lumière et on oublie le champ magnétique (il faut préciser que dans notre montage, le champ \vec{B} n'interagit pas avec le champ \vec{E} : on est dans le cadre de l'approximation scalaire qui nous permet d'étudier l'un sans l'autre).

Par conséquent, après réglage géométrique et fin, l'interféromètre est dans une configuration équivalente au montage de la figure 2.13.

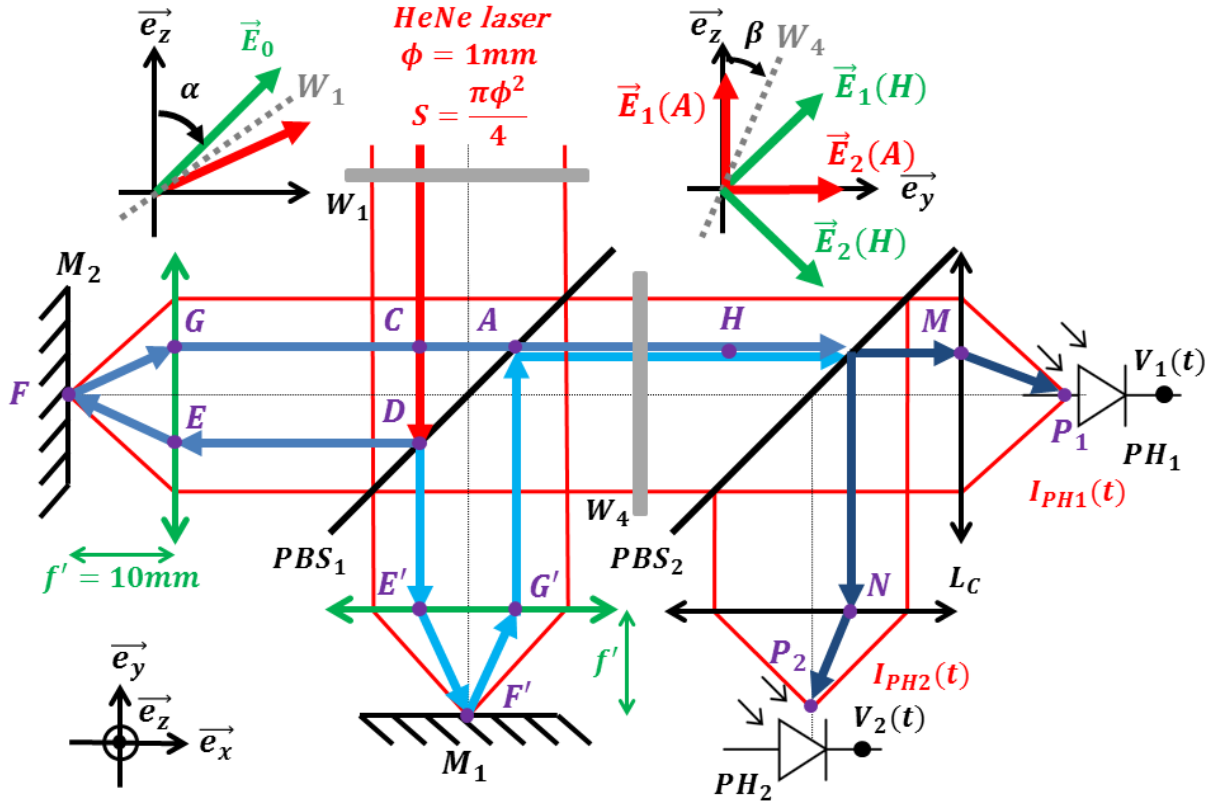


FIGURE 2.13 – Montage simplifié de l'instrument avec les notations utilisées pour le calcul de la différence de marche.

Ce schéma équivalent fait intervenir une lentille « fictive » au niveau du bras de référence. Il est en effet possible de rajouter cet élément sans changer le résultat du calcul dans la mesure où la distance $E'F'$ est fixe. En choisissant la focale de cette lentille égale à celle de l'objectif, on simplifie le calcul.

2.7.2 Expression de la différence de marche $\delta(M, t)$

Comme nous l'avons vu, les mouvements de M_1 sont tous équivalents au niveau de l'interférogramme à un mouvement de translation parallèlement à l'axe optique, conduisant à une différence de marche de type « lame d'air ».

Supposons maintenant la présence d'une onde élastique au niveau du miroir M_2 . Sous l'effet de cette onde, il y a translation et rotation du miroir M_2 par rapport à sa position de repos, confondue avec celle du miroir M_1 . Comme nous l'avons vu dans l'étude des interférogrammes, l'effet de la rotation induite par l'onde est totalement négligeable sur la variation de l'intensité mesurée en sortie du montage (voir page 37).

La figure 2.14 présente le montage équivalent replié dans le cas où le miroir M_2 est translaté. Il s'agit de la situation classique d'une lame d'air éclairée en lumière divergente. Dans la mesure où l'on néglige l'effet de rotation, cette situation se retrouve tout le long de la déformation, impliquant uniquement la mesure du déplacement hors plan du champ de déformation de l'onde élastique. Autrement dit, on ne mesure que la composante du champ de l'onde colinéaire à l'axe optique \vec{e}_x , qui dans le cas de notre montage est fixé

par l'objectif. On ne mesure donc que la moitié de l'information des ondes de Lamb de symétrie A_0 et S_0 dont les champs de déplacements sont polarisés elliptiquement dans le plan sagittal.

D'après la définition de la différence de marche et selon les notations du schéma simplifié 2.14, on peut écrire :

$$\begin{aligned}\delta(M, t) &= (SM)_2 - (SM)_1 \\ &= SD + DE + EF + FG + GA \\ &\quad - SD - DE' - E'F' - F'G' - G'A \\ &= 2(DE - DE') + 2(FG - F'G') \\ &= 2e + 2u \cos \theta\end{aligned}$$

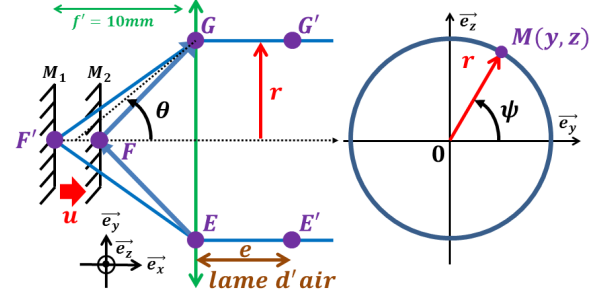


FIGURE 2.14 – Schéma du montage équivalent replié avec translation de M_2 .

D'où :

$$\delta(M, t) = 2e(t) + 2u(t) \cos \left(\arctan \frac{r}{f} \right) = 2e + \frac{2u}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{f^2}}} \quad (2.1)$$

Il est possible de faire le développement limité $FG - F'G' \sim u \cos \theta$ si $u \ll f'$, ce qui est largement vérifié puisque l'interférogramme garde un aspect de teinte plate même sous l'effet des bruits mécaniques de translation de M_2 par rapport au point focal qui sont en pratique d'amplitude $\approx 1\mu m$, ie. $10\times$ plus faible que la profondeur de champ.

La différence de marche s'exprime donc comme la somme de deux termes dont le premier, $2e$, s'identifie à la différence de marche d'une *lame d'air* éclairée en lumière parallèle alors que le second s'identifie également à celui d'une lame d'air mais éclairé en lumière divergente.

Ces deux termes décrivent parfaitement ce que l'on a pu observer lors de l'étude qualitative des interférogrammes (voir page 2.6).

2.7.3 Point de vue de l'effet Doppler

Il est possible de comprendre le fonctionnement de l'instrument en réalisant que le miroir M_2 qui oscille au foyer de l'objectif est similaire à l'oscillation d'une source ponctuelle située à l'infini. On pourra consulter l'ouvrage de référence *Laser Ultrasonics* [84] page 84.

L'oscillation du miroir M_2 se fait par rapport aux photodiodes PH_1 et PH_2 , fixes dans le référentiel du laboratoire. Or le déplacement d'une source par rapport à un détecteur fixe produit au niveau de ce dernier un changement de fréquence de l'onde entre son émission et sa réception. Dans le cas de la lumière, cet effet est appelé *effet Doppler-Fizeau*.

Le mouvement du miroir M_2 sous l'effet de l'onde produit donc un décalage en fréquence de la lumière du bras de mesure, shift en fréquence que l'on mesure grâce à un battement avec la lumière du bras de référence. Notre mesure est donc très similaire de ce point de vue à la mesure

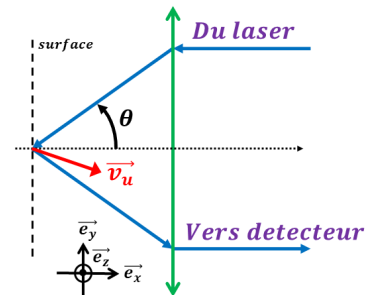


FIGURE 2.15 – Illustration du principe de l'effet Doppler.

de la diffusion Brillouin (qui utilise un Fabry-Pérot du fait du besoin d'une très grande sensibilité).

La figure 2.15 illustre le principe du décalage en fréquence de la lumière lorsque la surface est le siège d'un phénomène ondulatoire. La formule donnant le décalage Doppler en fréquence pour un rayon du faisceau est la suivante :

$$\delta\nu_D = \frac{2\vec{v}_u \cdot \vec{e}_x}{\lambda} \cos(\theta) + \frac{2\vec{v}_u \cdot \vec{e}_y}{\lambda} \sin(\theta) \quad (2.2)$$

Avec \vec{v}_u la vecteur vitesse du champ de déplacement de l'onde.

Quelques commentaires sur cette expression :

- L'impact de l'ouverture numérique apparaît naturellement au travers de l'angle θ . Le shift doppler est différent suivant l'angle sous lequel le rayon « voit » la source se déplacer.
- La sensibilité de la détection uniquement à la composante hors plan se démontre rigoureusement. En effet l'intégration des rayons symétriquement par rapport à l'axe optique annule le terme en sinus, relatif à la composante dans le plan. Pour de petits angles (comme dans le cas de la rotation du miroir M_2 sous l'effet de l'onde), en toute rigueur, on mesure une partie du déplacement dans le plan mais cela reste négligeable face à la composante hors plan. La littérature indique qu'il est possible de mesurer la composante dans le plan en inclinant l'échantillon d'un angle supérieur ou égale à 30° par rapport à la normal [84]. Avec cette approche, il apparaît qu'une mesure faisant intervenir les rayons du bord du faisceau pourrait permettrait de remonter au déplacement dans le plan. De plus, on constate clairement qu'une mesure du déplacement faisant intervenir les rayons au centre du faisceau n'est pas identique à une mesure faisant intervenir les rayons du bord du faisceau.

2.8 Calcul des intensités I_{PH1} et I_{PH2}

2.8.1 Expressions des champs électriques

Considérons le rayon appartenant au faisceau laser du montage simplifié de la figure 2.13 (p. 39). On lui associe le champ électrique complexe \vec{E}_0 . En sortie de W_1 , ce champ fait un angle α avec l'axe \vec{e}_z .

Au point A , en sortie du cube PBS_1 , les champs électriques complexes associés aux rayons sortant du bras de référence M_1 et du bras de mesure M_2 sont respectivement notés $\vec{E}_1(A, t)$ et $\vec{E}_2(A, t)$.

On note R_1 et R_2 les coefficients de réflexions des miroirs M_1 et M_2 .

Les expressions de ces champs en notation complexe au point A en fonction du chemin optique parcouru dans chaque bras sont données par les relations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{E}_1(A, t) = \vec{E}_1 e^{i(\omega t + \varphi_1(A, t))} = R_1 E_0 \sin \alpha e^{i(\omega t + \varphi_1(A, t))} \vec{e}_z = \underline{E}_1(A, t) \vec{e}_z \\ \vec{E}_2(A, t) = \vec{E}_2 e^{i(\omega t + \varphi_2(A, t))} = R_2 E_0 \cos \alpha e^{i(\omega t + \varphi_2(A, t))} \vec{e}_y = \underline{E}_2(A, t) \vec{e}_y \end{cases} \quad (2.3)$$

Avec :

- $\varphi_1(A, t) = \frac{2\pi}{\lambda}(SA)_1$ et $\varphi_2(A, t) = \frac{2\pi}{\lambda}(SA)_2$
- $(SA)_1$ et $(SA)_2$ sont les chemins optiques respectifs du bras de référence et du bras de mesure entre le point d'observation A et la source S supposée située à l'infini (modèle de l'onde plane émise par le laser He-Néon).
- En posant $E_1(\alpha) = E_0 R_1 \sin \alpha$ et $E_2(\alpha) = E_0 R_2 \cos \alpha$, on obtient les expressions des intensités $I_1(\alpha) = I_0 R_1^2 \sin^2 \alpha$ et $I_2(\alpha) = I_0 R_2^2 \cos^2 \alpha$ en sortie du cube PBS_1 et respectivement issues du bras de référence et du bras de mesure.

Au point H , après avoir traversé la lame demi-onde W_4 , les champs s'expriment en fonction de l'angle β orienté de l'axe \vec{e}_z vers l'axe lent de W_4 :

$$\vec{E}_1(H, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}_1(H, t) \sin 2\beta \\ \underline{E}_1(H, t) \cos 2\beta \end{pmatrix} \quad \vec{E}_2(H, t) = \begin{pmatrix} 0 \\ \underline{E}_2(H, t) \cos 2\beta \\ -\underline{E}_2(H, t) \sin 2\beta \end{pmatrix}$$

On a donc au point M , en transmission du cube PBS_2 :

$$\vec{E}(M, t) = (\underline{E}_1(M, t) \sin 2\beta + \underline{E}_2(M, t) \cos 2\beta) \cdot \vec{e}_y$$

Et au point N , en réflexion du cube PBS_2 :

$$\vec{E}(N, t) = (\underline{E}_1(N, t) \cos 2\beta - \underline{E}_2(N, t) \sin 2\beta) \cdot \vec{e}_z$$

2.8.2 Expression des intensités

Le faisceau laser est considéré comme un ensemble de rayons indépendants dans le cadre de l'optique géométrique. Il peut donc être vu comme un ensemble de sources ponctuelles distinctes situées à l'infini. Ces sources sont donc incohérentes entre elles et deux rayons différents n'interfèrent donc pas entre eux sur le détecteur mais donnent leur propre système de frange, leur propre intensité élémentaire dI . L'intensité totale est alors la somme des intensités élémentaires données par chaque rayon appartenant au faisceau $I(M, t) = \iint_{M \in \mathcal{S}} |d\underline{E}(M, t)|^2$ avec \mathcal{S} la surface du faisceau laser de diamètre ϕ .

L'intensité I_{PH1} au niveau de la photodiode PH_1 est donc donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned} I_{PH1}(t) &= \iint_{M \in \mathcal{S}} \left| \underline{E}(M, t) \right|^2 dS = \iint_{M \in \mathcal{S}} \underline{E}(M, t) \underline{E}(M, t)^* dS \\ &= \iint_{M \in \mathcal{S}} \left| E_1(\alpha) \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta e^{i\Delta\varphi(M, t)} \right|^2 dS \end{aligned}$$

Or :

$$\begin{aligned} & \left| E_1(\alpha) \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta e^{i\Delta\varphi(M, t)} \right|^2 \\ &= \left(E_1(\alpha) \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta e^{i\Delta\varphi(M, t)} \right) \times \left(E_1(\alpha) \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta e^{-i\Delta\varphi(M, t)} \right) \\ &= dI_1(\alpha) \sin^2 2\beta + \sqrt{dI_1(\alpha) dI_2(\alpha)} \sin 2\beta \cos 2\beta e^{-i\Delta\varphi(M, t)} \\ & \quad + \sqrt{dI_1(\alpha) dI_2(\alpha)} \sin 2\beta \cos 2\beta e^{i\Delta\varphi(M, t)} + dI_2(\alpha) \cos^2 2\beta \\ &= dI_1(\alpha) \sin^2 2\beta + dI_2(\alpha) \cos^2 2\beta + 2\sqrt{dI_1(\alpha) dI_2(\alpha)} \sin 2\beta \cos 2\beta \cos(\Delta\varphi(M, t)) \end{aligned}$$

Sachant $dI_1 = \frac{I_1}{S}d\mathcal{S}$ et $dI_2 = \frac{I_2}{S}d\mathcal{S}$, avec I_1 et I_2 les intensités respectives en sortie du bras de référence et de mesure, on en déduit l'expression de I_{PH1} :

$$\begin{aligned} I_{PH1}(\alpha, \beta, t) &= \iint_{M \in \mathcal{S}} dI_1 \sin^2 2\beta + dI_2 \cos^2 2\beta + 2\sqrt{dI_1 dI_2} \sin 2\beta \cos 2\beta \cos(\Delta\varphi(M, t)) dS \\ &= I_1(\alpha) \sin^2 2\beta + I_2(\alpha) \cos^2 2\beta + \frac{\sqrt{I_1(\alpha)I_2(\alpha)}}{S} \sin 4\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} \cos(\Delta\varphi(M, t)) dS \end{aligned} \quad (2.4)$$

On procède de la même façon pour le calcul de I_{PH2} et on obtient :

$$I_{PH2}(\alpha, \beta, t) = I_1(\alpha) \cos^2 2\beta + I_2(\alpha) \sin^2 2\beta - \frac{\sqrt{I_1(\alpha)I_2(\alpha)}}{S} \sin 4\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} \cos(\Delta\varphi(M, t)) dS \quad (2.5)$$

On définit les intensités moyennes au niveau des photodiodes de la façon suivante :

$$\begin{aligned} I_{mean}^{PH1}(\alpha, \beta) &= I_1(\alpha) \sin^2 2\beta + I_2(\alpha) \cos^2 2\beta \\ I_{mean}^{PH2}(\alpha, \beta) &= I_1(\alpha) \cos^2 2\beta + I_2(\alpha) \sin^2 2\beta \end{aligned} \quad (2.6)$$

Les expressions de I_{PH1} (2.4) et I_{PH2} (2.5) peuvent alors être un peu simplifiées :

$$\begin{aligned} I_{PH1}(\alpha, \beta, t) &= I_{mean}^{PH1}(\alpha, \beta) + \frac{\sqrt{I_1(\alpha)I_2(\alpha)}}{S} \sin 4\beta \iint \cos \Delta\varphi(t) \\ I_{PH2}(\alpha, \beta, t) &= I_{mean}^{PH2}(\alpha, \beta) - \frac{\sqrt{I_1(\alpha)I_2(\alpha)}}{S} \sin 4\beta \iint \cos \Delta\varphi(t) \end{aligned} \quad (2.7)$$

On note $\Delta\varphi(M, t) = \varphi_2(M, t) - \varphi_1(t)$ le déphasage entre les deux faisceaux qui s'exprime par définition en fonction de la différence de marche de la façon suivante :

$$\Delta\varphi(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda} \delta(M, t) \quad (2.8)$$

2.8.3 Principe de superposition et optique ondulatoire

Sans aucune hypothèse d'indépendance des rayons du faisceau, on aurait dû sommer les champs électriques avant de calculer l'intensité. Si l'on fait ce calcul général, le champ électrique total $\underline{E}(P_1, t)$ au niveau de la photodiode PH_1 est donné par la somme des champs élémentaires $d\underline{E}(M, t)$ avec $M \in \mathcal{S}$, d'après le principe de superposition dans le volume du champ d'interférences. En remarquant que la phase $\varphi_1(M, t)$ est indépendante de $M \in \mathcal{S}$ car l'onde en retour du bras de référence est supposée plane, on obtient :

$$\begin{aligned} \underline{E}(P_1, t) &= \iint_{M \in \mathcal{S}} d\underline{E}(M, t) \\ &= \iint_{M \in \mathcal{S}} d\underline{E}_1 \sin 2\beta + d\underline{E}_2 \cos 2\beta \\ &= \iint_{M \in \mathcal{S}} \left[\frac{E_1(\alpha) \sin 2\beta}{S} e^{i\varphi_1(t)} + \frac{E_2(\alpha) \cos 2\beta}{S} e^{i\varphi_2(M, t)} \right] dS \\ &= \frac{e^{i\varphi_1(t)}}{S} \iint_{M \in \mathcal{S}} \left[E_1(\alpha) \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta e^{i\Delta\varphi(M, t)} \right] dS \end{aligned}$$

Par définition, l'intensité I_{PH1} au niveau de la photodiode PH_1 est donnée par l'expression suivante :

$$\begin{aligned}
I_{PH1} &= |\underline{E}(P_1, t)|^2 = \underline{E}(P_1, t) \underline{E}(P_1, t)^* \\
&= \frac{1}{S^2} \left(E_1(\alpha) S \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi(M, t)} dS \right) \\
&\quad \times \left(E_1(\alpha) S \sin 2\beta + E_2(\alpha) \cos 2\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} e^{-i\Delta\varphi(M, t)} dS \right) \\
&= \frac{1}{S^2} \left[I_1(\alpha) S^2 \sin^2 2\beta \right. \\
&\quad + E_1(\alpha) E_2(\alpha) S \cos 2\beta \sin 2\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} (e^{i\Delta\varphi(M, t)} + e^{-i\Delta\varphi(M, t)}) dS \\
&\quad \left. + I_2(\alpha) \cos^2 2\beta \left| \iint_{M \in \mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi(M, t)} dS \right|^2 \right] \\
&= I_1(\alpha) \sin^2 2\beta + 2 \frac{\sqrt{I_1(\alpha) I_2(\alpha)}}{S} \cos 2\beta \sin 2\beta \iint_{M \in \mathcal{S}} \cos \Delta\varphi(M, t) dS \\
&\quad + \frac{I_2(\alpha)}{S^2} \cos^2 2\beta \left| \iint_{M \in \mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi(M, t)} dS \right|^2
\end{aligned}$$

On établit de la même façon l'expression de $\underline{E}(P_2, t)$ puis de I_{PH2} au niveau de la photodiode PH_2 .

On obtient donc les expressions condensées suivantes pour les intensités I_{PH1} et I_{PH2} :

$$\begin{aligned}
I_{PH1} &= I_1 \sin^2 2\beta + \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{S} \sin 4\beta \iint \cos \Delta\varphi + \frac{I_2}{S^2} \cos^2 2\beta \left| \iint e^{i\Delta\varphi} \right|^2 \\
I_{PH2} &= I_1 \cos^2 2\beta - \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{S} \sin 4\beta \iint \cos \Delta\varphi + \frac{I_2}{S^2} \sin^2 2\beta \left| \iint e^{i\Delta\varphi} \right|^2
\end{aligned}$$

Ces relations diffèrent des équations 2.7 établies ci-dessus par la présence du terme $\left| \iint_{\mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi} dS \right|^2$. En utilisant l'expression de la différence de marche 2.1, on a :

$$\begin{aligned}
\left| \iint_{\mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi} dS \right| &= \left| e^{i\frac{4\pi}{\lambda} e} \right| \left| \iint_{\mathcal{S}} e^{i\frac{4\pi}{\lambda} u \cos \theta} \right| \\
&= \left| \iint_{\mathcal{S}} e^{i\frac{4\pi}{\lambda} u \cos \theta} \right|
\end{aligned} \tag{2.9}$$

Il s'agit d'un coefficient lié à l'aberration sur la courbure du front d'onde en sortie du bras de mesure par rapport à l'onde plane du bras de référence. Au carré, il s'agit d'un terme de diffraction qui est négligeable par rapport au terme d'interférence $\iint \cos \Delta\varphi$.

Donc, pour $\frac{r}{f} < 1$, $\left| \iint_{\mathcal{S}} e^{i\Delta\varphi} dS \right|^2 \sim S^2$ et on retrouve les expressions obtenues en supposant les rayons incohérents dans le cadre de l'optique géométrique.

Dans le cadre de l'optique ondulatoire, le champ électrique $\underline{E}(P_1, t)$ est la $TF(\underline{E}(M, t))$ (optique de Fourier). En effet, l'observation de l'interférence se fait en configuration infini-foyer, donc dans le régime de diffraction de Fraunhofer. Le plan focal image est alors le plan de Fourier du système. On retrouve l'intégrale sur la pupille calculée en appliquant le principe de superposition.

2.9 Fonction d'instrument

2.9.1 Différence des intensités

D'après les expressions (2.7), en prenant la somme et la différence des intensités I_{PH1} et I_{PH2} , on obtient les relations suivantes :

$$\begin{cases} I_{PH1} + I_{PH2} = I_{mean}^{PH1} + I_{mean}^{PH2} = 2(I_1 + I_2) \\ I_{PH1} - I_{PH2} = (I_2 - I_1) \cos 4\beta + \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{S} \sin 4\beta \iint \cos \Delta\varphi \end{cases} \quad (2.10)$$

La somme des intensités est constante. Elle ne dépend que des intensités en sortie des bras de l'interféromètre. La différence des intensités $I_{PH1} - I_{PH2}$ est une fonction du déphasage $\Delta\phi$, donc du déplacement de surface. Elle permet de multiplier par deux l'amplitude des variations d'intensité par rapport à la simple mesure de I_{PH1} ou I_{PH2} . C'est le premier intérêt de la détection équilibrée.

Cette expression correspond à la fonction d'instrument utilisée durant toute la thèse.

2.9.2 Réglage de W_1

On constate qu'en fixant $\beta = \frac{\pi}{8}$, on maximise l'amplitude de la variation $I_{PH1} - I_{PH2}$, donc la sensibilité de l'instrument à un déplacement donné.

Sous cette condition de réglage, on obtient également l'égalité des intensités moyennes au niveau des photodiodes :

$$I_{mean}^{PH1} = I_{mean}^{PH2} = I_{mean} \quad (2.11)$$

2.9.3 Approximation du terme intégral

Après réglage de W_1 tel que $\beta = \frac{\pi}{8}$, et d'après l'équation (2.10), on a :

$$I_{PH1} - I_{PH2} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{S} \iint \cos \Delta\varphi \quad (2.12)$$

D'après l'expression de la différence marche (2.1, p.40) et en utilisant l'équation (2.12), on obtient :

$$\begin{aligned} \iint_{M \in S} \cos(\Delta\varphi(M, t)) dS &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\phi}{2}} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} e + \frac{4\pi u}{\lambda \sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) r dr d\psi \\ &= 2\pi \int_0^{\frac{\phi}{2}} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda} e + \frac{4\pi u}{\lambda \sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) r dr \end{aligned} \quad (2.13)$$

À priori, les déplacements du miroir M_2 sont produits par des vibrations mécaniques de translation d'amplitude de l'ordre de λ et de basse fréquence, et par l'onde élastique d'amplitude de l'ordre du picomètre et de fréquence autour du MHz .

Considérons la situation d'un déplacement de M_1 et d'un déplacement de M_2 uniquement dû à un déplacement mécanique basse fréquence ($< 1kHz$) d'amplitude de l'ordre de λ , noté u_m . On a donc :

$$\begin{aligned} \iint_{M \in S} \cos(\Delta\varphi(M, t)) dS &= \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\phi}{2}} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e + \frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) r dr d\psi \\ &= 2\pi \int_0^{\frac{\phi}{2}} \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e + \frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) r dr \end{aligned} \quad (2.14)$$

D'après les formules de linéarisation :

$$\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e + \frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) = \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e\right) \cos\frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} - \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}e\right) \sin\frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} \quad (2.15)$$

D'où :

$$\iint \cos \Delta\varphi = 2\pi \left[\cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e\right) \int_0^{\frac{\phi}{2}} \cos\frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} r dr - \sin\left(\frac{4\pi}{\lambda}e\right) \int_0^{\frac{\phi}{2}} \sin\frac{4\pi u_m}{\lambda\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} r dr \right] \quad (2.16)$$

En injectant le développement limité $\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} \sim 1 - \frac{1}{2} \frac{r^2}{f'^2}$, valable à mieux que 10% sur une plage d'ouverture numérique $ON \in [0 \dots 0.6]$, dans l'expression (2.16), il est possible de trouver des primitives aux intégrales de cette expression et de calculer au premier ordre en $\frac{r^2}{f'^2}$ la fonction $\iint \cos \Delta\varphi$ dont l'expression est donnée par la relation suivante :

$$\iint \cos(\Delta\varphi(M, t)) \approx \frac{\pi\phi^2}{4} \text{sinc}(x) \cos\left(\frac{4\pi}{\lambda}e + \frac{4\pi u_m}{\lambda}\right) \quad (2.17)$$

Avec $x = \frac{\pi u_m}{4\Delta z}$, $\Delta z = \frac{\lambda f'^2}{2\phi^2}$ étant la profondeur de champ de l'objectif en configuration infini-foyer.

Le terme intégral de la fonction d'instrument (2.12) est donc dans le cas $ON < 0.6$, une fonction sinusoïdale de paramètres e et u_m . L'amplitude de cette sinusoïde est modulée par un sinus cardinal dépendant uniquement de u_m et dont la première annulation correspond à $x = \pi \Leftrightarrow u_m = 4\Delta z$. Le critère sur la profondeur de champ apparaît au travers de cette enveloppe.

2.9.4 Calcul numérique de l'intégrale

Il est possible de calculer numériquement l'expression (2.15) à l'aide de la fonction *quad* de la bibliothèque *numpy* (voir annexe A). La figure 2.16 regroupe un ensemble de données relatives au calcul numérique de l'intégrale de la fonction d'instrument (2.12), pour les deux couples de valeurs $p1 = (\phi = 1mm, f' = 10mm)$ et $p2 = (\phi = 9.2mm, f' = 10mm)$. Le résultat pour une ouverture numérique de $ON = 0.8$ est également affiché. Le couple de paramètres $p1$ correspond aux conditions expérimentales de notre mesure de déplacements

de surface alors que pour $p2$, il s'agit du cas où toute l'ouverture numérique de l'objectif serait utilisée.

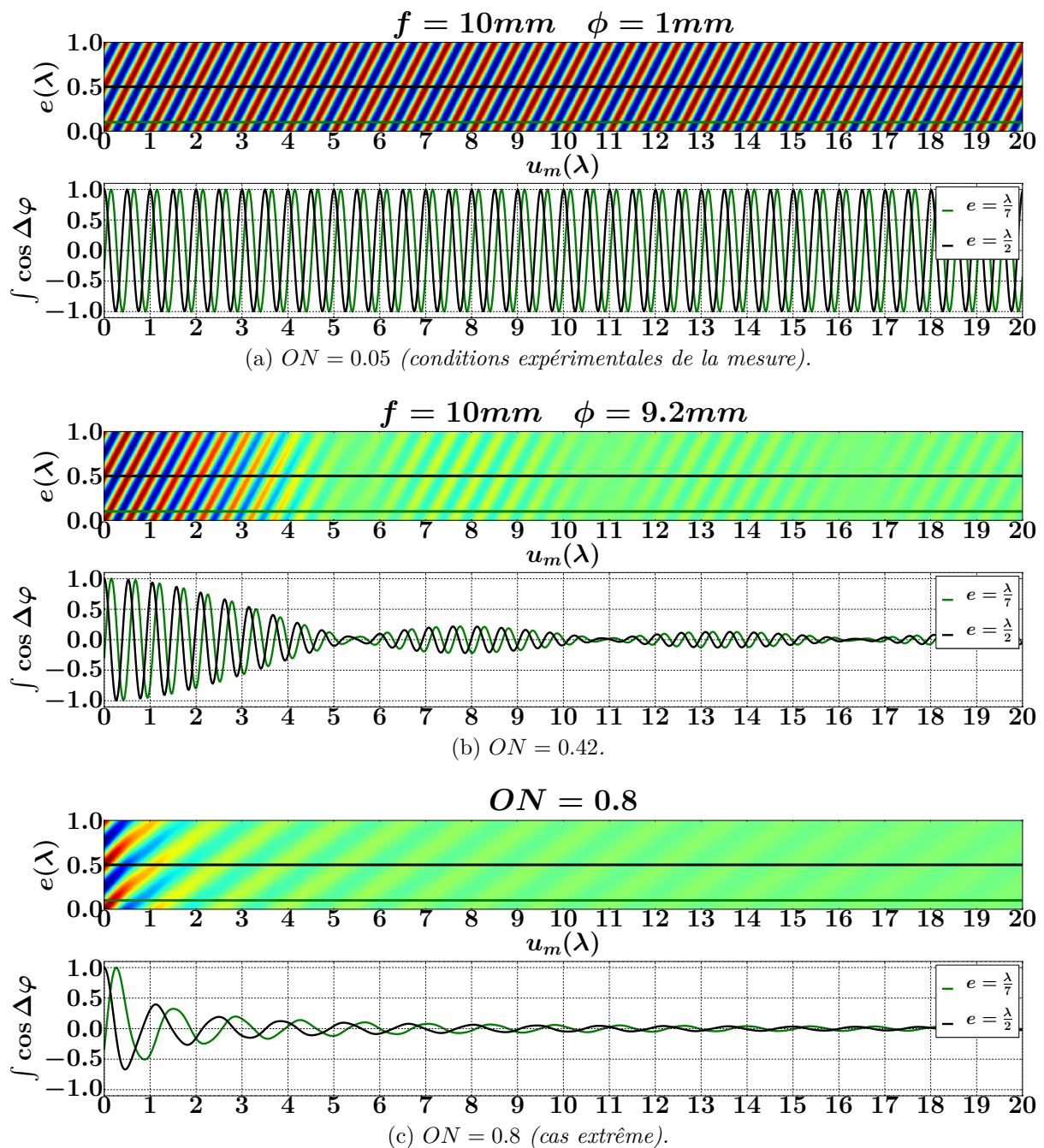


FIGURE 2.16 – Représentation graphique de $\iint \cos \Delta\varphi$ pour différentes valeurs d'ouverture numérique.

Graphiquement, quelle que soit l'ouverture numérique, on retrouve un comportement sinusoïdal de l'intégrale en fonction de e et u_m . L'amplitude de cette sinusoïde semble bien modulée par un sinus cardinal pour $ON < 0.8$, en accord avec les rebonds et l'inversion de phase entre lobes, bien visible sur le signal fig.2.16b. Cette enveloppe est fonction uniquement de u_m et la première annulation apparaît autour de $4\Delta z$.

Dans le cas d'une utilisation à faible ouverture numérique (fig.2.16a), les variations de l'intensité semblent équivalentes à celle d'une lame d'air éclairée en lumière parallèle sur une très grande plage de variation du miroir M_2 . Ceci confirme bien ce que l'on avait pu voir qualitativement : tant que le miroir est dans la profondeur de champ, l'interférogramme a l'aspect d'une teinte plate.

Le terme en sinus cardinal affecte finalement le contraste des franges. Dans le second cas (fig.2.16b), la profondeur de champ est de l'ordre de $\Delta z \approx \lambda$. Pour un déplacement de 5λ , le contraste s'annule. Le montage est d'autant plus sensible aux vibrations mécaniques que l'ouverture numérique est grande.

Remarque : Cette modulation du contraste par oscillation du miroir M_2 dans la profondeur de champ n'empêche pas de faire la mesure, en tout cas d'asservir le montage. Simplement, lorsque le montage est asservi, il n'est plus possible de constater cette modulation. Ce phénomène a été observé en utilisant un objectif ouvert à $ON = 0.55$. Il s'est avéré nécessaire de mettre en place une mesure du contraste en temps réel, possible grâce à un couteau de Foucault par exemple.

2.9.5 Contraste

Dans les conditions d'utilisation de notre objectif (condition $p1$), la définition du contraste de l'instrument a un sens car il ne varie pas sur une amplitude de vibration de M_2 inférieure à $\Delta z \sim 30\mu m$.

Le contraste d'un interféromètre, noté C , appelé également parfois facteur de visibilité, est défini de la façon suivante :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} \quad (2.18)$$

Avec I_{max} et I_{min} les intensités lumineuses respectivement maximales et minimales en sortie de l'interféromètre.

Ce facteur mesure l'écart d'intensité entre les franges brillantes et les franges sombres.

D'après les équations 2.7, on a :

$$\begin{aligned} I_{max}^{PH1} &= I_{mean}^{PH1} + \sqrt{I_1 I_2} \\ I_{min}^{PH1} &= I_{mean}^{PH1} - \sqrt{I_1 I_2} \\ I_{max}^{PH2} &= I_{mean}^{PH2} + \sqrt{I_1 I_2} \\ I_{min}^{PH2} &= I_{mean}^{PH2} - \sqrt{I_1 I_2} \end{aligned}$$

D'où l'expression de C :

$$C = \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_{mean}}$$

On peut donc simplifier (2.10) pour obtenir une expression de la fonction d'instrument utilisant le contraste C de l'instrument :

$$\begin{cases} I_{PH1} + I_{PH2} = 2I_{mean} \\ I_{PH1} - I_{PH2} = \frac{2I_{mean}C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \end{cases} \quad (2.19)$$

2.9.6 Sensibilité de la détection et réglage de la lame W_4

D'après les expressions (2.12) et (2.19), les variations d'intensités mesurées produites par un déplacement de surface sont d'autant plus grandes que le facteur $G = \sqrt{I_1 I_2} = I_{mean} C = I_0 R_1 R_2 \cos \alpha \sin \alpha$ est grand.

Cette fonction est maximale pour

$$\alpha = \frac{\pi}{4} \left[\frac{\pi}{2} \right].$$

Donc le gain de l'instrument est maximal pour $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et $\beta = \frac{\pi}{8} \left[\frac{\pi}{4} \right]$.

Il est possible de se faire une idée visuelle du phénomène à l'aide de la figure 2.17.

Le protocole de réglage détaillé dans la partie 2.5 page 31 maximise le contraste de l'instrument, et non le produit $I_{mean} * C$. À l'issu de ce réglage, on a

$$\alpha = \arctan \frac{R_2}{R_1} \quad (\text{égalité des intensités } I_1 \text{ et } I_2) \text{ et } \beta = \frac{\pi}{8}.$$

L'écart relatif entre le gain théorique maximal et le gain obtenu après réglage « fin » est donné par la formule :

$$\epsilon = 1 - \sin \left(2 \arctan \frac{R_2}{R_1} \right)$$

Cet écart relatif ϵ est représenté graphiquement sur la figure 2.18 pour des valeurs $\frac{R_2}{R_1}$ allant de 0 à 1.5. On retrouve bien un écart relatif nul lorsque les deux miroirs sont de réflectivités voisines. Expérimentalement, on a environ $\frac{R_2}{R_1} \sim 0.025$ avec $R_1 \approx 76\%$ et $R_2 \approx 2\%$. Ceci est dû aux fortes pertes par diffusion, absorption et les nombreuses réflexions dans le bras de mesure. Par conséquent, l'écart au meilleur réglage est de l'ordre de 95%.

Lors de notre protocole de réglage, on cherche à égaliser les intensités de sortie I_1 et I_2 pour avoir un contraste voisin de 1. Mais cela se fait au détriment de la valeur moyenne. Ce résultat est à relativiser car nos photodiodes possédant des niveaux de saturation proche de 1.5V, G est bornée par notre détection et en pratique, le réglage au meilleur contraste atteint ce niveau de gain maximal à quelques pour cent près car notre laser est suffisamment puissant pour pouvoir augmenter la valeur moyenne et donc le produit $I_{mean} * C$.

Dans le cas des mesures aux sommets de certains piliers (voir chapitre 5), la surface était tellement diffusante que le coefficient de réflexion chutait à moins de 0.005%. Le

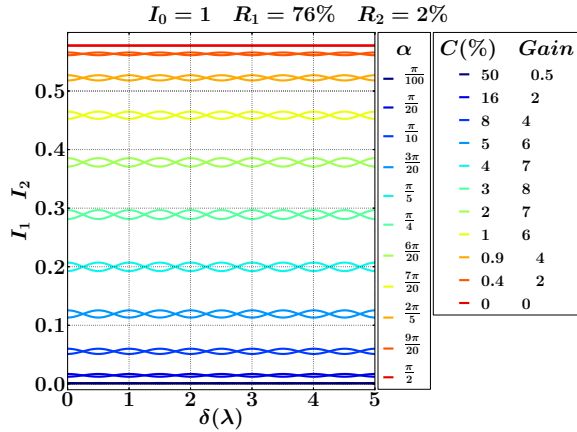


FIGURE 2.17 – Représentation des intensités I_1 et I_2 en fonction de δ . Les différents paramètres sont résumés sur l'image avec notamment les valeurs de contraste et de gain.

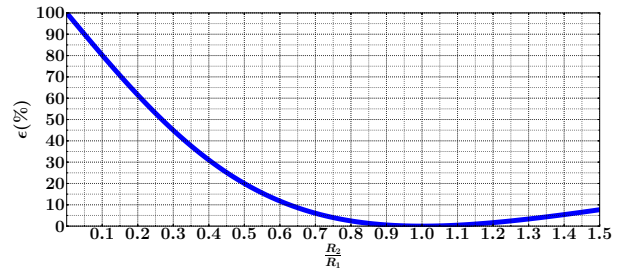


FIGURE 2.18 – Représentation graphique de la fonction $\epsilon = 1 - \sin \left(2 \arctan \frac{R_2}{R_1} \right)$ qui est l'écart relatif entre le gain maximal possible et le gain du montage obtenu suite au réglage « fin ».

réglage était alors corrigé pour maximiser le gain en égalisant les intensités au puissance-mètre en sortie du cube PBS_1 à l'aide de W_1 . W_4 était ensuite ajustée pour égaliser les valeurs moyennes. Cette configuration correspond à $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et $\beta = \frac{\pi}{8}$ fournissant le meilleur gain possible de détection.

2.9.7 Asservissement du montage

Supposons maintenant que le miroir M_2 se translate en plus sous l'effet d'une onde élastique de déplacement hors plan noté u . Si l'on ne fait rien, les vibrations mécaniques $e + u_m$ sont équivalentes à un terme de phase aléatoire dépendant du temps. Par conséquent, la fonction $\iint \cos \Delta\varphi \propto \iint \cos(\frac{4\pi}{\lambda}u(t) + \varphi(t))$ est fortement non linéaire avec le déplacement u . Il s'agit d'un terme de *modulation de fréquence*. La mesure de u passerait par de la démodulation, ce qui n'est pas envisageable pour des déplacements de quelques picomètres.

Les représentations graphiques de la figure 2.16 permettent de constater que quelle que soit l'ouverture numérique, il est possible de maintenir l'intégrale égale à 0 simplement en jouant sur e . Ce point de fonctionnement permet d'obtenir une variation d'intensité directement proportionnelle au déplacement de surface u . En effet, l'intégrale (2.16) est linéaire pour toute valeur de e telle que $\iint \cos \Delta\varphi = 0$.

Ceci est facilement rendu possible sur le montage à détection équilibrée car la différence des signaux est directement proportionnelle à $\iint \cos \Delta\varphi$. Il suffit donc de rendre $I_{PH1} - I_{PH2}$ nulle pour être au point de fonctionnement linéaire de la mesure. C'est le second intérêt de la détection équilibrée, de disposer d'un signal de consigne pour l'asservissement de l'instrument en son point de fonctionnement linéaire et de meilleure sensibilité (dérivée extrémale).

On utilise en pratique une cale PZT qui translate le miroir M_1 continûment de façon à fixer la longueur du bras de référence tel que cette condition soit vérifiée. La cale utilisée peut réaliser des translations d'amplitude allant jusqu'à $15\mu m$ et jusqu'à la fréquence de résonance de $18kHz$ (voir la documentation cale [PI-P840](#)).

Donc, grâce à un système électronique composé d'un soustracteur, d'un étage *PID* et d'un amplificateur opérationnel de puissance, il est possible d'appliquer une tension variable aux bornes de la cale *PZT* de façon à maintenir la tension consigne $I_{PH1} - I_{PH2}$ au plus proche de 0.

2.9.8 Expression linéaire de la fonction d'instrument et impact de l'objectif sur la mesure

L'asservissement est réalisé pour des fréquences inférieures à $1kHz$. Par conséquent, le bruit mécanique basse fréquence, souvent de plus forte amplitude, est coupé et on peut donc écrire pour des déplacements de surface de fréquences supérieures au kHz et

d'amplitude $\boxed{u \ll \lambda}$:

$$\begin{aligned}
I_{PH1} - I_{PH2} &= 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{S} \iint \cos \Delta \varphi \\
&= -\frac{2 I_{mean} C}{S} \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{\phi}{2}} \sin\left(\frac{4\pi u}{\lambda \sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}}\right) r dr d\psi \\
&= -\frac{I_{mean} C}{\frac{\pi \phi^2}{4}} \frac{16\pi^2 u}{\lambda} \int_0^{\frac{\phi}{2}} \frac{r}{\sqrt{1 + \frac{r^2}{f'^2}}} dr \\
&\approx -\frac{16\pi u I_{mean}}{\lambda} \times \frac{4f'^2}{\phi^2} (\sqrt{1 + \frac{\phi^2}{4f'^2}} - 1) \\
&= -\frac{16\pi u I_{mean} C}{\lambda} \tan^2 \theta_0 (\sqrt{1 + \tan^2 \theta_0} - 1) \\
&= \boxed{-\frac{8\pi u I_{mean} C}{\lambda} \frac{2 \cos \theta_0}{1 + \cos \theta_0}}
\end{aligned} \tag{2.20}$$

Avec $\sin \theta_0$ égal à l'ouverture numérique ON de l'objectif de microscope.

Dans les conditions d'asservissement, $I_{PH1} - I_{PH2}$ est une fonction linéaire du déplacement de surface de fréquence supérieure au kHz , dont le coefficient de proportionnalité est une fonction du contraste, de la puissance de la source, de sa longueur d'onde, et de l'ouverture numérique de l'objectif de microscope via le paramètre γ défini par la formule suivante :

$$\boxed{\gamma(ON) = \frac{2 \cos \arcsin ON}{1 + \cos \arcsin ON}} \tag{2.21}$$

Ce paramètre, qui varie potentiellement de 0 à 1, vaut 1 lorsque $ON = 0$. Il s'agit du cas sans objectif. Dans nos conditions d'utilisation de notre objectif, $ON = 0.05$ soit $\gamma = 0.999$. Notre montage est donc totalement équivalent à celui d'un Michelson éclairé en lumière parallèle. La formule de Fresnel (sans objectif) suffit à décrire complètement la mesure qui ne dépend quasiment pas de l'objectif.

Pour un même déplacement, l'ouverture numérique tend à diminuer le gain et donc la variation de $I_{PH1} - I_{PH2}$ à un petit déplacement de surface. L'objectif « écrase » le déplacement de surface. Pour $ON = 0.42$, on a $\gamma = 0.95$, soit un écart relatif entre la mesure avec et sans objectif de 5%. L'impact de l'objectif est donc à la fois sur la sensibilité du montage aux vibrations mécaniques, pouvant produire une modulation du contraste au cours de la mesure, et sur la sensibilité à un même petit déplacement.

On peut remarquer également que le point de fonctionnement $e = \frac{\lambda}{8}$ est celui qui maximise la sensibilité du montage au déplacement u . En effet, pour une amplitude de déplacement $u = u_0$ fixée, la variation d'intensité $I_{PH1} - I_{PH2} \propto \iint \cos \Delta \varphi$ est maximale pour $\Delta \phi_e = \frac{\pi}{2}$ et constante pour $\Delta \phi_e = 0$.

Au final, au point de fonctionnement $\delta = \frac{\lambda}{4}[\frac{\lambda}{2}]$, pour les petits déplacements de surface

$u \ll \lambda$, on a les relations linéarisées suivantes :

$$\begin{aligned}
I_{PH1} &= I_{mean} \left(1 - \frac{4\pi C\gamma}{\lambda} u \right) \\
I_{PH2} &= I_{mean} \left(1 + \frac{4\pi C\gamma}{\lambda} u \right) \\
I_{PH1} - I_{PH2} &= -\frac{8\pi I_{mean} C\gamma}{\lambda} u \quad \text{Fonction d'instrument linéarisée}
\end{aligned} \tag{2.22}$$

2.10 Relation entre l'intensité I et la tension électrique V : mesure du déplacement hors plan

Nos photodiodes possèdent un même offset non nul, noté σ , de l'ordre de $30mV$. On échantillonne sur l'entrée CH_1 (resp. CH_2) de l'oscilloscope, les tensions V_1 (resp. V_2).

D'après les relations 2.19 page 48, on a :

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_{mean} \left(1 + \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \right) + \sigma \\
&= V_0^{mean} + (V_0^{mean} - \sigma) \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \\
V_2 &= V_{mean} \left(1 - \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \right) + \sigma \\
&= V_0^{mean} - (V_0^{mean} - \sigma) \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi
\end{aligned} \tag{2.23}$$

Avec $V_0^{mean} = V_{mean} + \sigma$ la tension moyenne effectivement mesurée lors de l'acquisition des signaux.

Par conséquent, les tensions minimales V_0^{min} et maximales V_0^{max} mesurées et le contraste C , défini par l'équation (2.9.5) (p. 48), sont reliés par la relation :

$$C = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}} = \frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}} = \frac{V_0^{max} - V_0^{min}}{V_0^{max} + V_0^{min} - 2\sigma} \tag{2.24}$$

Sachant que nos photodiodes ont un gain inversé, c'est-à-dire qu'elles délivrent une tension négative, soit $V_1 \propto -I_{PH1}$ et $V_2 \propto -I_{PH2}$, on obtient la fonction d'instrument suivante en tension :

$$V_1 - V_2 = \frac{8\pi(V_0^{mean} + \sigma)C\gamma}{\lambda} u$$

Le déplacement de surface est donc donné par la relation suivante :

$$u = \frac{(V_1 - V_2)\lambda}{8\pi(V_0^{mean} + \sigma)C\gamma} \tag{2.25}$$

Pour le traitement du signal (voir annexe A), on n'utilise pas cette expression. L'asservissement n'est pas parfait et les valeurs moyennes des deux signaux V_1^{mean} et V_2^{mean} ne

sont pas rigoureusement égales. On utilise les relations suivantes, déduites des expressions des intensités individuelles :

$$\begin{aligned}
V_1 &= V_1^{mean} \left(1 + \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \right) + \sigma \\
&= V_{01}^{mean} + (V_{01}^{mean} - \sigma) \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \\
V_2 &= V_2^{mean} \left(1 - \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi \right) + \sigma \\
&= V_{02}^{mean} - (V_{02}^{mean} - \sigma) \frac{C}{S} \iint \cos \Delta\varphi
\end{aligned} \tag{2.26}$$

D'où les expressions utilisées pour le calcul des déplacements lors du traitement du signal :

$$\boxed{
\begin{aligned}
u_1 &= \frac{V_1 - (V_{01}^{mean} + \sigma)}{4\pi C \gamma (V_{01}^{mean} + \sigma)} \\
u_2 &= \frac{V_2 - (V_{02}^{mean} + \sigma)}{4\pi C \gamma (V_{02}^{mean} + \sigma)}
\end{aligned}
} \tag{2.27}$$

Finalement, on calcule le déplacement absolu total $\boxed{u = u_1 - u_2}$.

2.11 Concavité du déplacement

L'asservissement permet également de connaître le signe absolu du déplacement de surface.

On considère le montage simplifié de la figure 2.13 avec pour définition de la différence de marche $\delta = (SM_2) - (SM_1)$. Dans ces conditions, $I_{PH1} - I_{PH2} \propto \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \delta)$. On choisit de fixer le signe de u de telle façon que le gonflement du miroir M_2 corresponde à un déplacement de surface positif. De ce fait, lorsque $u > 0$, (SM_2) diminue.

D'autre part, notre chaîne d'asservissement délivre une tension V_{PZT} positive lorsque $I_{PH1} - I_{PH2} < 0$. Par conséquent,

$$I_{PH1} - I_{PH2} < 0 \Rightarrow V_{PZT} > 0 \Rightarrow (SM_1) \searrow \Rightarrow \delta \nearrow$$

La figure 2.19 représente $I_{PH1} - I_{PH2} = \Delta I$ en fonction de δ .

Supposons qu'au moment de la mise sous tension de l'asservissement, la différence de marche soit égale à $\delta(A) = 0.35\lambda$. On a donc :

$$\Delta I < 0 \Rightarrow V_{PZT} > 0 \Rightarrow \delta \nearrow$$

La différence de marche augmente tant que $\Delta I < 0$, donc jusqu'au point de fonctionnement F_A .

Pour la situation initiale en B :

$$\Delta I > 0 \Rightarrow V_{PZT} < 0 \Rightarrow \delta \searrow$$

La différence de marche diminue tant que $\Delta I > 0$, jusqu'au point de fonctionnement F_B .

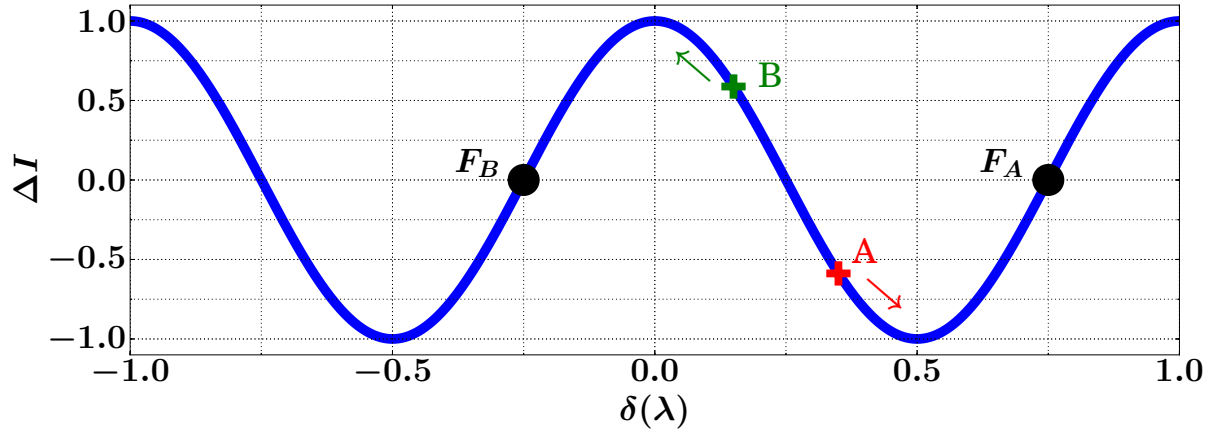


FIGURE 2.19 – Montage simplifié de l'instrument avec les notations utilisées pour le calcul de la fonction d'instrument.

Tout déplacement de surface autour du point de fonctionnement F_A ou F_B produit la même variation d'intensité. On a en effet :

$$u > 0 \Rightarrow (SM_2) \searrow \Rightarrow \delta \searrow \Rightarrow \Delta I \searrow$$

Par conséquent, quelle que soit la valeur de la différence de marche initiale, le système converge vers des points de fonctionnement tous équivalents tels que $u > 0 \Leftrightarrow \Delta I \searrow$. On connaît donc le signe absolu de la concavité du déplacement mesuré.

Remarque : on s'est placé dans le cas d'une réponse de type *Formule de Fresnel*. Si l'ouverture numérique ne permet pas de négliger γ , le raisonnement est inchangé, en accord avec la figure 2.16 page 47.

2.12 Incertitudes de mesure et considération de cohérence

Sur la mesure du déplacement de surface, les sources de bruits sont principalement de trois natures différentes :

- incertitude de mesure sur le gain de la détection, dont la source principale d'erreur est portée par la mesure du contraste C' .
- le bruit de l'étage de détection avec notamment le bruit d'échantillonnage dû à l'étape de numérisation ainsi que le bruit d'amplificateur et le bruit thermique (bruit Johnson) lié à la photodiode. La photodiode est également sensible aux bruits électromagnétiques environnants dont le plus intense, et heureusement localisé dans le temps, provient du champ électromagnétique rayonné par les pockels du laser picoseconde lors de l'émission laser.
- le bruit de photons (bruit de Schottky) lié à la nature corpusculaire de la lumière.

Au niveau de l'oscilloscope, le réglage de l'offset en mode « Volt » permet de gagner environ 30% sur le rapport signal sur bruit. Grâce à la somme des tensions V_1 et V_2 qui élimine le signal élastique et ne garde que le bruit de mesure, il est possible d'évaluer en fréquence le rapport signal sur bruit de la mesure du déplacement. Pour un exemple, voir la partie sur l'effet photoélastique page 87.

Un autre point important concerne la sensibilité obtenue sur la mesure (SNR) aux sources d'incohérences du montage qui sont spatiales et temporelles. Les sources d'incohérence spatiale proviennent principalement :

- D'un défaut d'alignement des faisceaux ($> 0.3\text{mrad}$ [84]).
- De défauts de planéité des miroirs ($\frac{\lambda}{20}$) et des aberrations de l'objectif de microscope.
- Du speckle produit par la diffusion du faisceau sur la surface du silicium.
- De la divergence du faisceau laser (incohérence spatiale de la source).

L'incohérence spatiale aura pour effet de diminuer la valeur maximale du contraste accessible.

La source d'incohérence temporelle provient du laser. Elle est responsable de la longueur de cohérence, définie comme la différence de marche à partir de laquelle le contraste devient nul.

2.12.1 Incohérence spatiale du laser

L'incohérence spatiale du laser est due à la divergence du faisceau. Si le réglage est fait au contact optique, la divergence des faisceaux dans le champ d'interférence est la même, le contraste est maximal et l'incohérence spatiale nulle. Par contre, si l'interféromètre n'est pas réglé au contact optique, les faisceaux qui interfèrent n'ont pas rigoureusement le même diamètre, donc la même intensité. Le contraste n'est donc pas maximal. Le critère pour pouvoir négliger l'incohérence spatiale est $\Delta p < \frac{1}{4}$. Considérons l'interféromètre réglé en lame d'air éclairée par le laser. Soit e l'épaisseur de la lame d'air. Sur un écran en sortie du Michelson on a $p = \frac{2e \cos(\theta)}{\lambda}$ avec θ la divergence relative des faisceaux. Si on augmente e , θ augmente. Si $e = 1\text{m}$, alors d'après la datasheet, $\theta = 0.03 \cdot 10^{-3}$, soit $\Delta p \approx \frac{2 \cdot 1 \cdot \theta^2}{\lambda} \approx 3 \cdot 10^{-3}$. Même avec une cavité de plus de 1m , la variation de l'interfrange est négligeable. De plus, dans la configuration du montage 2.1, l'objectif permet de corriger la divergence autour du contact optique sans modifier le principe de la mesure. L'incohérence spatiale liée à la divergence du laser est donc négligeable voire nulle devant l'incohérence temporelle.

On retrouve que l'interféromètre de Michelson est bien adapté à la métrologie car il permet de s'affranchir du problème d'incohérence spatiale (même aussi faible soit-il sur un laser) en se plaçant au contact optique[93].

2.12.2 Incohérence temporelle du laser

À priori, notre laser émet plusieurs autres fréquences proches de sa fréquence propre de résonance dues à l'absence d'éléments spectraux sélectifs en sortie de cavité. En effet, la cavité optique du laser constitue un interféromètre de Fabry-Pérot dont les modes propres sont de fréquence $\nu_n = \frac{nc}{2L}$ avec L la longueur de la cavité et $n \in \mathbb{N}$. Deux modes propres consécutifs sont donc séparés de $\Delta\nu = \frac{c}{2L}$ appelé *intervalle spectrale libre* (ISL). D'après le constructeur, le laser possède un $ISL = 257\text{MHz}$. La courbe de gain du milieu amplificateur possède une largeur de l'ordre de celle de l'effet Doppler, soit environ $\Delta\nu_{He-Ne} \approx 2\text{GHz}$. Du fait de cet élargissement de la raie, les fréquences de la cavité telles que $\text{gain} \geq \text{perte}$ donneront naissance à des raies d'émission laser appelées *modes longitudinaux* : on s'attend donc à voir environ $n \approx \frac{2000}{200} = 10$ modes longitudinaux

dans la cavité. Cette polychromaticité est responsable de l'*incohérence temporelle* de la source. Dans le champ d'interférence, les raies émises par le laser interfèrent et battent entre elles pour former sur le capteur une superposition d'interférences et de battements conduisant au phénomène de *brouillage* de franges lorsque la différence de marche atteint une certaine distance appelée *longueur de cohérence*, notée l_c . Pour une cavité proche de l_c , le contraste est très faible, l'intensité quasi uniforme et indépendante de la différence de marche. Le déplacement de surface n'est alors pas mesurable. Dans le cas de notre source laser, la longueur de cohérence est liée à l'écart en fréquence $\delta\nu$ entre les deux modes extrêmes émis :

$$l_c \sim \frac{c}{\delta\nu}$$

L'incohérence temporelle se caractérise par cette longueur de cohérence. Au contact optique, en présence seulement d'incohérence temporelle, le contraste vaut théoriquement 1.

D'autre part, l'amplitude des battements peut empêcher de diminuer le calibre d'acquisition vertical et donc limiter la sensibilité. Pour nos photodiodes PH_1 et PH_2 , leurs filtres passe-bas de fréquence de coupure $100MHz$ atténuent suffisamment le battement à $257MHz$ pour que celui-ci ne soit pas gênant pour l'utilisation du plus petit calibre d'acquisition de l'oscilloscope ($2mV/div$).

2.12.3 Longueur de cohérence du montage

La mesure de la longueur de cohérence l_c est donc importante dans notre montage pour estimer la tolérance sur le réglage du contact optique et s'assurer que le déplacement du bras opto-mécanique lors des cartographies ne modifie pas trop la taille de la cavité optique du Michelson par rapport à l_c . Cette mesure permet également d'estimer l'incertitude sur le contraste.

La mesure est réalisée sur le montage complet (2.1, page 22) en translatant la cale PZT que l'on fait osciller afin de mesurer, au plus proche des conditions expérimentales habituelles, le contraste de l'instrument. Un résultat est présenté sur la figure ci-dessous.

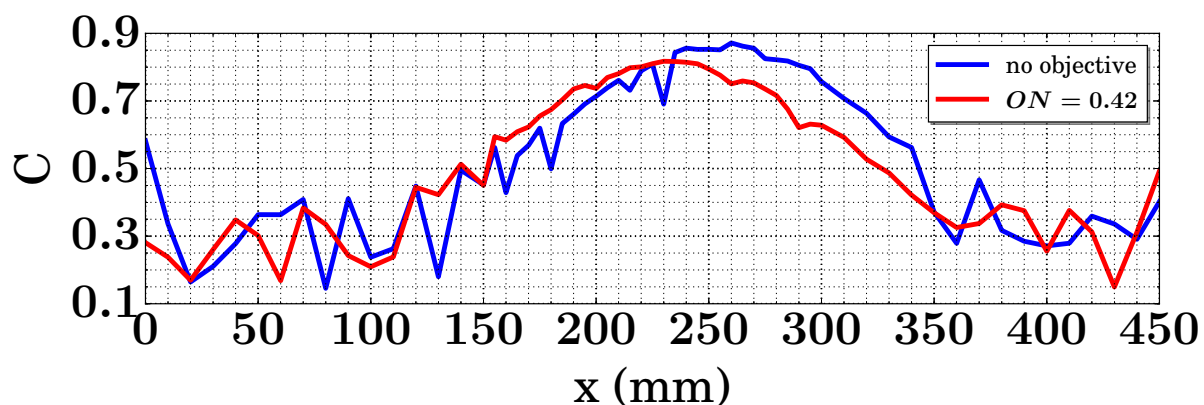


FIGURE 2.20 – Mesure de la longueur de cohérence du montage avec et sans objectif $ON = 0.42$. Pour $C \geq 0.95 \times C_{max}$, la longueur de cohérence vaut $l_c = 40 \pm 5mm$

La mesure a été réalisée avec et sans objectif, pour une variation totale de la longueur du bras de $450mm$. On note x la position du miroir M_1 le long du bras.

Le contraste est maximal au contact optique. Sans objectif, le contraste vaut $C_{max} = 0.87$. Avec l'objectif, il est de $C_{max} = 0.82$. L'incertitude sur ces valeurs vient de deux choses. D'une part de la sensibilité du réglage du miroir M pour obtenir le meilleur contraste. Un désalignement ($\sim 0.3mrad$) du faisceau de référence sur le faisceau de mesure fait chuter le contraste (incohérence spatiale). La répétabilité du réglage au meilleur contraste produit une incertitude $\sim 1\%$.

D'autre part, la mesure de ce meilleur contraste est réalisée après mesure de V_{min} et V_{max} , toutes deux possédant une incertitude de mesure. Cette incertitude est due au bruit dont le battement fait partie. D'après la loi de propagation des erreurs et l'expression de C , on en déduit :

$$\begin{aligned}\frac{dC}{C} &= \sqrt{\left(\frac{\delta V_{max} + \delta V_{min}}{V_{max} - V_{min}}\right)^2 + \left(\frac{\delta V_{max} + \delta V_{min} + 2\delta\sigma}{V_{max} + V_{min} - 2\sigma}\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{5 + 5}{622 - 140}\right)^2 + \left(\frac{5 + 5 + 2 * 0.2}{622 + 140 - 2 * 32}\right)^2} \\ &\sim 2.5\%\end{aligned}$$

Par conséquent, autour du contact optique, pour un contraste maximal $C = 70\%$, l'incertitude est $\approx 2.5\%$.

Au total, l'incertitude de mesure est de l'ordre de 3% sur la valeur du contraste. Cette incertitude est sur-estimée car la formule 2.12.3 représente le cas extrême où toutes les erreurs se somment.

On peut donc en conclure (les domaines d'erreurs ne se recouvrent pas) que le contraste en présence de l'objectif est de $2 - 3\%$ plus faible que sans objectif, ce qui confirme la très bonne qualité de l'objectif.

Pour notre mesure, si l'on tolère une chute de contraste de 5% par rapport à C_{max} , alors $l_c = 40 \pm 5mm$ dans les deux cas. Il est donc possible d'allonger le bras de part et d'autre du contact optique sur toute la plage de translation des moteurs et donc de réaliser des cartographies de $25 \times 25mm^2$ sans grande variation de C .

Le décalage des maximums des courbes est en accord avec l'augmentation du chemin optique produit par les lentilles de l'objectif.

Le contraste est très proche du minimum pour $\delta \sim 200mm$. En considérant que le brouillage est principalement dû aux deux premiers modes, on se trouve dans le cas du doublet[93] dont la longueur de cohérence correspondant au zéro de contraste est donnée par la formule $l_c = \frac{2c}{\Delta\nu} \sim \frac{6e8}{3e8} \sim 2m$. La contribution des autres harmoniques de la cavité est donc loin d'être négligeable et en reprenant cette formule, $l_c = 200$ correspond à un doublet $\Delta\nu = 3GHz$. Des battements jusqu'à $1GHz$ ont été observés, faute de pouvoir aller plus haut (photodiode limitée à $1GHz$).

D'autre part, la valeur du contraste ne s'annule pas. Ceci est dû à la présence du bruit de mesure. La forte dispersion des points observée pour $C < 0.5$ est due à la présence des battements dont les amplitudes deviennent non négligeables face au signal.

Finalement, les incohérences spatiales et temporelles sont responsables d'une chute globale du contraste maximal accessible et d'une diminution de la longueur de cohérence. Dans notre cas, le contraste maximal standard avec l'objectif est de $0.82 \pm 3\%$ pour une différence de marche telle que $|\delta| \leq l_c = 200mm$.

Avec cette étude, on comprend toute l'importance de régler le Michelson proche du contact optique. Cette configuration permet d'annuler l'incohérence spatiale du laser et de pouvoir réduire fortement l'impact de l'incohérence temporelle de celui-ci. Pour des cartographies de quelques millimètres, on peut même considérer qu'elle est nulle. À voir ensuite si le gain est suffisant, sinon on peut toujours l'augmenter.

2.13 Interféromètre différentiel

La caractérisation de la diffusion résonante des ondes de Lamb sur différents systèmes mécaniques est un objectif principal de la thèse. Dans la mesure où l'amplitude des phénomènes de diffusion recherchée était inconnue, la sensibilité du montage fut un critère à optimiser.

Une étude fut donc menée afin de pouvoir basculer facilement du montage de l'interféromètre de Michelson à une configuration optique plus sensible qui conserverait en particulier le bras opto-mécanique du Michelson.

L'interféromètre différentiel consiste à faire interférer deux rayons lumineux contenant dans leur phase l'information du déplacement de surface à deux instants t et $t + \tau$. Il devient ainsi possible de doubler la sensibilité de la mesure du déplacement avec très peu de modification par rapport à la configuration Michelson [86]. Ce gain se fait au détriment de la bande passante et d'effets de repliement de spectre.

Associé à l'interféromètre de Michelson de bande passante « infinie » et plate en fréquence, ce montage permet, une fois le domaine de fréquences des phénomènes physiques identifié, de doubler la sensibilité de mesure autour de la fréquence égale à $\frac{c}{L}$, avec L la longueur du bras différentiel. Les configurations optiques des montages Michelson et différentiel sont comparées sur la figure 2.21.

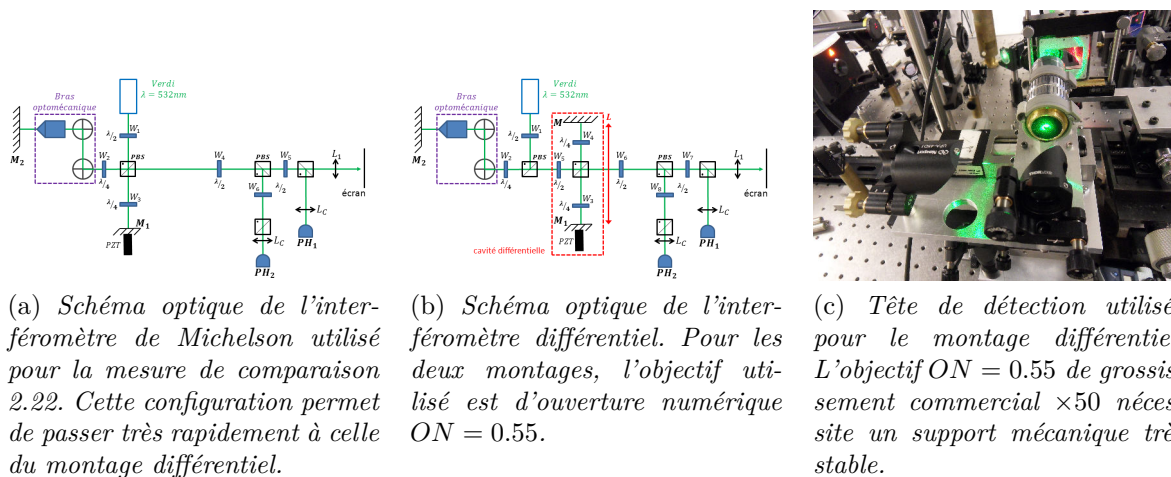


FIGURE 2.21 – Configurations des interféromètres de Michelson et différentiel utilisés pour une mesure de faisabilité de détection.

Le principe du montage repose sur l'interférence entre l'onde « stockée » dans la cavité de longueur L et l'onde arrivant de l'échantillon. Comme pour le Michelson, le montage équivalent est schématisé par la figure 2.14. La différence de marche est donc égale à

$\delta = 2[u(t + \tau) - u(t)] \cos \theta + 2L$, avec θ l'angle entre l'axe optique et le rayon considéré. Cette expression permet de comprendre simplement le montage. Un rayon mesure le déplacement à $t + \tau$ alors que l'autre attend dans la cavité. L'interférence fait intervenir deux phases proportionnelles au déplacement de surface. Lorsque l'information est recueillie au sommet puis au creux de l'onde, c'est-à-dire à $\tau = \frac{1}{2\nu}$ avec ν la fréquence de l'onde élastique, alors le gain optique du montage différentiel est doublé, autour de ν , par rapport au montage Michelson.

L'établissement de la fonction d'instrument est identique à celle du Michelson (voir page 45). Sachant que la cavité est asservie, le déplacement de surface est relié linéairement à la différence des intensités en sortie du montage par la formule :

$$I_{PH1} - I_{PH2} = \frac{8\pi I_{mean} C \gamma}{\lambda} (u(t + \tau) - u(t)) \leq \frac{8\pi I_{mean} C \gamma}{\lambda} \times 2u(t)$$

Pour l'expérience, une cavité de longueur $L \approx 2m$ est choisie afin d'avoir une cloche de gain centrée autour de $\nu = \frac{c}{4L} \sim 40MHz$. La source utilisée est une ligne focalisée en régime d'ablation permettant d'obtenir une source blanche d'amplitude quasi indépendante des fluctuations de puissance du laser.

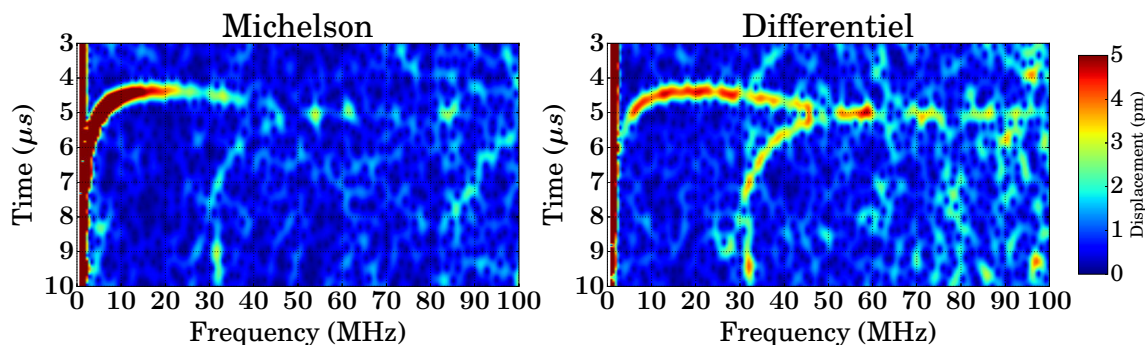


FIGURE 2.22 – Mesure expérimentale d'une même source élastique avec la configuration optique Michelson (2.21a) et différentiel (2.21b).

Alors que le montage Michelson détecte à peine le signal autour de $40-50MHz$ (rapport signal sur bruit ~ 1), le montage différentiel fournit un rapport signal sur bruit quasiment double dans ce domaine. Comme attendu, il coupe les ondes de Lamb basses fréquences.

Remarque : Cette expérience fut réalisée à l'aide d'un laser très cohérent de type Verdi, permettant d'obtenir le meilleur gain possible. L'emploi de notre laser He-Néon de longueur de cohérence $l_C \approx 50mm$ n'aurait été possible (pour avoir $L \approx 2m$) que sur des zones de non brouillage et avec un très mauvais contraste.

2.14 Conclusion

Le projet *METACTIF* a pour objectif principal l'étude de la diffusion des ondes de Lamb A_0 et/ou S_0 sur des structures de tailles caractéristiques $\sim 100\mu m$, ce qui implique un domaine de fréquences d'étude allant de $1MHz$ à environ $50MHz$. Il s'agit donc de mesurer avec une résolution temporelle et spatiale respectivement d'au moins $10ns$ et $50\mu m$, l'amplitude absolue, la phase et la fréquence des ondes de plaque autour de l'objet diffusant.

L'interféromètre de Michelson développé dans notre laboratoire permet cette mesure. Ces caractéristiques principales et ses avantages pour la mesure sont les suivants :

- Mesure sans contact donc non destructive permettant la reproductibilité des mesures.
- Cartographie sur une surface de $25 \times 25 \text{ mm}^2$ avec une résolution pas à pas inférieure à $1 \mu\text{m}$.
- Positionnement absolu de la sonde à la surface de l'échantillon avec une précision inférieure à $10 \mu\text{m}$.
- Visualisation en temps réel de la surface de l'échantillon avec, en utilisant l'objectif $\times 20$, un champ d'observation de $150 \times 150 \mu\text{m}^2$.
- Mesure de la composante hors plan du champ de déplacement avec une sensibilité de $\approx 1 \text{ pm}$ sur une bande passante de $\approx 1 \text{ MHz}$.
- Asservissement de la cavité autour du point de fonctionnement linéaire et de plus haute sensibilité avec une rétroaction permettant un déplacement de ce point autour de la position théorique inférieure à 3 nm sur table gonflée. Ceci permet d'avoir une relation proportionnelle entre la tension mesurée à l'oscilloscope et le déplacement absolu de la plaque. La réponse est optiquement plate en fréquence car le gain de l'instrument ne dépend pas de la fréquence de l'onde élastique, mais uniquement de la longueur d'onde du laser, du produit de l'intensité moyenne reçue par le contraste, et de l'ouverture numérique de l'objectif de microscope.
- Mesure simple de la concavité du déplacement (« bosse-creux »).
- Le montage permet de s'affranchir des problèmes de cohérence spatiale et temporelle.
- Montage facilement transformable en une configuration de type différentiel permettant de doubler la sensibilité autour d'une fréquence choisie.

Pour atteindre ces performances, l'interféromètre est réglé en configuration de « lame d'air », proche du *contact optique*, avec un contraste maximal (~ 1) (sauf dans le cas de réflectivités des miroirs trop différentes, on maximise alors le gain). L'analyse des différents éléments optiques du montage a permis de modéliser l'interféromètre dans le cadre de l'optique géométrie et d'établir la fonction d'instrument suivante (voir page 45) :

$$I_{PH1} - I_{PH2} = \frac{2\sqrt{I_1 I_2}}{S} \iint \cos \Delta\varphi$$

Avec $\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}e + \frac{2\pi}{\lambda}u \cos \theta$

Asservi au point de fonctionnement (cavité d'épaisseur $e = \frac{\lambda}{8} \left[\frac{\lambda}{4} \right]$), la fonction d'instrument est donnée par :

$$u = \frac{(V_1 - V_2)\lambda}{8\pi(V_{mean} + \sigma)C\gamma}$$

Avec :

V_1 et V_2 les tensions de mesures, et $V_{mean} = \frac{V_1 + V_2}{2}$ la tension moyenne.

C le contraste de l'instrument.

γ est un paramètre dépendant de l'ouverture numérique du système optique utilisé.

Finalement, on se souviendra que toutes ces propriétés peuvent être retrouvées facilement grâce au point de vue de *l'effet Doppler*.

Chapitre 3

Génération des ondes de Lamb et de Rayleigh sur plaque de silicium

3.1 Introduction

Les concepts du métamatériau acoustique ont été étudiés expérimentalement au niveau de l'interaction des ondes de Lamb sur plaque de silicium avec des structures mécaniques résonantes de taille caractéristique plus petite que la longueur d'onde de l'onde incidente. Les structures ont été développées avec des dimensions permettant de travailler dans un domaine de fréquence pour les ondes de Lamb allant de $1MHz$ à $100MHz$, bande de fréquence optimale pour la détection. Il a donc été nécessaire au cours de la thèse de maîtriser la génération et d'imaginer de nouveaux dispositifs permettant l'obtention de sources élastiques aux propriétés adaptées à la mesure. Ce chapitre a donc pour objectif de synthétiser l'ensemble des techniques de génération des ondes utilisées et les caractéristiques (spatiales et temporelles) des sources élastiques obtenues [94].

Ce chapitre se compose de 6 parties. La première partie introduit le principe de la génération reposant sur l'effet photoacoustique. La seconde partie regroupe les résultats des caractérisations des sources élastiques obtenues en fonction des différents profils d'intensités lumineuses utilisés. La troisième partie revient sur une étude expérimentale du régime thermoélastique et du régime d'ablation sur silicium. La quatrième partie est consacrée aux effets de bords de plaque, sources d'échos pouvant perturber la mesure (et les interprétations). La cinquième partie présente quelques résultats expérimentaux obtenus sur la génération des ondes de Rayleigh. Enfin, la dernière partie est consacrée à la vérification de l'hypothèse consistant à négliger l'effet photoélastique dans la mesure du déplacement. Cette partie permettra également d'introduire une méthode d'estimation du rapport signal sur bruit de la mesure.

3.2 Principe de la génération : effet photoacoustique

Pour générer des ondes de Lamb sur un wafer de silicium, nous avons utilisé un laser *Nd : YAG* picoseconde d'impulsion $35ps$, de longueur d'onde $\lambda = 532nm$, avec un taux de répétition de $20Hz$, cadence permettant la répétition d'expériences toutes indépendantes car expérimentalement, au bout de $\frac{1}{20}s$, tous les phénomènes ondulatoires sont terminés.

Le phénomène de génération d'ondes élastiques à l'aide d'une onde électromagnétique est appelé effet photoacoustique [95]. Le principe repose sur une dilatation thermique du matériaux par absorption du rayonnement électromagnétique produisant une onde élastique uniquement si la dilatation (donc l'éclairement) est transitoire. En effet une dilatation continue du matériau (échauffement permanent) ne produit pas d'onde élastique, seulement une déformation du matériau.

L'utilisation de la lumière pour générer des ondes acoustiques fut suggérée pour la première fois par Alexander Graham Bell en 1881. Il découvrit qu'une modulation de la lumière du soleil incidente sur un métal produisait un son à la même fréquence de modulation. Le principe consiste en une dilatation du matériau produisant une onde élastique sous l'effet de l'éclairement modulé. Bell et Charles Sumner Tainter utilisèrent cette observation pour réaliser au cours des années 1890 le photophone, un téléphone dont la liaison sans fil est assurée par la modulation de la lumière du soleil. Comme illustré sur la figure 3.1, la voix amplifiée par un microphone fait vibrer un miroir éclairé par la lumière du soleil. La lumière du soleil est alors modulée et est envoyée sur un second miroir (à 200 mètres lors de l'expérience historique de Bell) qui subit alors un échauffement permettant de récupérer la voix initiale. C'est ce phénomène que nous utilisons pour générer des ondes de Lamb.

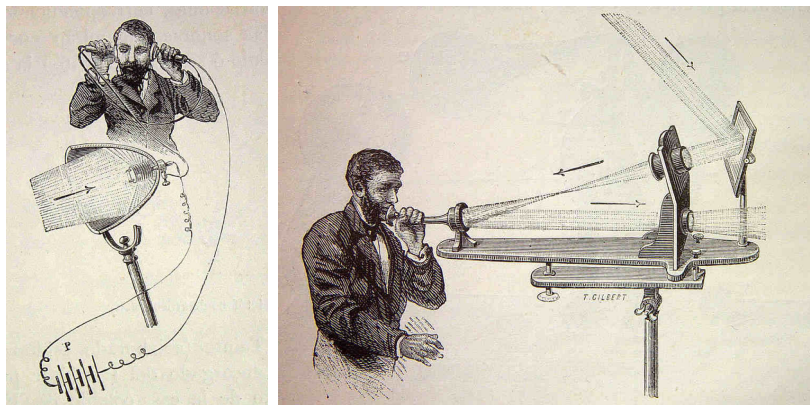


FIGURE 3.1 – Illustration de l'expérience du photophone de G. Bell et C.S. Tainter dans les années 1890 (source [wikipedia](https://fr.wikipedia.org/wiki/Photophone)).

Deux régimes d'absorption sont à distinguer [96] :

- ★ Le régime thermoélastique. Lorsque l'échauffement appliqué à l'échantillon est inférieur au seuil de dommage de celui-ci (lié à la température de fusion), le régime est qualifié de thermoélastique. Dans ce régime réversible, le déplacement est relié linéairement à la puissance (la contrainte est proportionnelle à l'intensité $\sigma \propto I$). Doubler la puissance optique revient à doubler le déplacement élastique obtenu. Dans le cas d'une impulsion ultra-brève ($< 1ns$), la conduction thermique dans l'échantillon peut être négligée [84] ; l'absorption se fait alors sur la profondeur de peau δ de l'échantillon et le profil de déformation est linéairement relié au profil d'échauffement. Ce résultat implique une relation de transformée de Fourier entre le profil d'échauffement et les fréquences spatiales élastiques potentiellement générées. Le contenu fréquentiel du paquet étant a priori au mieux limité par la durée d'impulsion.

- ★ Le régime d'ablation. Il correspond à un échauffement de l'échantillon s'accompagnant d'une fusion locale de celui-ci et d'expulsions de matière. Non réversible, le déplacement est relié à la contrainte engendrée par la force d'ablation ($\sigma \propto I^2$). Dans ce régime, le déplacement tend à être constant quelle que soit l'amplitude de la contrainte. En conséquence, le profil de contrainte peut être approximé comme constant quel que soit le profil d'intensité lumineuse. Le contenu fréquentiel des ondes générées est à priori toujours donné par la transformée de Fourier du profil, qui est une porte de largeur fixée par le profil d'intensité.

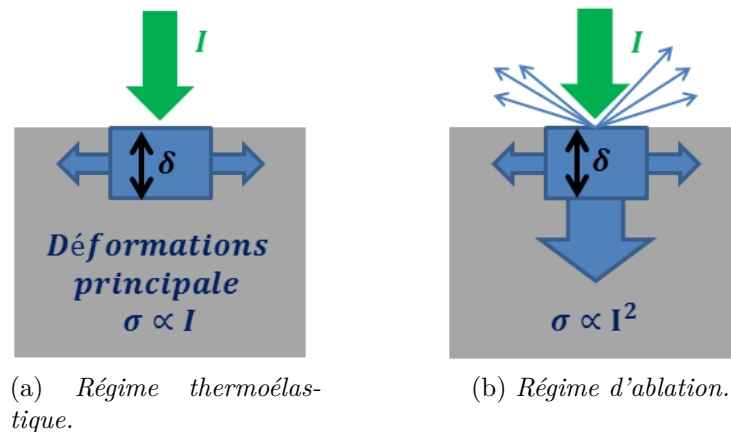


FIGURE 3.2 – Illustrations des deux régimes d'absorption lors de la génération d'une onde de type Lamb ou Rayleigh sur le silicium.

3.3 Différents profils de source pour la génération d'ondes de Lamb

Cette partie regroupe des résultats expérimentaux obtenus sur la génération des ondes de Lamb sur wafer de silicium.

Pour des wafers d'épaisseurs $e \sim 110 - 125 \mu m$ jusqu'à $\sim 145 \mu m$, les ondes générées furent toujours des ondes de Lamb, principalement de symétrie A_0 et S_0 . La génération d'ondes de Rayleigh n'a jamais été observée. À contrario, sur un wafer d'épaisseur $\sim 500 \mu m$, seules les ondes de Rayleigh ont été observées (voir « Laser Ultrasonics » [84] page 300).

Plusieurs profils de source ont été utilisés pour l'étude des résonateurs. Pour l'étude de la cavité phononique (chapitre 4), une source quasi-monochromatique a été préférée afin d'augmenter l'amplitude maximale autour des fréquences de résonance et ainsi maximiser les chances d'observer la dynamique de formation des modes localisés. Pour l'étude des piliers, l'un des objectifs étant d'établir le spectre des vibrations de la structure, une source « blanche » élastique fut nécessaire.

L'ensemble des profils de sources utilisés présentent une modulation de la lumière du laser relativement indépendante le long d'une direction parallèle à la structure afin de générer à la surface du wafer des paquets d'ondes planes. La propagation de l'énergie est

alors possible sur de grandes distances, permettant de travailler avec une distance pompe-sonde supérieure à $3cm$. Ainsi les premiers paquets arrivent à des temps supérieurs à $1\mu s$, en dehors du bruit intense généré par notre laser $Nd : YAG$, qui s'amortit entre 0 et $500ns$. Afin d'obtenir un déplacement supérieur au picomètre sur une bande de largeur $1MHz$, le faisceau laser de diamètre $\phi = 8mm$ fut systématiquement plus ou moins focalisé à la surface de l'échantillon.

Dans cette partie, les wafers utilisés sont d'épaisseurs $e = 110\mu m$, $e = 125 \pm 3\mu$ ou $e = 145 \pm 3\mu m$ (précisées à chaque fois dans la suite), de taille $2pouces$ ou $3pouces$.

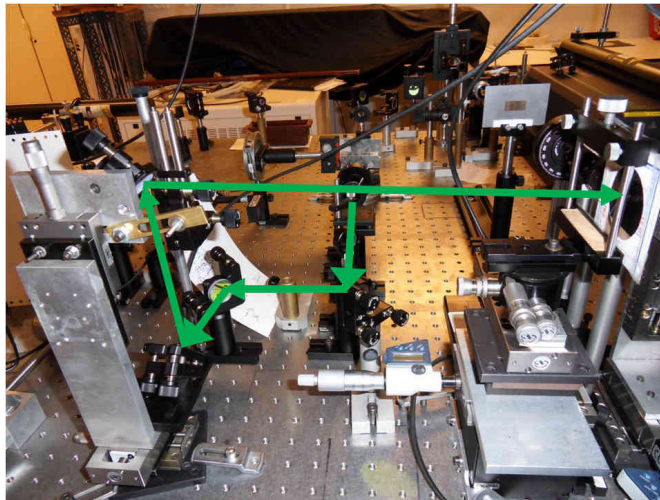
3.3.1 Ligne simple

Principe et schéma de l'excitation

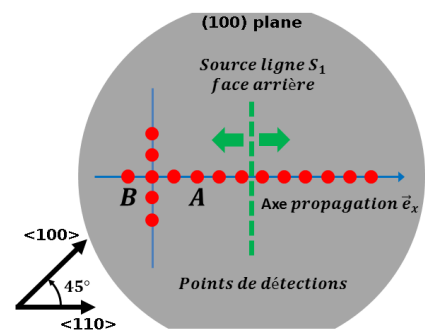
L'excitation la plus simple consiste à focaliser le faisceau laser le long d'une ligne [97] à l'aide d'une lentille cylindrique de focale $f' = 300mm$. Sa profondeur de champ, de l'ordre $\frac{\lambda f'^2}{2\phi^2} \approx \frac{532.10^{-6}(300.10^{-3})^2}{2(8.10^{-3})^2} \approx 400\mu m$, permet d'être peu sensible aux vibrations mécaniques et à toute mise au point de l'échantillon pour le réglage du Michelson (notamment lors du déplacement au sommet des piliers de silicium, l'échantillon est défocalisé d'environ $250\mu m$, ce qui impacte la forme de la source). Un bras opto-mécanique motorisé horizontalement permet de translater la source avec une précision pas à pas $\approx 1\mu m$. La photographie 3.3a montre le bras mécanique avec un tracé du chemin du faisceau laser picoseconde.

Cette première étude est réalisée sur le wafer $3pouces$ contenant les piliers de silicium (résultats au chapitre 5). Son épaisseur est de $145 \pm 3\mu m$ (fig. 3.3a).

La génération est réalisée pleine plaque, dans une zone où aucun dispositif n'est présent.



(a) Bras opto-mécanique formé d'une lentille cylindrique $f' = 300mm$ pour la production d'une source ligne mobile. L'excitation des ondes de Lamb est réalisée en face arrière de l'échantillon.



(b) Schéma du wafer et des points de détection pour l'étude de la génération ligne sur une plaque de silicium d'épaisseur $145 \pm 3\mu m$ (source S_1).

FIGURE 3.3 – Photo du dispositif de génération selon une ligne et schéma des conditions expérimentales de l'étude de cette génération.

Mesure au point A

Une première mesure est réalisée au point A , situé sur l'axe de propagation \vec{e}_x . Il se trouve à environ $20mm$ de la source élastique. La figure 3.4 montre le déplacement absolu non filtré obtenu après moyennage de 500 expériences indépendantes.

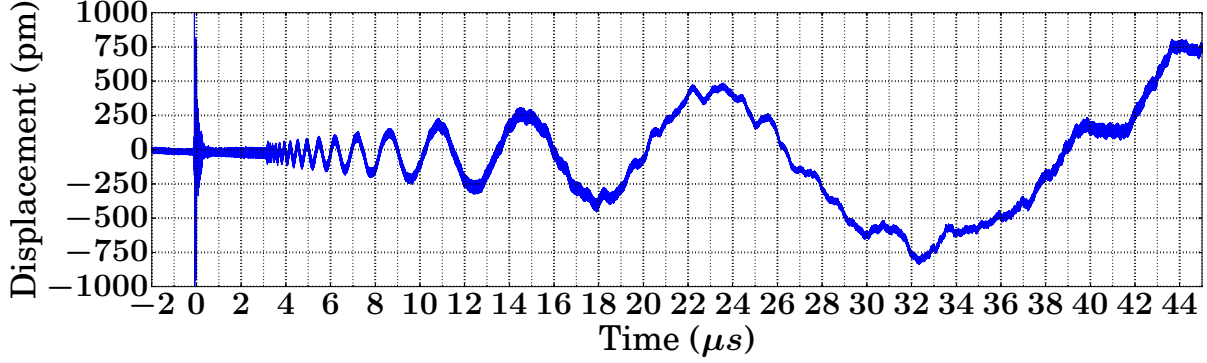


FIGURE 3.4 – Déplacement absolu mesuré au point A ($\approx 20mm$ de la source).

Le signal brut mesuré au point A est analysé à l'aide d'un algorithme de FFT, de deux façons différentes.

La première méthode utilisée est une opération de filtrage de type passe-bande. Cette opération se compose de trois étapes :

1. Calcul de la transformée de Fourier (TF).
2. Multiplication des données spectrales de l'étape 1 par une fenêtre de filtrage bien choisie.
3. Calcul de la transformée de Fourier inverse (TF^{-1}).

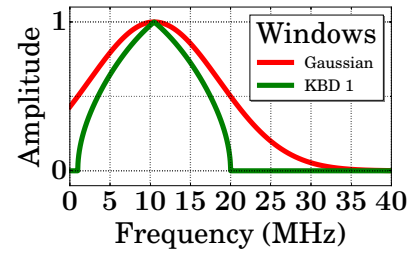
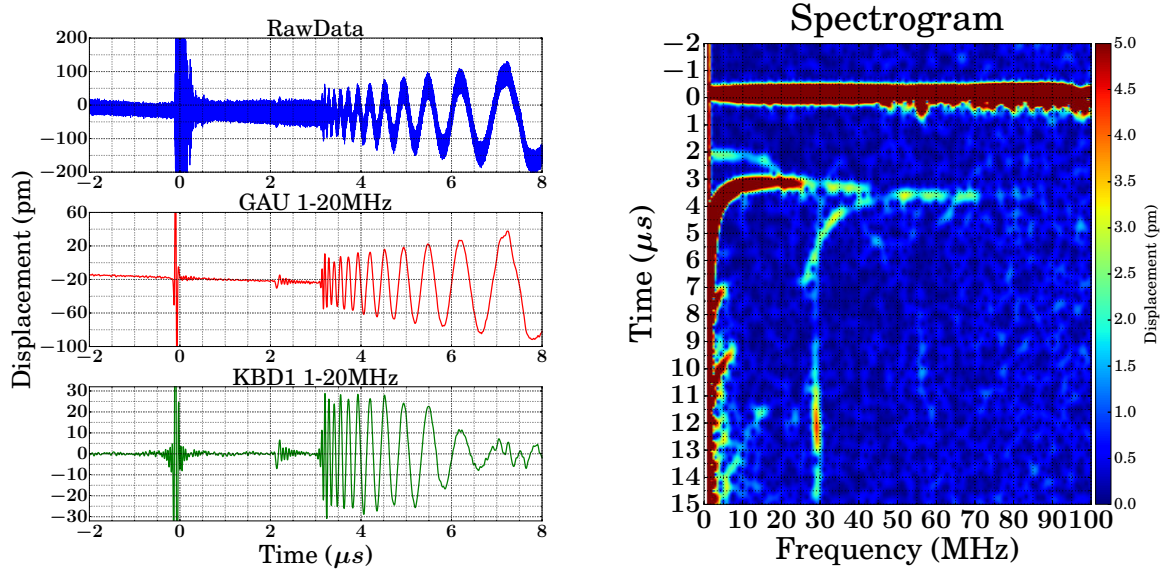


FIGURE 3.5 – Fenêtre gaussienne et $KBD1$ utilisées pour le filtrage de la figure 3.6

Sur l'exemple de la figure 3.6a, le filtrage de la donnée brute (fig. 3.4) a été réalisé à l'aide d'une fenêtre gaussienne et d'une fenêtre KBD d'ordre 1, entre $1MHz$ et $20MHz$. Les fenêtres de filtrages sont représentées graphiquement sur la figure 3.5. On pourra consulter l'annexe A pour plus de détails et précisions sur le programme et sur cette opération de filtrage, notamment sur le choix des fenêtres de filtrages en fonction de l'information recherchée.

La seconde méthode met en œuvre une série de filtrages réalisés sur le signal brut à l'aide d'une fenêtre gaussienne de largeur fixe $2MHz$ et dont les bornes f_1 et f_2 varient de $1MHz$ à $100MHz$. La figure 3.6b correspond à l'enveloppe des signaux filtrés et est appelée *spectrogramme*. Le spectrogramme fournit l'amplitude absolue du signal en fonction de la fréquence et du temps. On constate que le signal généré à l'aide d'une ligne source est une source blanche acoustique pour les modes de Lamb A_0 et S_0 entre 0 et $70MHz$. On visualise également la dispersion des modes. En effet, le spectrogramme obtenu est isomorphe des vitesses de groupes des ondes de Lamb. Il rend possible l'identification des modes.

Ce type de génération aboutit à l'obtention d'une source blanche acoustique. Ceci permet de comprendre les courbes de dispersion d'une plaque comme les solutions au



(a) Filtrage basse-bande : le signal brut est filtré entre 1MHz et 20MHz à l'aide d'un filtre gaussien et d'un filtre de type KBD1.

(b) Spectrogramme en amplitude du signal. On obtient directement des courbes isomorphes à la vitesse de groupe des modes de plaque.

FIGURE 3.6 – Illustration des deux principales méthodes du traitement du signal utilisées durant la thèse.

problème percutationnel. Autrement dit, il s'agit de la fonction de Green du système plaque.

Remarque : Une OPPM n'a pas de réalité physique car elle est d'énergie infinie. Une onde réelle OPP est d'énergie finie. Elle est donc de carré sommable par rapport au temps et admet une transformée de Fourier qui est une somme infinie d'ondes planes progressives monochromatiques. Les OPPM sont donc une base de l'espace des solutions de l'équation d'onde. C'est la raison pour laquelle l'ensemble du traitement du signal est réalisé à l'aide d'un algorithme de transformée de Fourier !

Amplitudes du signal en fonction de la fréquence

Le spectrogramme de la figure 3.6b montre que pour une même source, à une même fréquence, la composante hors plan de A_0 est plus grande que celle de S_0 , en accord avec les symétries puisque la polarisation de S_0 est d'avantage dans le plan alors que celle de A_0 est d'avantage hors plan. Avec la fréquence, l'amplitude ne varie pas de la même façon. Pour S_0 l'amplitude semble quasi constante pour des fréquences comprises entre 5MHz et 10MHz. Pour A_0 , la composante hors plan décroît avec la fréquence. Le spectrogramme de la figure 3.6b a été tracé à l'aide d'un écart en fréquence Δf constant. Le rapport $\frac{\Delta f}{f}$ variant, les paquets d'ondes affichés ont tous la même durée temporelle, ce qui affecte l'amplitude du signal en fonction de la fréquence. Pour étudier la variation de l'amplitude avec la fréquence, il est nécessaire d'avoir $\frac{\Delta f}{f} = \text{constante}$.

La figure 3.7 regroupe deux spectrogrammes tracés pour $\frac{\Delta f}{f} = 0.8$ et saturés pour S_0 à gauche et moins saturé à droite. L'amplitude maximale est ensuite extraite et tracée pour les modes S_0 et A_0 sur les figures 3.7b.

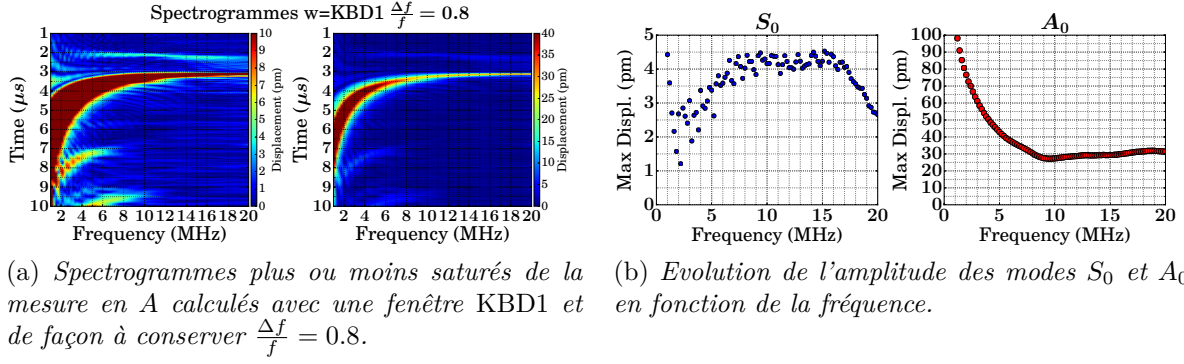


FIGURE 3.7 – Etude de l'évolution de l'amplitude générée pour les modes fondamentaux S_0 et A_0 de fréquences comprises entre $1MHz$ et $20MHz$.

S_0 est donc non dispersif et à un déplacement constant entre $5MHz$ et $10MHz$. L'amplitude croît linéairement entre $1MHz$ et $5MHz$ et décroît linéairement entre $10MHz$ et $20MHz$. Pour A_0 l'évolution entre $2MHz$ et $10MHz$ suit une loi de la forme $u(\nu) = \frac{270}{\nu} - \frac{250}{\nu^2}$. Le déplacement est ensuite constant autour d'une valeur de $30pm$. Cette expérience a été faite en régime d'ablation.

Mesures des courbes de dispersions des modes A_0 et S_0

À partir de la seule mesure en A , il est possible d'extraire la vitesse de groupe des modes de la plaque (A_0 et S_0) à l'aide du spectrogramme. En effet, la dissipation des ondes de Lamb de fréquences inférieures à $100MHz$ étant négligeable dans le silicium sur des distances $\leq 100m$, la vitesse de groupe correspond alors par définition à la vitesse de l'énergie : c'est pour cette raison que le spectrogramme du signal obtenu en un point est isomorphe de la vitesse de groupe des modes se propageant dans la plaque car il donne, pour une distance pompe-sonde fixée, en fonction de la fréquence, le temps nécessaire à l'énergie de l'onde pour parcourir la distance pompe-sonde. On a donc $V_g = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. L'incertitude de mesure sur Δt et Δx est de l'ordre de $\approx 15\%$ car Δx nécessite de bien positionner et de bien définir l'origine au centre de la source ; pour Δt , l'incertitude provient du fait que le zéro de la base de temps ne correspond pas forcément au départ de l'onde (comme le montre la figure 3.10 page 69).

Afin d'effectuer une mesure plus précise ($\leq 5\%$) de la vitesse de groupe, puis de la vitesse de phase et enfin de la courbe de dispersion, deux points suffisent. En effet, la distance spatiale relative Δx est alors connue avec une précision de l'ordre de $\approx 1\mu m$ (moteurs pas-à-pas ultra-précis), permettant d'obtenir une erreur relative inférieure à 0.1% (pour une distance supérieure à $1mm$ entre les deux points de mesure). D'autre part, la base de temps étant fixe d'une mesure à l'autre, l'estimation de Δt est obtenue avec une précision relative qui dépend principalement (le taux d'échantillonnage est de $5GS.s^{-1}$) des paramètres de filtrage des signaux (le choix de la nature de la fenêtre et de sa largeur spectrale affectent directement la position temporelle du maximum de l'enveloppe du signal filtré). En pratique, l'incertitude de mesure sur Δt converge vers $\approx 1\%$.

À partir de la mesure du déplacement aux points A et B séparés d'une distance

$\Delta x = 1001 \pm 1\mu m$, on pourrait estimer Δt pour plusieurs fréquences d'après ce qui précède et ainsi tracer l'évolution de la vitesse de groupe du mode A_0 en fonction de la fréquence. Cette approche, un peu longue numériquement, a été remplacée par celle-ci :

1. On estime, pour différentes fenêtres spectrales, la vitesse de groupe à $5MHz$ à partir de A et B ; mesure qui converge vers $V_g(A_0@5MHz) = 4885 \pm 50 m.s^{-1}$.
2. On calcule le spectrogramme au point A .
3. On calcule la position temporelle du maximum de l'énergie (à partir du spectrogramme) en fonction de la fréquence (incertitude de $\approx 1\%$).
4. On estime la distance pompe-sonde $\Delta x = 4885 \times 3.7676.10^{-6} = 18.5mm(\pm 2\%)$ à partir de $V_g(A_0@5MHz)$ et de la mesure précédente de la position temporelle du maximum du paquet centré à $5MHz$.
5. On calcule alors la vitesse de groupe du mode A_0 (selon l'axe $[110]$) pour des fréquences comprises entre $1MHz$ et $20MHz$ à partir du spectrogramme (incertitude finale $\approx 3\%$).

La figure 3.8 est une représentation graphique de cette mesure expérimentale de $V_g^{A_0}(\nu)$ selon l'axe $[110]$ en fonction de la fréquence. Elle est comparée au calcul numérique pour une plaque d'épaisseur $e = 145\mu m$ le long de la direction $[100]$ (programme fourni par Vincent Laude).

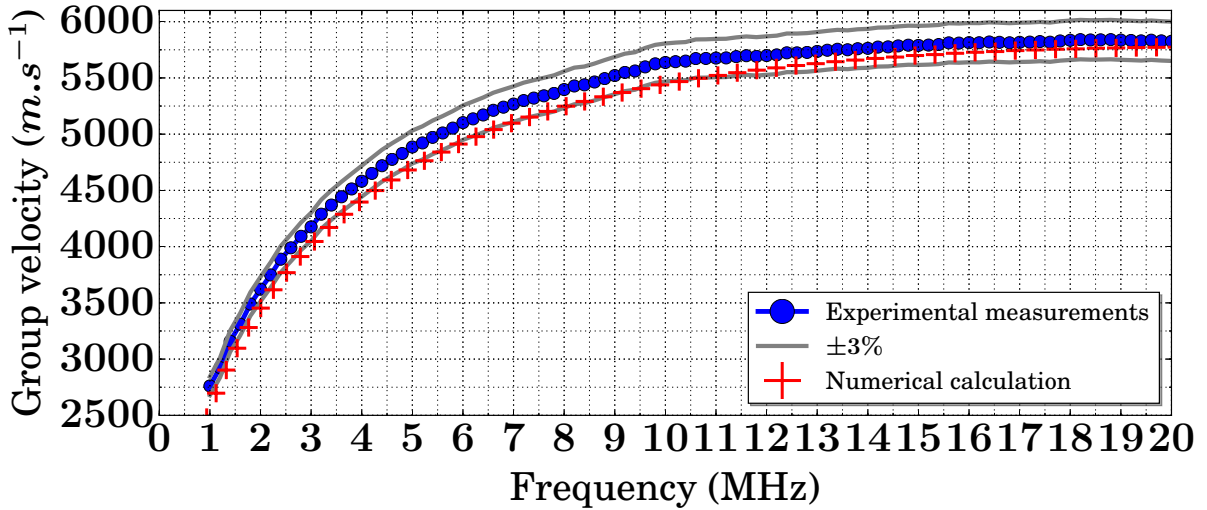
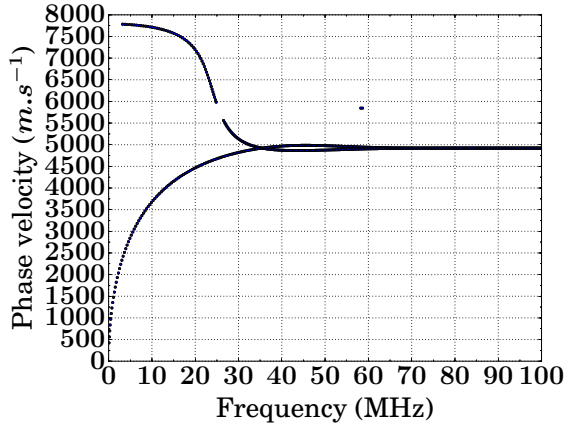
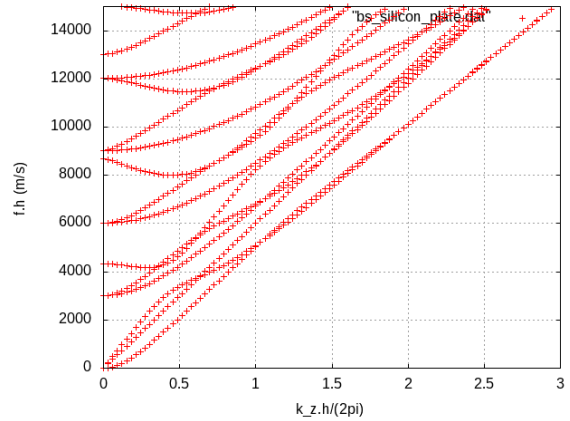


FIGURE 3.8 – Vitesse de groupe mesurée et calculée pour le mode A_0 d'un wafer de silicium le long de la direction $[100]$, d'épaisseur $e = 145\mu m$.

Entre $1MHz$ et $10MHz$, on peut constater que la mesure expérimentale de $V_g^{A_0}(\nu)$ selon $[110]$ et la simulation numérique de $V_g^{A_0}(\nu)$ selon $[100]$ se distinguent par leur concavité et ne se recouvrent pas. L'écart entre les vitesses de groupes, $\approx 3\%$ selon $[100]$ et $[110]$, provient de l'anisotropie du silicium qui fut également observée sur les vitesses de phase du mode A_0 avec un écart un peu plus important d'environ $\approx 6\%$ autour de $5MHz$ (avec $V_\phi^{A_0}[110] > V_\phi^{A_0}[100]$ pour ν autour de $5MHz$). Les figures 3.9b et 3.9a correspondent respectivement aux données simulées de la courbe de dispersion et de la vitesse de phase pour les modes A_0 et S_0 d'une plaque d'épaisseur $e = 145\mu m$, selon la direction $[100]$.



(a) Vitesse de phase des modes A_0 et S_0 .



(b) Relation de dispersion.

FIGURE 3.9 – Données simulées sur wafer Si d'épaisseur $e = 145\mu\text{m}$ selon [100].

Il est intéressant de constater que dans le domaine de fréquences allant de 1MHz à 10MHz , le mode S_0 est quasiment non dispersif alors que A_0 est fortement dispersif. De plus, la vitesse de phase de S_0 est environ deux fois plus grande que celle de A_0 . Cela se traduit dans les images espace-temps par des pentes variant du simple au double entre A_0 et S_0 , rendant l'identification des modes possible et simple.

Cartographie le long et orthogonalement à la direction de propagation

Une onde est décrite par une fonction d'onde scalaire $u(M, t)$ ou vectorielle $\vec{u}(M, t)$, solution d'une équation d'onde. Dans le cas de l'onde plane scalaire (cas des ondes de Lamb) on a $u(M, t) = u(x, t)$, et on est ramené à un problème à une dimension (comme précédemment). Un scan spatial résolu en temps le long de l'axe x suffit à caractériser complètement l'onde. En un point de l'espace, il manque l'information de phase.

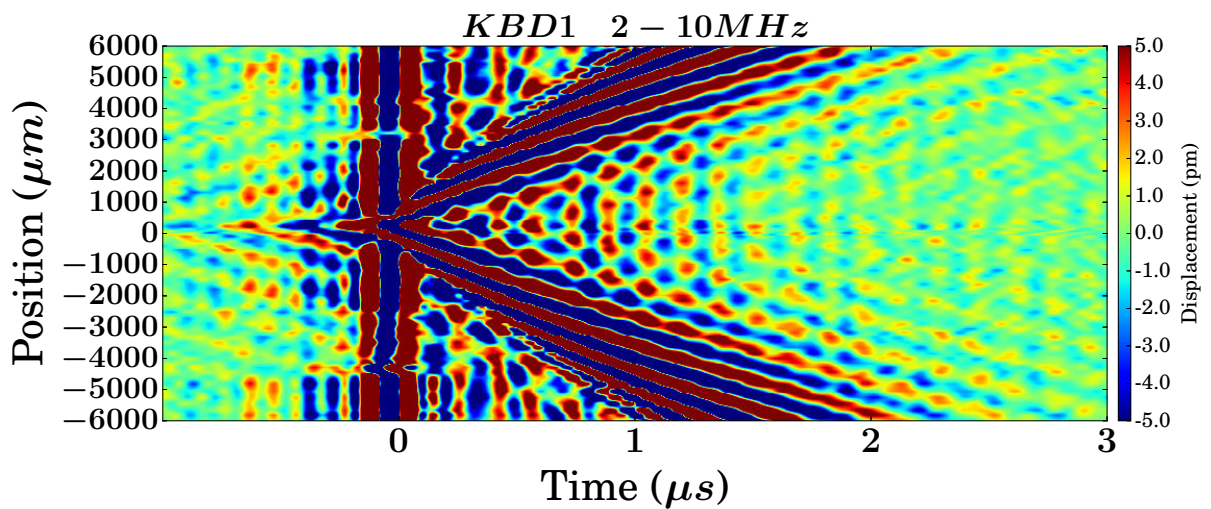
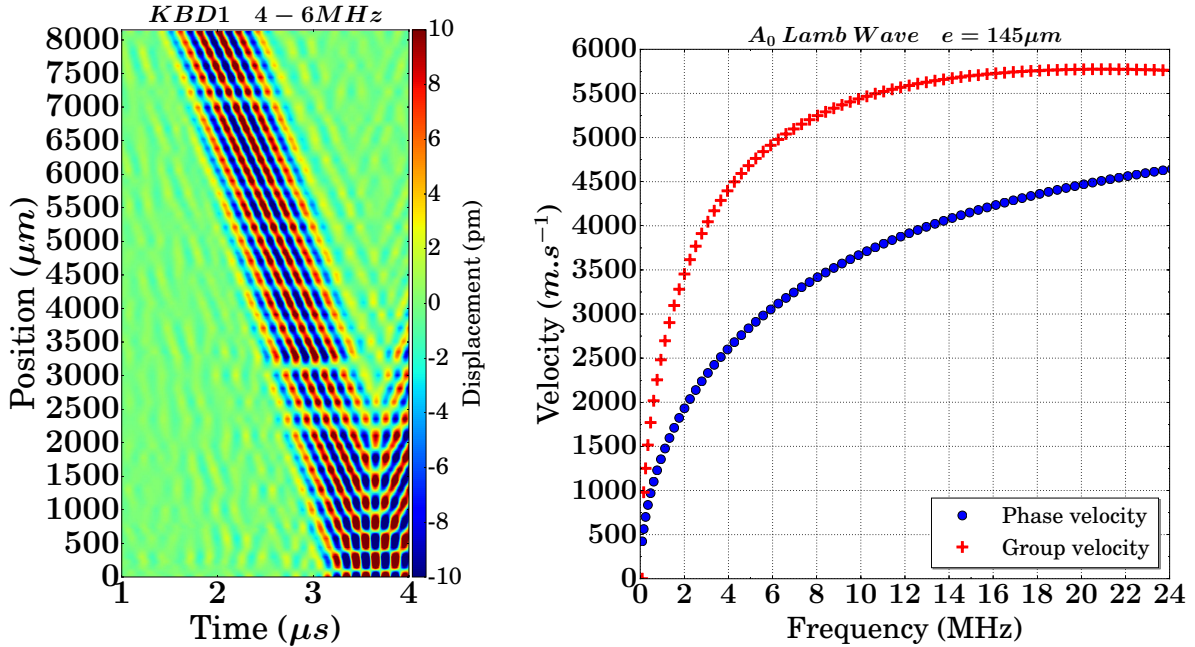


FIGURE 3.10 – Cartographie du déplacement de part et d'autre de la source. Signal filtré à l'aide d'une fonction KBD d'ordre 1 entre 2MHz et 10MHz .

Dans un premier temps, on utilise le bras de détection pour mesurer le déplacement de part et d'autre de la source. L'image spatio-temporelle du signal est représentée sur la figure 3.10. L'abscisse correspond à la base de temps, l'ordonnée à la coordonnée d'espace (position de la détection le long de l'axe \vec{e}_x). Le signal est filtré à l'aide d'une fenêtre KBD d'ordre 1. Les ondes visibles correspondent aux modes A_0 . On distingue également par cohérence du signal le mode S_0 . On visualise donc ici les vitesses de phase des modes A_0 et S_0 . Le phénomène de dispersion des ondes A_0 est bien marqué sur cette cartographie.

Plus loin de la source, à environ $\approx 20\text{mm}$, une autre cartographie (fig. 3.11a) est réalisée le long de \vec{e}_x . On peut y observer un phénomène lié à la dispersion du silicium pour les ondes A_0 : la vitesse de phase est toujours inférieure à la vitesse de groupe. On parle alors de *dispersion anormale*, phénomène caractérisé par cet effet de cisaillement des fronts d'onde en bord de paquet d'ondes. Pour S_0 , c'est le contraire, la vitesse de phase est toujours supérieure à la vitesse de groupe : on parle alors de *dispersion classique* (ou normale) [98]. Les graphiques spatio-temporels permettent de calculer la longueur d'onde λ , la vitesse de phase et de groupe du paquet d'ondes. La figure 3.11b regroupe les valeurs calculées des longueurs d'onde pour les modes A_0 et S_0 sur plaque d'épaisseur $e = 145\mu\text{m}$.



(a) Cartographie le long de la direction de propagation [110]. (b) Vitesses de groupes et de phases des ondes de Lamb A_0 sur plaque $e = 145\mu\text{m}$ selon la direction [100] (simulation).

FIGURE 3.11 – Propagation d'un paquet d'ondes A_0 selon [110] et dispersion anormale.

Ces effets se comprennent assez simplement en regardant ce qu'est un paquet d'ondes qui se disperse.

De façon général, dans un milieu dispersif, une onde OPPM s'écrit :

$$\underline{u}(x, t) = u_0 e^{i(\omega t - k(\omega)x + \phi)} = u_0 e^{i\omega \left(t - \frac{k}{\omega}x + \phi\right)}$$

k est une fonction de ω et on remarque que $\frac{\omega}{k(\omega)}$ est homogène à une vitesse.

Définitions et vocabulaires :

$$\text{Vitesse de phase : } V_\phi(\omega) = \frac{\omega}{k(\omega)} \quad \text{avec } \omega \text{ la pulsation de l'onde} \quad (3.1)$$

$$\text{Vitesse de groupe : } V_g(\omega) \stackrel{\text{def}}{=} \left(\frac{d\omega}{dk} \right)_\omega \stackrel{\text{ordre 1}}{=} \frac{1}{\left(\frac{dk}{d\omega} \right)_k} \quad \text{car } k \text{ fonction de classe } \mathcal{C}^1 \quad (3.2)$$

Soit $\underline{u}(x, t)$ une onde réelle dans un milieu dispersif. L'analyse de Fourier permet d'écrire cette fonction d'onde sous la forme :

$$\underline{u}(x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{A}(\omega) e^{i(\omega t - k(\omega)x + \phi)} d\omega \quad \text{avec } \underline{A}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \underline{u}(0, t) e^{(-i\omega t)} dt$$

On parle de *paquet d'ondes* lorsque l'amplitude $\underline{A}(\omega)$ prend des valeurs significatives sur un intervalle de pulsation $[\omega - \frac{\delta\omega}{2}, \omega + \frac{\delta\omega}{2}]$. De ce fait, en posant ω_c la pulsation centrale du paquet et $k_c = k(\omega_c)$, on obtient :

$$\underline{u}(x, t) = e^{i(\omega_c t - k_c x + \phi)} \int_{\omega_c - \frac{\delta\omega}{2}}^{\omega_c + \frac{\delta\omega}{2}} \underline{A}(\omega) e^{i((\omega - \omega_c)t - (k(\omega) - k_c)x)} d\omega = e^{i(\omega_c t - k_c x + \phi)} \underline{\mathcal{S}}(x, t)$$

Le paquet est donc le produit d'une fonction $\underline{\mathcal{S}}(x, t)$ de variation lente par une OPPM. $\underline{\mathcal{S}}(x, t)$ est appelée enveloppe du paquet. ω étant proche de ω_c , on peut faire un développement limité de k afin de caractériser un peu mieux le paquet d'ondes et cette enveloppe :

$$k(\omega) - k_c \approx \frac{\omega - \omega_c}{V_g(\omega_c)} + \frac{1}{2}(\omega - \omega_c)^2 \left(\frac{d^2 k}{d\omega^2} \right)_{\omega_c}$$

D'où, en injectant dans l'expression de $\underline{\mathcal{S}}(x, t)$ on obtient :

$$\underline{\mathcal{S}}(x, t) \approx \int_{\omega_c - \frac{\delta\omega}{2}}^{\omega_c + \frac{\delta\omega}{2}} \underline{A}(\omega) e^{i \left((\omega - \omega_c) \left(t - \frac{x}{V_g(\omega_c)} - \frac{1}{2}(\omega - \omega_c) \left(\frac{d^2 k}{d\omega^2} \right)_{\omega_c} \right) \right)} d\omega$$

À l'ordre 1 sur $k(\omega)$, $\underline{\mathcal{S}}(x, t) = \underline{\mathcal{S}}(0, t - \frac{x}{V_g(\omega_c)})$. La vitesse du maximum du paquet d'ondes correspond donc à la vitesse de groupe. Par définition, la vitesse d'énergie correspond à la vitesse de propagation de l'énergie du paquet dans le milieu. Lorsque le milieu est sans perte, la vitesse d'énergie coïncide avec la vitesse de groupe du paquet d'ondes (cas des ondes de Lamb sur plaque de silicium).

Ce calcul nous montre également qu'en pratique, pour mesurer une vitesse de groupe, il faut le faire sur un paquet d'ondes de faible largeur spectrale. À une distance de mesure donnée, le temps nécessaire pour voir arriver le signal est relié à la vitesse de groupe (vitesse de l'information) si et seulement si on peut négliger soit le terme d'ordre 2 $\frac{d^2 k}{d\omega^2}$, soit $\omega - \omega_c$. Sinon le paquet se déforme au cours de la propagation et donc le maximum de l'énergie évolue au cours de la propagation, empêchant toute mesure de la vitesse de groupe. En pratique, on fixe une largeur spectrale de filtrage suffisamment faible pour permette de remonter à la vitesse de groupe lors du calcul des spectrogrammes.

L'onde peut donc être vue simplement comme une OPPM se propageant à la vitesse de phase V_ϕ multipliée par une enveloppe qui se propage selon sa propre direction et avec sa propre vitesse V_g . D'où cet effet de fenêtre qui glisse sur les franges. D'autre part, de façon générale, dans les milieux anisotropes comme le silicium, hors des axes principaux cristallographiques (familles $< 100 >$ et $< 110 >$), les vecteurs polarisation ($\vec{u}, \vec{v}, \vec{w}$), de direction \vec{k} et de groupe (d'énergie ou de Poynting), n'ont aucune raison d'être colinéaires !

Une dernière cartographie a été réalisée orthogonalement à la direction de propagation afin de caractériser la planéité du paquet d'ondes émis. La ligne source est une ligne d'environ 5mm de long, sur environ $\approx 50\mu\text{m}$ de large, comme en témoigne l'image 3.12 prise à la surface d'un wafer au niveau de la marque d'ablation laissée par la ligne. Le résultat est présenté sur la figure 3.13. Le signal est filtré à l'aide d'une fenêtre KBD ordre 1 centrée autour de 7MHz et de largeur 2MHz . On peut identifier le mode symétrique autour de $2\mu\text{s}$: sa phase apparaît plane, d'amplitude de l'ordre de 2pm au centre du paquet. Le paquet du mode A_0 arrive ensuite à environ $3\mu\text{s}$, avec une amplitude supérieure à 5pm sur une longueur de 3mm (entre les positions $1000\mu\text{m}$ et $4000\mu\text{m}$). La phase du paquet est légèrement courbée aux bords. Ceci est certainement dû à la diffraction en bord de ligne de taille finie. En revanche, elle est relativement bien plane au centre, sur plus de 3mm . Si on centre bien la source sur le dispositif, l'onde apparaît donc plane et d'amplitude maximale. On notera la présence d'un écho à partir de $t = 3.5\mu\text{s}$.

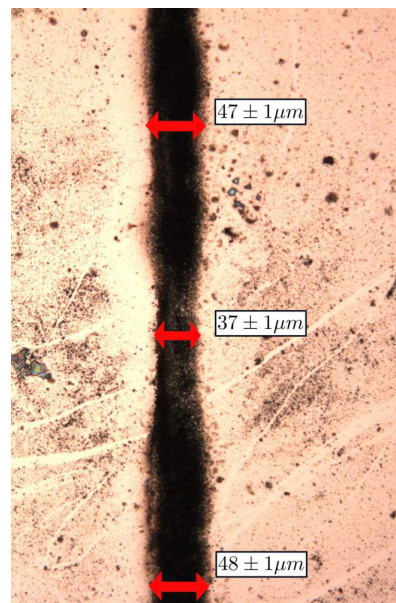


FIGURE 3.12 – Image microscope optique $\times 20$ du résultat de l'ablation d'un wafer de silicium ($e = 145 \pm 3\mu\text{m}$) par une ligne source focalisée à l'aide d'une lentille cylindrique de focale $f' = 300\text{mm}$.

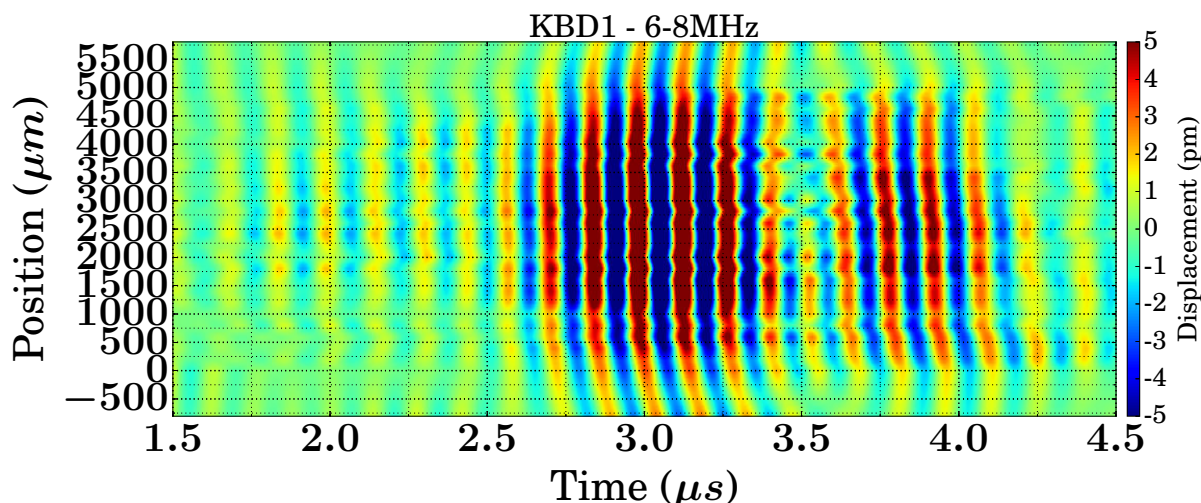


FIGURE 3.13 – Cartographie du déplacement parallèlement à une ligne source.

Profil spectral en fonction de la direction cristallographique

Comme le montre la figure 3.14, la génération sur silicium dépend peu de la direction cristallographique. On retrouve bien une source blanche élastique pour A_0 et S_0 . On notera l'absence du mode à vitesse de groupe « négative » toujours présent le long de la direction $[110]$ et absent sur l'axe $[100]$. Il se peut qu'il soit plus faible (et non absent).

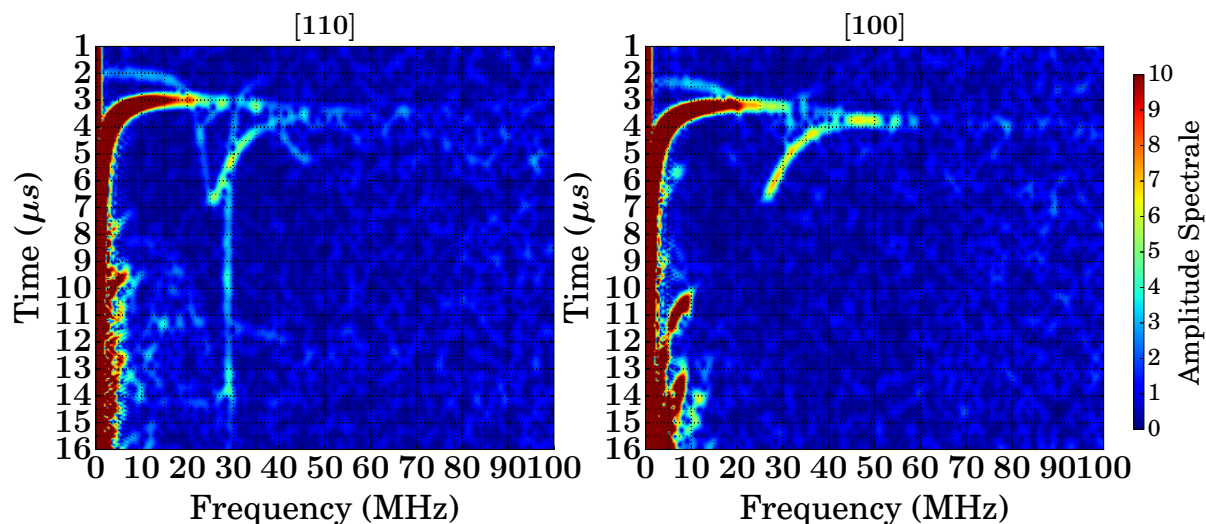


FIGURE 3.14 – Spectrogrammes des sources générées avec une ligne perpendiculaire à la direction $[110]$ d'une plaque de silicium d'épaisseur $e = 145 \pm 3 \mu\text{m}$ et à de cette direction (perpendiculaire à $[100]$).

Evolution du contenu fréquentiel avec la focalisation

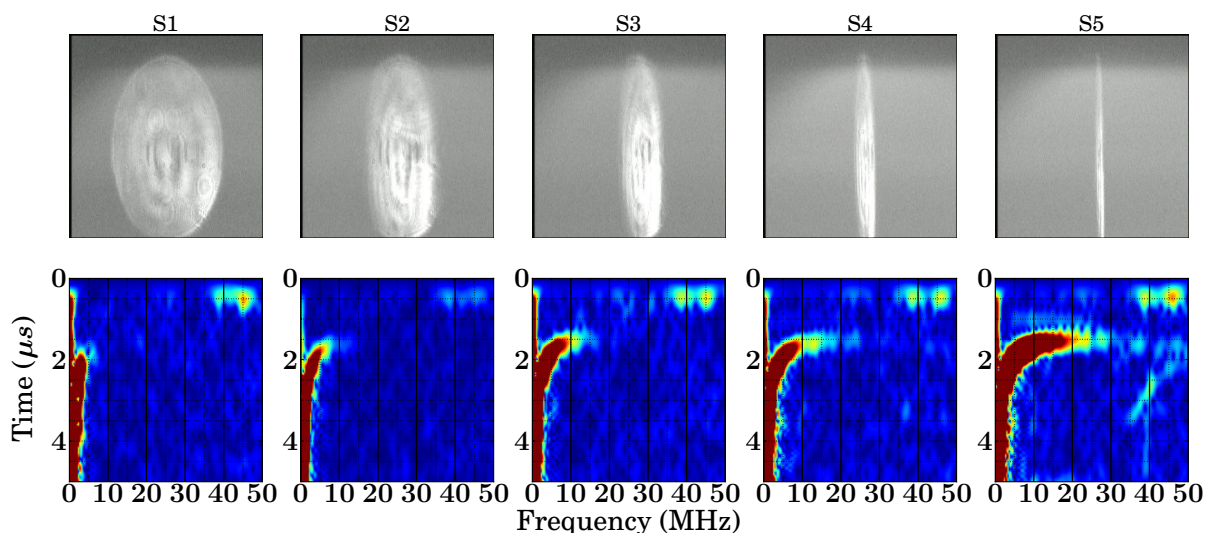


FIGURE 3.15 – Images de la ligne source et spectrogrammes des signaux obtenus sur une plaque de silicium de $110 \mu\text{m}$ d'épaisseur.

L'expérience consiste à focaliser de plus en plus une ligne lumineuse à l'aide d'une lentille cylindrique sur un wafer de silicium. La figure 3.15 présente les résultats obtenus sur une plaque de $110\mu m$ d'épaisseur.

Le contenu spectral augmente avec la focalisation. Avec la source S_1 , le mode A_0 est de fréquence maximale $5MHz$. La fréquence maximale générée augmente avec S_2 puis S_3 et S_4 , pour finalement retrouver avec la source S_5 le spectrogramme d'une ligne focalisée (voir figure 3.6b p. 66), sur lequel on peut identifier les modes A_0 et S_0 , ainsi qu'un mode de fréquence de coupure autour de $40MHz$ et qui fut également mesuré autour de $30MHz$ sur une plaque d'épaisseur $145\mu m$ (voir fig.3.14).

Remarque : Des résultats identiques ont été obtenus sur une plaque d'épaisseur $145\mu m$.

3.3.2 Lignes en face-à-face

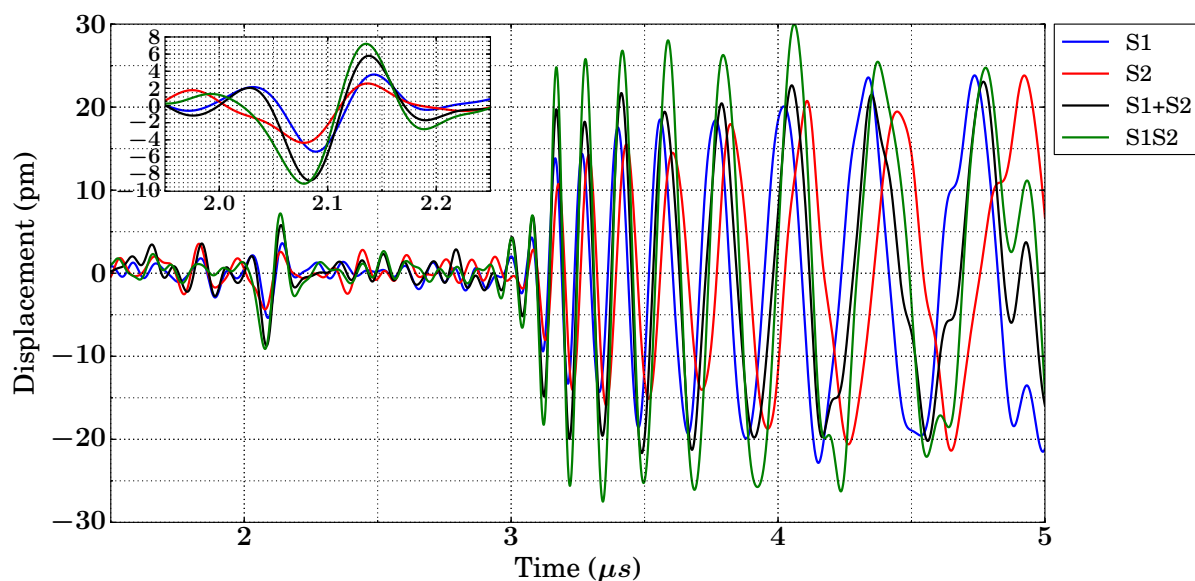


FIGURE 3.16 – Déplacements mesurés pour les sources S_1 et S_2 seules, puis en présence des deux sources S_1S_2 . Le signal noir correspond à la somme numérique de $S_1 + S_2$. Un zoom sur le signal symétrique est affiché. Graphiquement, chaque source produit un signal symétrique S_0 de l'ordre de $3pm$: les deux sources en présence produisent un signal S_0 d'amplitude $6pm$. Les signaux $S_1 + S_2$ et S_1S_2 sont très proches quel que soit le mode. Ces filtrages sont réalisés sur une bande de $2 - 15MHz$ avec une fenêtre KBD ordre 1.

Ce système de génération consiste à utiliser deux lignes d'excitation de part et d'autre de l'échantillon afin de favoriser, par symétrie, le mode S_0 par rapport au mode A_0 . La source du côté de la détection est appelée S_2 ; celle en face arrière S_1 . La source S_1 est mobile (translation possible horizontalement le long de la direction de propagation) alors que la source S_2 est laissée fixe.

Aligné dans un premier temps à l'œil, ce système d'excitation favorise tout de suite le mode S_0 dont l'amplitude est plus intense qu'avec le système simple ligne. Cette génération est destructive pour certaines fréquences du mode A_0 qui de façon générale est atténué par cette technique de génération. Il est possible de comprendre ce phénomène en

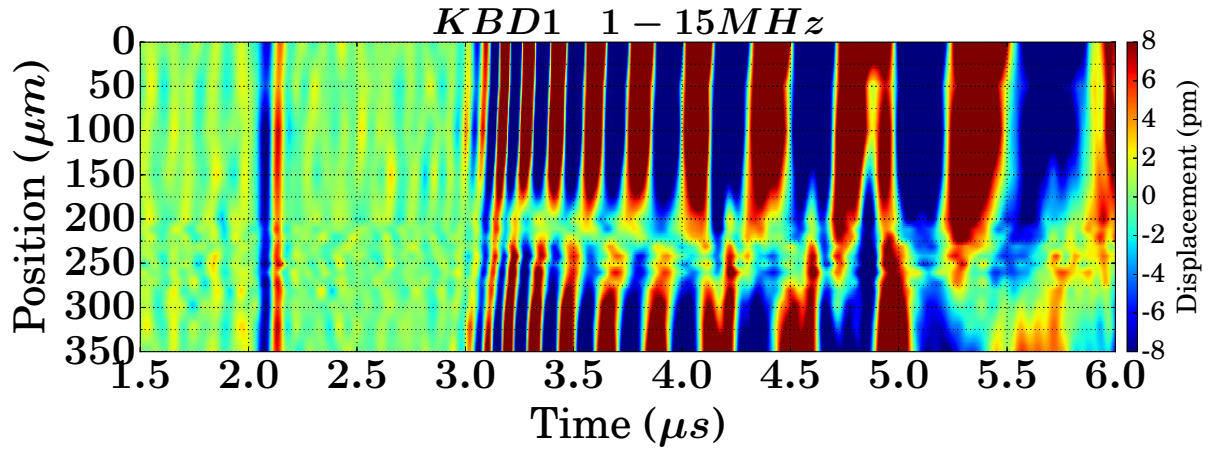


FIGURE 3.17 – *Evolution de l’amplitude des modes générés en fonction de la position de la source S_1 en face arrière par rapport à la source S_2 , fixe en face avant. Lorsque les deux sources sont alignées à mieux que $\approx 10\mu\text{m}$, le mode A_0 est atténué par interférences destructives sur quasiment toute la gamme de fréquence. Le mode S_0 apparaît d’amplitude constante sur la plage de $350\mu\text{m}$ explorée.*

terme d’interférence. Chaque source produit sa propre réponse : le résultat final mesuré est alors la superposition (interférence) des deux sources.

La figure 3.16 regroupe les mesures de déplacements filtrées obtenues avec la source S_1 seule, S_2 seule et les sources S_1 et S_2 toutes deux en présence. Le champ de déplacement engendré par le couple S_1S_2 est égal (au bruit près) à la somme numérique des champs des déplacements produit par chacune des sources. Du fait des symétries, le mode S_0 est favorisé et il est possible d’annuler le mode A_0 . Le mode S_0 étant de grande longueur d’onde autour de $1 - 10\text{MHz}$, la condition d’alignement des deux sources n’est pas critique pour notre montage ($100\mu\text{m}$) ; par contre pour annuler le mode A_0 , la condition d’alignement est quasi « résonante », avec une sensibilité d’alignement en face-à-face des sources d’environ $1\mu\text{m}$, comme le montre la figure 3.17 qui présente un zéro de déplacement hors plan pour $\delta x \leq 5\mu\text{m}$.

En pratique, il est difficile de produire exactement les mêmes sources S_1 et S_2 avec deux systèmes optiques séparés et différents. Malgré cette difficulté, cela n’affecte pas le fait que l’on amplifie le mode S_0 , seul A_0 est plus ou moins atténué. Cette source a été utilisée pour sonder le comportement des piliers de silicium sur silicium (cf. chapitre 5).

3.3.3 Réseau de franges carrées

Pour imprimer une modulation périodique sur l’échantillon, trois types de techniques ont été utilisées :

- L’imagerie d’un masque de franges.
- L’utilisation d’un réseau diffractant.
- Un interféromètre de Sagnac permettant de stabiliser l’interfrange d’une modulation sinusoïdale.

Le montage de génération par imagerie d’un masque d’amplitude est constitué d’une lentille faisant l’image d’un masque éclairé par le laser picoseconde. Lorsque l’échantillon

et le masque sont conjugués par la lentille, on obtient une modulation carrée de l'intensité, comme le montre la figure 3.18a. Si la conjugaison n'est pas respectée, la modulation de l'intensité sur l'échantillon peut être relativement complexe puisque alors celui-ci est placé dans un plan quelconque de diffraction de Fresnel. Les meilleurs résultats du point de vue de la génération élastique furent observés pour une modulation carrée correspondant à une image nette du masque. Par conséquent, ce montage nécessite un système de visualisation des franges effectivement imprimées afin de s'assurer du bon contraste de celles-ci à la surface de l'échantillon. La figure 3.18a présente un schéma du montage permettant d'obtenir le profil carré d'intensité et une visualisation de celles-ci.

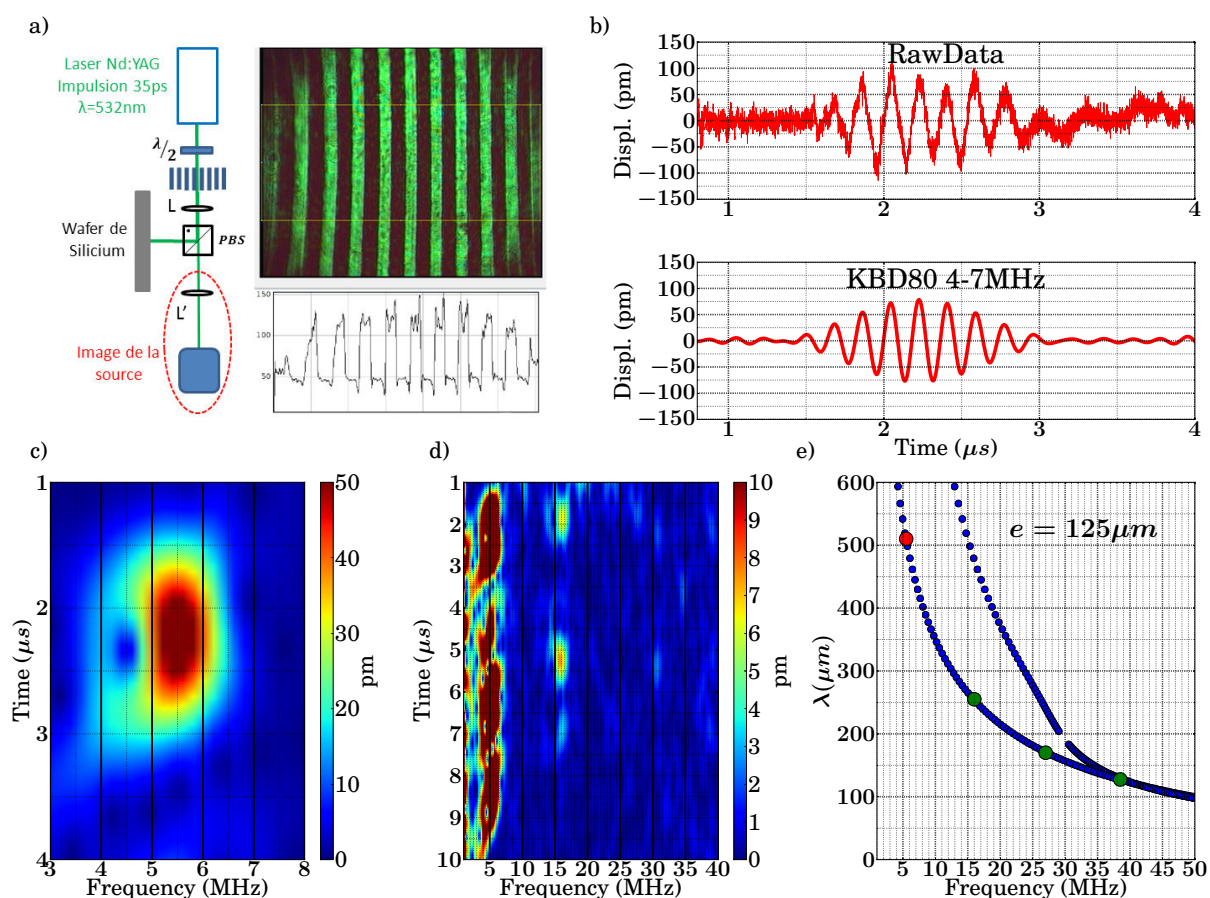


FIGURE 3.18 – Ensemble de données liées à la génération par imagerie d'un masque de profil carré sur wafer de silicium d'épaisseur $e = 125\mu\text{m}$. a) Schéma du dispositif optique et image du profil périodique carré d'intensité imprimé sur l'échantillon. Le système de visualisation permet de fixer l'interfrange et de bien contraster la modulation d'intensité. b) Signal expérimental du déplacement de surface « brute » (bande passante de la photodiode $[0 - 100\text{MHz}]$) et filtré à l'aide d'une fenêtre KBD d'ordre 80 entre 4MHz et 7MHz . c) Spectrogramme du signal calculé à l'aide d'une fenêtre de filtrage gaussienne de largeur à mi-hauteur fixe égale à 1MHz . d) Spectrogramme identique à la figure c) mais sur une plage de temps et de fréquence plus importante. Cela permet d'identifier la présence de deux paquets d'ondes centrés à 5.5MHz et 16MHz . e) Longueur d'onde théorique en fonction de la fréquence pour une plaque de silicium de $e = 125\mu\text{m}$.

Le paquet d'ondes élastiques obtenu avec ce type de profil sur une plaque de $e = 125\mu m$ est présenté sur la figure 3.18b, qui regroupe le signal brut et un signal filtré entre $4 - 7MHz$ à l'aide d'une fenêtre *KBD*.

Afin de pouvoir analyser les propriétés de cette génération, le spectrogramme est calculé et affiché pour deux bases de temps et de fréquences différentes sur les figures 3.18c et 3.18d. On constate la présence notable de deux paquets d'ondes centrés à $5.5MHz$ et $16MHz$. La valeur théorique des longueurs d'ondes des ondes de Lamb A_0 sur plaque $e = 125\mu m$ (fig. 3.18e) permet de conclure que ces deux paquets sont de longueurs d'ondes doubles. Grâce à un étalonnage du système de visualisation des franges, il fut possible de mesurer l'interfrange des franges lumineuses imprimées à une valeur autour de $500\mu m$. Le paquet à $5.5MHz$ est donc le fondamental, le paquet à $16MHz$, la première harmonique (longueur d'onde divisée par deux). L'harmonique 2, de longueur d'onde $\lambda \approx 160\mu m$, est de fréquence théoriquement égale à $\approx 27MHz$. Ce mode est à peine visible sur le spectrogramme. La modulation carrée produit donc un signal élastique quasi monochromatique. Les harmoniques sont très peu excitées et contrairement à la TF d'un signal périodique carré qui ne contient que des fréquences d'ordre impair, on observe ici une harmonique d'ordre pair.

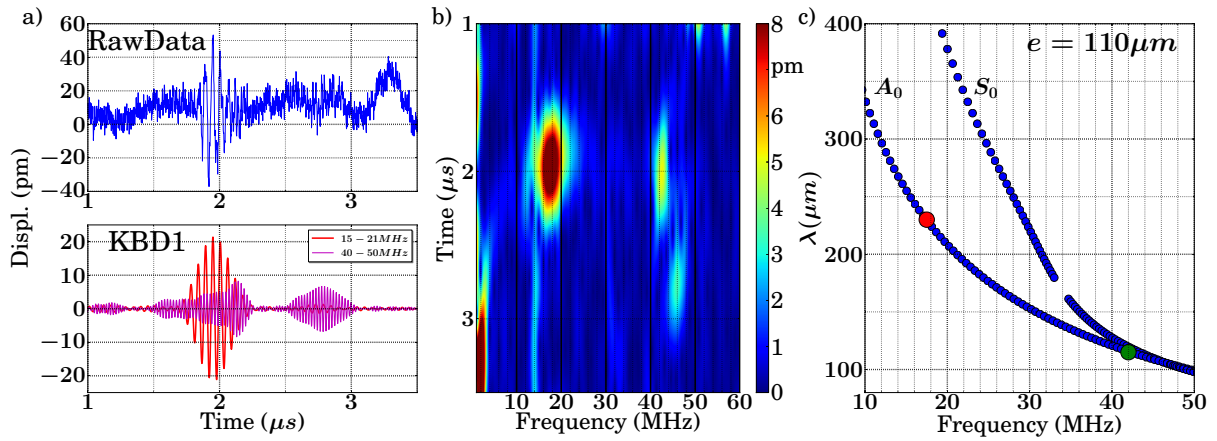


FIGURE 3.19 – Données obtenues par la technique de génération par imagerie d'un masque sur wafer d'épaisseur $e = 110\mu m$. a) Signaux expérimentaux du déplacement de surface respectivement « brut » et filtré. b) Spectrogramme du signal calculé à l'aide d'une fenêtre de filtrage gaussienne de largeur à mi-hauteur fixe égale à $1.5MHz$. c) Longueur d'onde théorique en fonction de la fréquence pour une plaque de silicium d'épaisseur $e = 110\mu m$. Le mode fondamental ($17.5MHz$) ainsi que l'harmonique symétrique ($46MHz$) et l'harmonique antisymétrique ($42MHz$) sont générés.

Ce dispositif de génération a également été utilisé lors de l'étude de la cavité phononique. La figure 3.19 présente un paquet d'ondes généré sur l'échantillon de $110\mu m$ d'épaisseur à l'aide d'une mire périodique carrée (identique à celle de la figure 3.18a)). Le fondamental du paquet d'ondes est centré à $17.5MHz$, soit une longueur d'onde théorique de $\lambda_0 = 230 \pm 5\mu m$. D'après la courbe de dispersion, la première harmonique ($\frac{\lambda_0}{2} = 165\mu m$) apparaît à la fréquence de $42MHz$ (point vert de la figure 3.19c)). Sur le spectrogramme, on identifie bien un paquet d'ondes centré autour de $\sim 42MHz$ et également un paquet centré autour de $\sim 46MHz$. Pour ce dernier, il s'agit du mode

S_0 (la symétrie d'excitation autorise ce mode qui est donc excité). Concernant le mode fondamental S_0 de longueur d'onde λ_0 , sa fréquence théorique est de $\sim 28\text{MHz}$ et il est à peine perceptible : l'efficacité de génération entre les modes A_0 et S_0 dépend de la fréquence. On peut avoir une idée de cette efficacité en regardant les données de la figure 3.6b.

3.3.4 Diffraction à l'infini d'un réseau de fentes d'Young

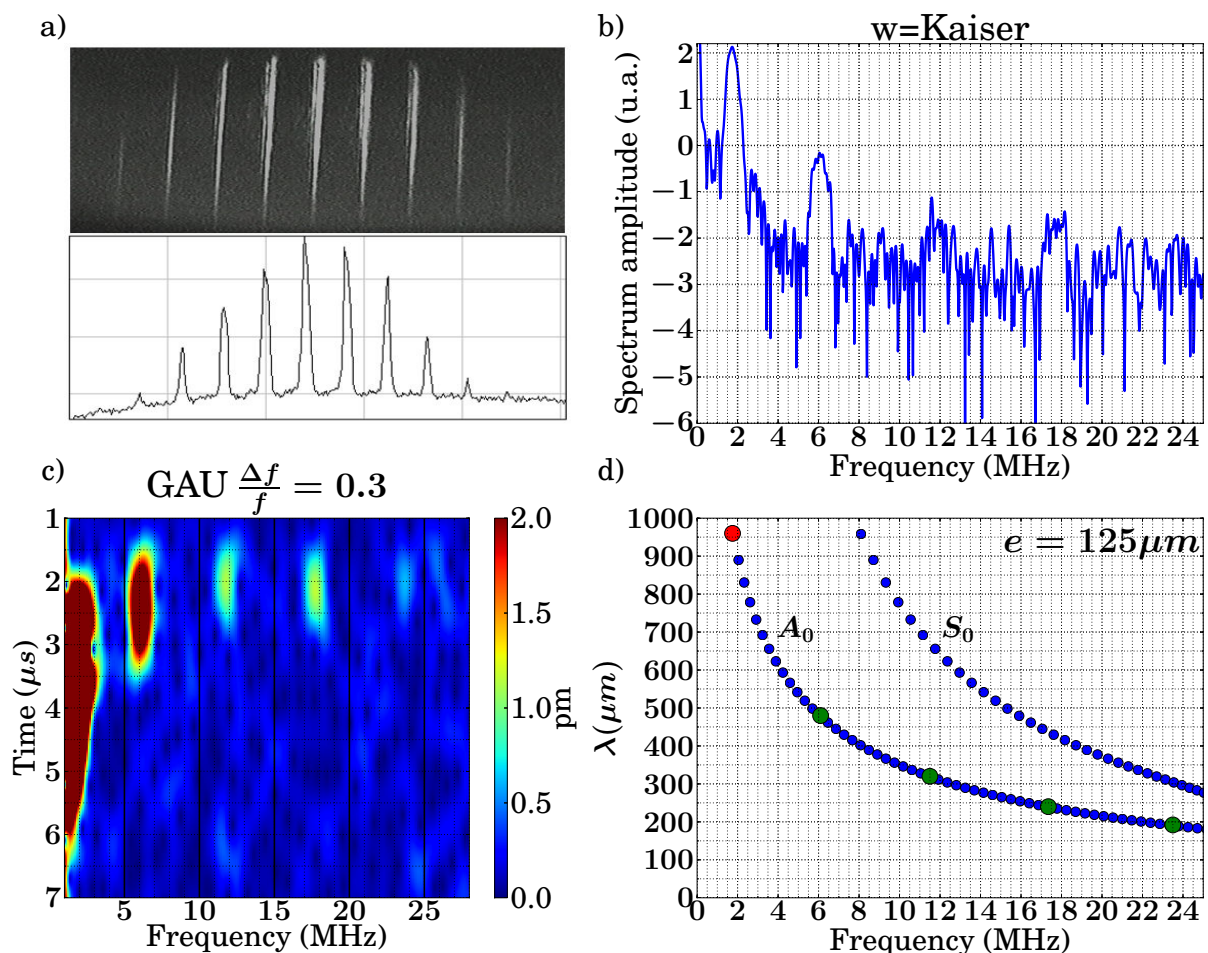


FIGURE 3.20 – Données obtenues par réseau diffractant. a) Image de la modulation lumineuse obtenue par diffraction d'un réseau de fentes. b) Spectre du paquet d'ondes élastiques généré sur wafer d'épaisseur $e = 125\mu m$ (échelle log en ordonnée) calculé par fenêtrage de type Kaiser. c) Spectrogramme du signal calculé à l'aide d'une fenêtre de filtrage gaussienne et $\frac{\Delta f}{f} = 0.3$. d) Longueur d'onde théorique en fonction de la fréquence pour une plaque de silicium d'épaisseur $125\mu m$. Les points colorés identifient le fondamental et les harmoniques du signal.

Le second montage utilisé est un montage de diffraction à l'infini composé d'un réseau de fentes éclairées par le laser et d'une lentille permettant d'obtenir les conditions de diffraction de Fraunhofer (échantillon placé au foyer de la lentille). On obtient alors des lignes fines sur l'échantillon dont le nombre et l'interfrange sont contrôlables en tournant

le masque autour d'un axe perpendiculaire à l'axe optique. Avec ce montage, il est possible de faire varier la fréquence centrale du paquet d'ondes généré de façon continue vers les basses fréquences car la rotation diminue l'écart apparent entre les fentes, ce qui fait donc augmenter l'interfrange. Une image type du profil d'intensité ainsi qu'une analyse spectrale du signal obtenu sur wafer de $e = 125\mu m$ sont présentés sur la figure 3.20. En utilisant le spectre (fig. *b*)) et la courbe théorique des longueurs d'onde en fonction de la fréquence (fig. *d*)), on peut interpréter les fréquences mesurées sur le spectrogramme (fig *c*)).

À partir du spectrogramme et du spectre, on peut identifier cinq paquets d'onde caractérisés par les fréquences et amplitudes suivantes :

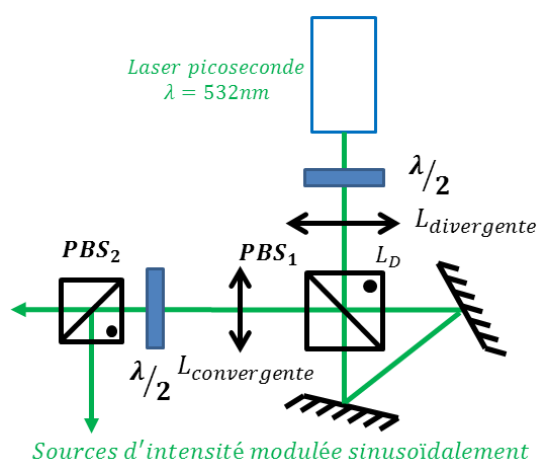
fréquence centrale (MHz)	Amplitude maximale (pm)
1.75 ± 0.1	~ 15
6.2 ± 0.2	~ 5
11.5 ± 0.5	~ 1
17.5 ± 0.5	~ 1
23.5 ± 0.5	~ 0.5

À l'aide de la courbe théorique 3.20d, on estime la longueur d'onde du mode fondamental ($1.75MHz$) à $\lambda_0 = 960 \pm 20\mu m$. À partir de cette mesure de λ_0 , on en déduit les fréquences associées aux longueurs d'ondes des harmoniques 1 à 5 : $\frac{\lambda_0}{2}, \frac{\lambda_0}{3}, \frac{\lambda_0}{4}, \frac{\lambda_0}{5}$. Le tableau suivant résume les mesures qui sont symbolisées graphiquement sur la figure 3.20d par un point rouge (fondamental) et des points verts (harmoniques) :

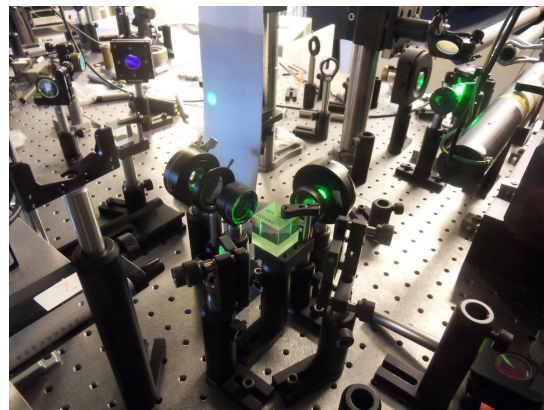
$\lambda(\mu m)$	fréquence (MHz)
960	1.75
480	6.1
320	11.5
240	17.35
192	23.5

Les fréquences mesurées sont en parfait accord avec les fréquences théoriques associées aux longueurs d'onde multiples du fondamental λ_0 . Le contenu fréquentiel de cette source est donc égal à la TF d'un peigne de Dirac, à la modulation de l'amplitude des modes près. En première approximation, la source est un peigne de Dirac spatial, donc également dans l'espace des k . Cette source génère potentiellement toutes les longueurs d'ondes multiples de λ_0 (l'interfrange) : c'est bien ce que l'on mesure !

3.3.5 Modulation sinusoïdale de l'intensité stabilisée par interféromètre de Sagnac



(a) Schéma du dispositif optique de stabilisation d'interfrange par interférométrie Sagnac.



(b) Photo du dispositif expérimental aligné à l'aide d'un Verdi.

FIGURE 3.21 – Schéma et photographie de l'interféromètre de Sagnac mis en place pour générer une modulation sinusoïdale de l'intensité de période stable afin de permettre d'exciter des paquets d'onde de longueurs d'ondes centrées autour de l'interfrange.

L'interféromètre de Sagnac, dans une configuration optique comme celle de la figure 3.21a, permet d'obtenir des franges d'interférence dont la période spatiale est parfaitement stabilisée et a priori continûment ajustable de 0 à $+\infty$. Il est également possible, en jouant sur les deux miroirs, d'orienter les franges dans l'espace et donc d'orienter la source par rapport à un échantillon qui serait difficilement mobile. La collimation du faisceau en sortie du montage est permise par l'ajustement de la position de la lentille convergente $f'_2 = 500\text{mm}$ par rapport à la lentille divergente $f'_1 = -100\text{mm}$ (superposition des foyers image et objet).

Pour l'obtention d'une modulation périodique de l'intensité dans le but de générer un paquet d'ondes le plus étroit possible en fréquence, ce montage est idéal à de nombreux points par rapport aux techniques de génération « monochromatique » présentées précédemment :

- La modulation de l'intensité est sinusoïdale (frange d'interférence). Le contenu fréquentiel du paquet d'ondes élastiques étant relié à la transformée de Fourier de la modulation, on se rapproche d'un Dirac avec une mire sinusoïdale.
- Le faisceau est collimaté sur une grande distance. L'interfrange ne change donc pas entre la sortie du dispositif et l'échantillon. Le contrôle de l'interfrange peut se faire directement en sortie du montage.
- Deux sources identiques sont disponibles, pouvant permettre par exemple l'excitation sélective de S_0 ou encore l'augmentation du nombre de franges d'une source unique.
- Il est possible d'agrandir ou de focaliser le faisceau sans changer la nature des franges (conservation de la modulation sinusoïdale de l'intensité).

- La calibration du dispositif est envisageable. La rotation d'un moteur peut être reliée à la fréquence élastique générée via l'interfrange.

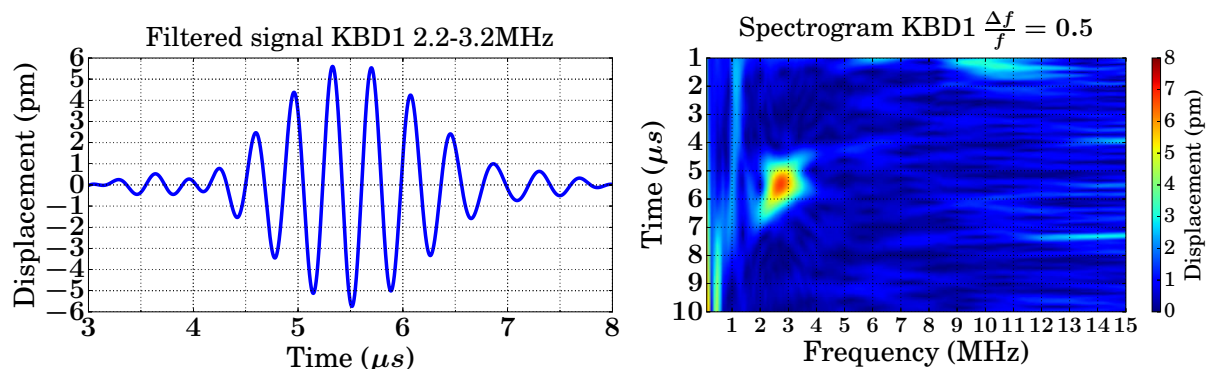


FIGURE 3.22 – *Paquet d'ondes centré à 2.8MHz généré à l'aide du dispositif de Sagnac.*

La figure 3.22 présente un paquet d'ondes élastiques centré à $\approx 2.8\text{MHz}$ généré à l'aide du dispositif de Sagnac. Comme le montre le spectrogramme, le paquet est seul. La courbe de dispersion donnerait une première harmonique ($\frac{\lambda_0}{2}$) à 8.7MHz (plaque de $125\mu\text{m}$). Aucun signal n'est observé à cette fréquence. Il semblerait donc que la modulation d'intensité soit bien sinusoïdale (TF d'une sinusoïde est un dirac). Cela peut également venir du fait que le fondamental est d'amplitude trop faible (seulement 6pm d'amplitude) pour permettre à l'harmonique 1 d'être détectée.

3.3.6 Réseaux de lignes et interférences

L'ensemble des résultats obtenus sur le contenu fréquentiel des sources à profil carré, peigne de Dirac ou encore mire sinusoïdale, peuvent se comprendre, en première approximation, comme une somme des réponses individuelles produites par chacune des lignes du profil. Dans la mesure où chaque ligne du peigne produit une contrainte indépendante des plus proches voisins, le paquet généré est obtenu par interférence des profils élastiques de chaque ligne. Ceci permet d'expliquer le contenu du peigne de Dirac ainsi que celui de la mire carrée ou sinusoïdale.

D'autre part, sous cette hypothèse, l'amplitude générée par un réseau devrait être égale à la somme des amplitudes individuelles fournies par chaque ligne du réseau. Cette hypothèse se vérifie sur l'excitation *ligne en face-à-face* (page 74) ; et elle a d'autre part été testée sur une plaque d'épaisseur $e = 110\mu\text{m}$ avec une ligne focalisée et un réseau de lignes. Le résultat est présenté sur la figure 3.23.

Il confirme pour ce système d'excitation (réseau de franges) l'approche interférométrique dans l'explication du contenu fréquentiel du paquet obtenu avec le réseau. Cette approche converge vers le résultat de la TF (spectre égal à la TF du peigne de Dirac).

D'autre part, on devrait trouver une amplitude maximale du paquet obtenue avec N lignes égales à N fois l'amplitude du même paquet d'ondes obtenu avec une seule ligne. Il semblerait que cela soit bien le cas à haute fréquence où aucun signal n'est observé autour de 80MHz avec une seule ligne. Par contre à basse fréquence, l'amplitude est comparable, voire plus faible avec le réseau de plusieurs lignes.

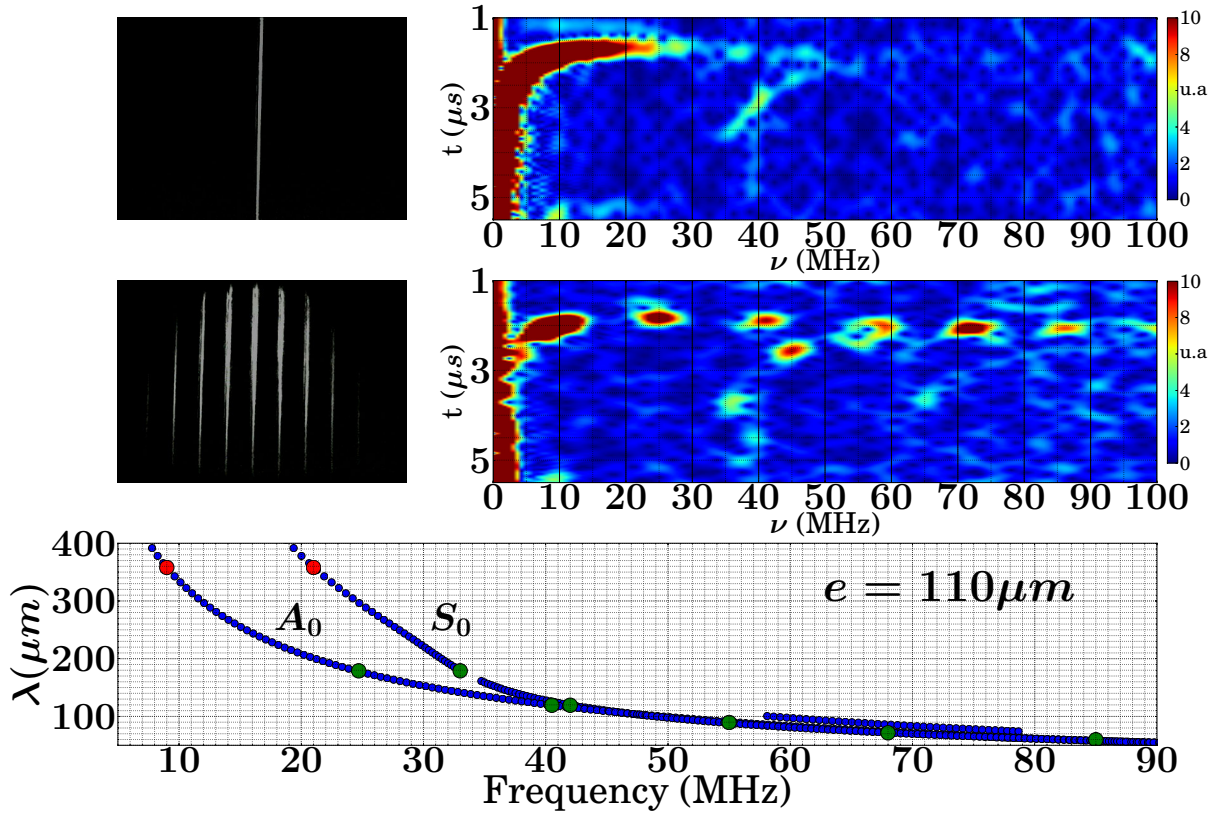


FIGURE 3.23 – Illustration du principe d'interférence entre sources élémentaires du profil pour expliquer le contenu fréquentiel de la source élastique finale. En haut, image d'une ligne d'intensité et du spectrogramme de la source élastique générée avec celle-ci. En bas, il s'agit des mêmes types de données mais pour un profil d'intensité constitué d'un arrangement périodique de lignes. Les données théoriques sur la longueur d'onde permettent d'interpréter et de vérifier le résultat pour A_0 et S_0 .

3.4 Caractéristiques expérimentales du régime thermoélastique et du régime d'ablation sur silicium

Comme indiqué dans le chapitre 3.2 page 61, le régime d'absorption du rayonnement est soit de type thermoélastique, soit de type ablatif.

Le régime thermoélastique se caractérise par une linéarité du déplacement élastique généré en fonction de la densité de puissance.

Le régime d'ablation est caractérisé du point de vue de la génération par :

- la destruction locale de l'échantillon rendant la génération irréversible. Il est arrivé de percer l'échantillon au bout d'une heure de génération dans le régime d'ablation. L'amplitude du déplacement des ondes générées, quasi constante durant tout le processus, avait alors chuté brutalement lorsque la plaque fut sur le point d'être percée.
- L'amplitude des ondes élastiques autour d'une fréquence donnée est bornée. En effet, dans le régime d'ablation, l'amplitude n'augmente plus à partir d'une certaine densité de puissance.

Le régime d'ablation a donc pour conséquence sur la génération une limitation de l'amplitude pouvant être obtenue par effet photoacoustique.

Lors de l'étude de la génération selon la direction cristallographique (page 73), l'amplitude générée selon $[100]$ a été étudiée. Les résultats sont présentés sur la figure 3.24, à côté desquels une donnée extraite d'ouvrages de référence présente l'évolution de l'amplitude générée sur une plaque d'aluminium en fonction de la densité de puissance. L'amplitude générée dépend de la densité de puissance qui est liée à l'échauffement dans le cas du régime thermoélastique ou à une force dans le cas ablatif.

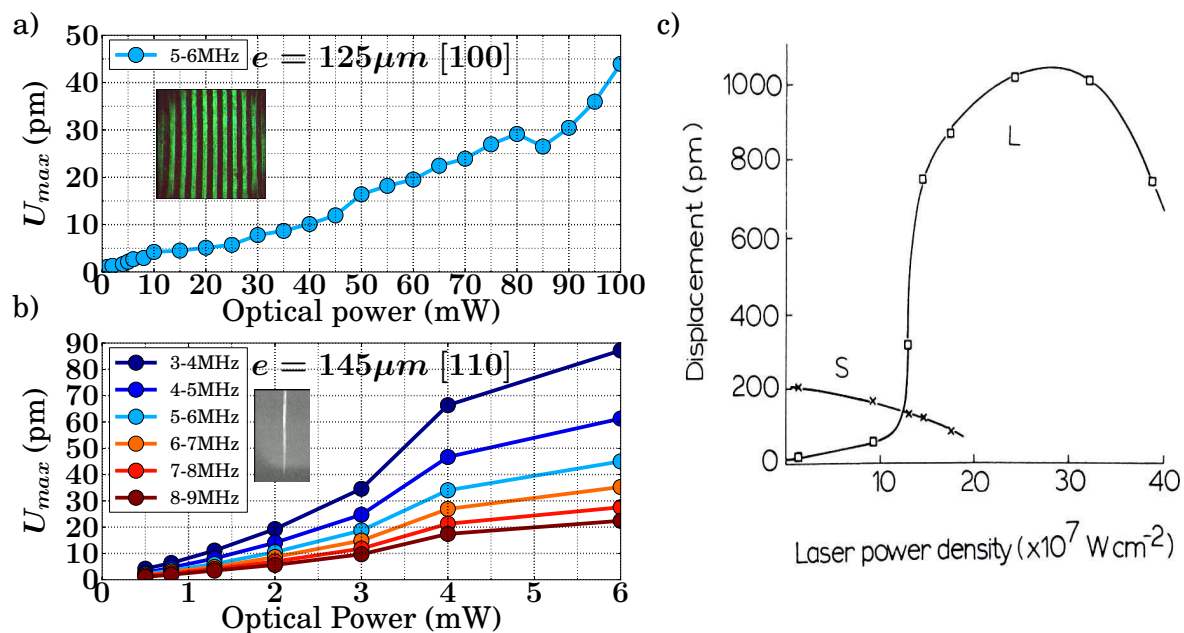


FIGURE 3.24 – Etude des régimes de génération. a) Amplitude maximale du déplacement hors plan selon $[100]$ en fonction de la puissance optique du laser Nd : YAG, obtenue à l'aide d'une source périodique de franges carrées sur un wafer d'épaisseur $e = 125\mu\text{m}$. b) Évolution de l'amplitude maximale de paquets d'ondes élastiques en fonction de la puissance optique. La source utilisée est une ligne focalisée sur un wafer d'épaisseur $e = 145\mu\text{m}$. c) Variation de l'amplitude de la composante longitudinale (L) et transversale (T) générée sur une plaque d'aluminium en fonction de la densité de puissance du laser Nd : YAG dont l'énergie est fixée à 33mJ (Dewhurst et al., 1982). Extrait des ouvrages Masson[96] p.81 et Laser Ultrasonics[84] p.285

Sur la figure 3.24b le régime thermoélastique est observé pour des puissances allant de 0mW à 4mW. Il correspond à la partie linéaire de la courbe. Le régime d'ablation apparaît ensuite pour une puissance supérieure à 4mW. Autour de la transition, l'amplitude expérimentale du déplacement maximal obtenue pour A_0 est de $\sim 35\text{pm}$ pour $\nu \in [5 - 6\text{MHz}]$. On peut également constater que l'apparition du régime d'ablation ne dépend pas ou peu de la fréquence, seulement de la densité de puissance. Du coup, l'amplitude maximale atteignable en limite d'ablation dépend de la fréquence et elle suit a priori la loi en fréquence établie au chapitre 3.3.1 page 67 (voir figure 3.7).

On retrouve le même type de comportement lors de la génération sur wafer d'épaisseur $e = 125\mu\text{m}$ le long de la direction $[100]$, et avec un réseau de franges carrées. La figure

3.24a présente ce résultat relatif à l'amplitude générée en fonction de la puissance pour un paquet d'ondes de largeur à mi-hauteur $1MHz$, centré à $\nu = 5.5MHz$. L'ablation semble se situer pour des puissances optiques supérieures à $\sim 100mW$, avec une valeur de déplacement de l'ordre de $\sim 40pm$.

On peut constater qu'un avantage de l'excitation à l'aide d'un masque d'amplitude réside dans le fait que l'amplitude est peu sensible aux fluctuations de puissance du laser. Contrairement au cas d'une ligne focalisée où une petite fluctuation de $0.5mW$ peut faire passer la génération du régime thermoélastique au régime d'ablation, le cas de la génération par profil rectangulaire (cf. figure 3.18 page 76) est peu sensible à une variation de $0.5mW$. L'inconvénient de la génération par profil carré est qu'il faut disposer d'une source laser puissante, contrairement au cas focalisé.

3.5 Effets de bords

Les bords des wafers échantillons sont le siège de réflexion pour les ondes de Lamb avec parfois des phénomènes de conversion de mode. Nous allons voir sur deux exemples ce qui peut se passer pour les modes fondamentaux de Lamb S_0 et A_0 au bord de nos plaques de silicium.

3.5.1 Réflexion sur une « marche d'escalier »

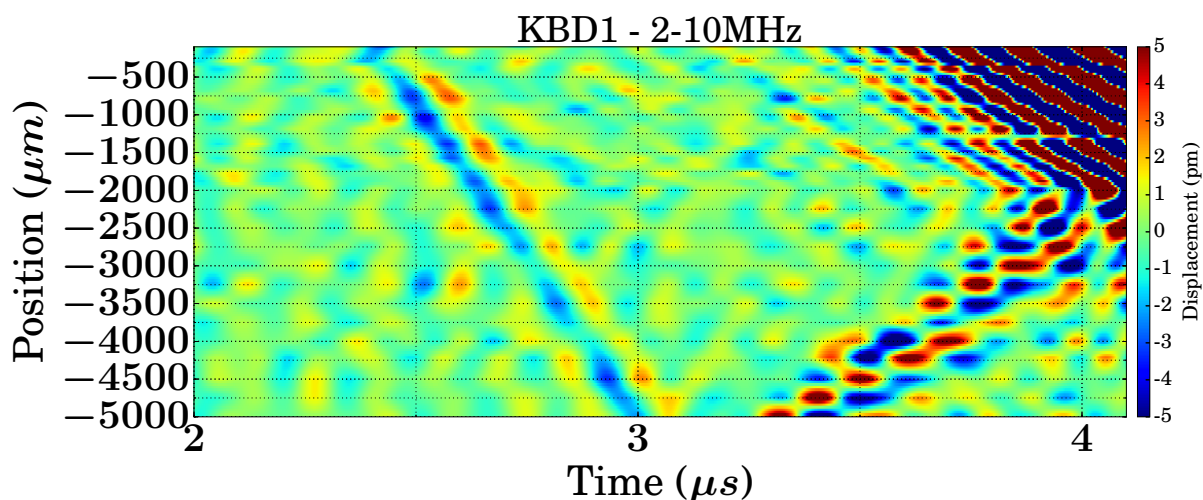


FIGURE 3.25 – Réflexion en incidence normale des ondes S_0 sur un bord de type marche d'escalier rencontré lors de l'étude des piliers Si/Si.

Ce type de bord de plaque a été rencontré lors de l'étude des piliers de silicium sur silicium. En effet, la fabrication a consisté à graver le wafer sauf au niveau du pilier et au niveau d'une couronne de $10mm$, laissée tout autour du wafer afin de pouvoir le manipuler après gravure. La génération est réalisée au centre de la plaque. Lorsque le mode S_0 , pour des fréquences allant

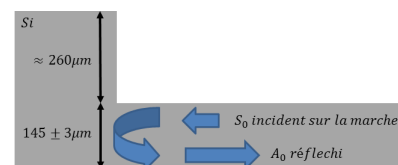


FIGURE 3.26 – Schéma de la conversion de mode observée en incidence normale pour S_0 .

de 1MHz à 10MHz , rencontre cet obstacle en bord de plaque, il se réfléchit pour donner principalement des ondes de type A_0 . Ceci génère des échos sur les signaux de mesure pouvant être gênant. Heureusement la conversion est de faible amplitude. La cartographie fig.3.25 montre la réflexion du mode S_0 sur ce genre de marche. Sur la mesure, le bord est à la position $x \approx -6000\mu\text{m}$. Le paquet d'ondes S_0 est détecté pour la première fois entre $2\mu\text{s}$ et $3\mu\text{s}$. Il se réfléchit à l'instant $3\mu\text{s}$ sur le bord. À partir de cet instant, on observe la propagation d'un paquet d'ondes de type A_0 (vitesse de phase deux fois plus faible environ). A_0 se réfléchit également sur cet obstacle. La sensibilité de l'instrument ne permet pas de voir si ce mode se convertit en S_0 ! Les phénomènes qui apparaissent autour de $x = 0$ sont dûs à la présence d'une ligne de pilier.

3.5.2 Réflexion sur un bord libre

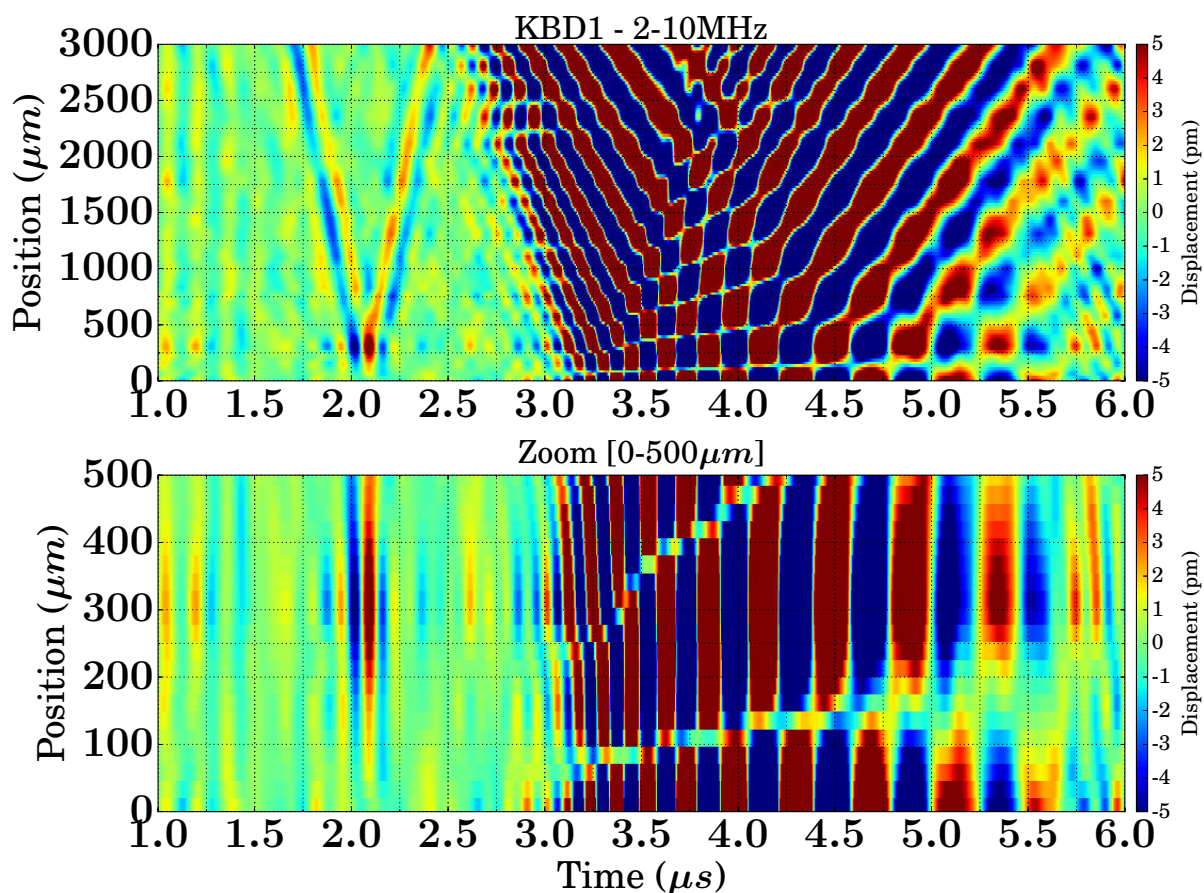


FIGURE 3.27 – Réflexion des ondes S_0 et A_0 sur une interface libre plane. Le bord de l'échantillon est situé à la position $x = 0$. La cartographie du bas est simplement un agrandissement du portrait de phase de la figure du haut.

Le wafer contenant les piliers à l'étude dans le chapitre 5 est clivé approximativement au niveau de son diamètre. L'expérience consiste à générer au centre de la plaque des ondes de Lamb A_0 et S_0 à l'aide d'une ligne de lumière le long de l'axe $[110]$. L'onde engendrée est plane, blanche entre 0 et 10MHz et en incidence normale sur le bord

clivé du wafer. Une cartographie le long de la direction de propagation est réalisée sur une distance de $3mm$. Le résultat est sur la figure 3.27. Grâce aux vitesses de phases différentes, il est possible de distinguer le mode S_0 du mode A_0 .

D'après cette cartographie, on en conclut que la réflexion du mode S_0 se fait avec un noeud de vibration pour son déplacement hors-plan alors que la réflexion du mode A_0 se produit avec un ventre de vibration.

3.6 Ondes de Rayleigh

Expérimentalement, des ondes de Rayleigh ont pu être générées sur un échantillon d'épaisseur $\sim 500_{\mu m}$, jamais sur une plaque d'épaisseur inférieure à $200_{\mu m}$ [84]. En pratique, la génération de ces ondes s'est avérée nécessaire lors de l'étude de faisabilité de la focalisation de telles ondes à l'aide de lentilles à gradient d'indice ou de leur diffusion sur des structures piezoélectriques résonantes à quelques centaines de MHz ; dispositifs proposés dans le cadre du projet *METACTIF* mais qui n'ont finalement pas été étudiés lors de cette thèse.

Les résultats expérimentaux principaux sur la génération des ondes de Rayleigh sur wafer d'épaisseur $\sim 500_{\mu m}$ sont présentés sur la figure 3.28.

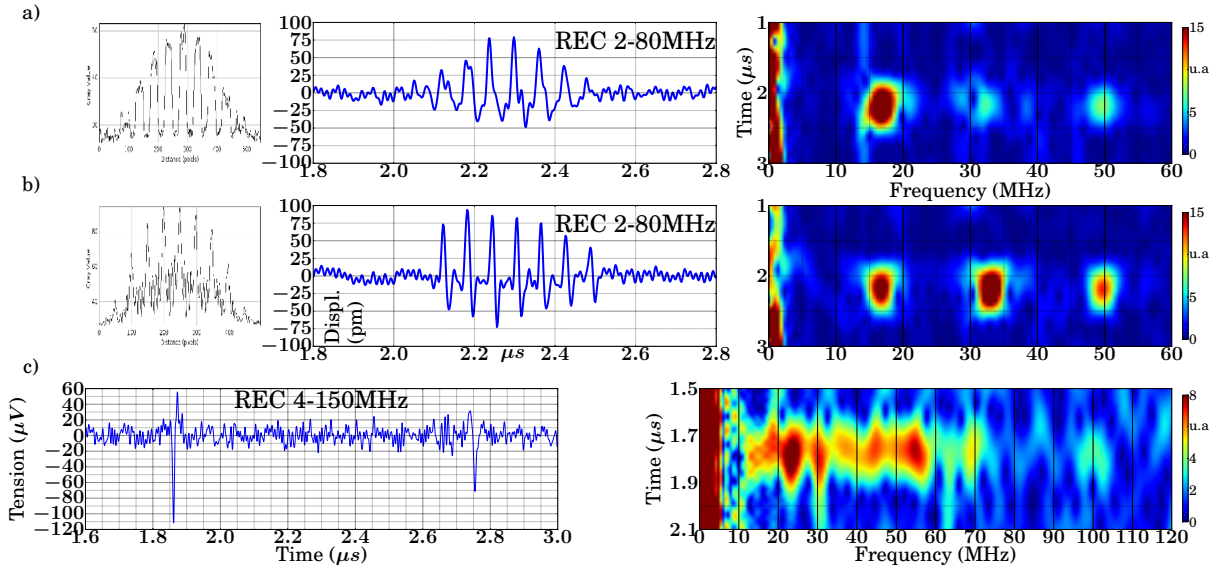


FIGURE 3.28 – Ondes de Rayleigh. a) Résultat de la génération par réseau de lignes carrées sur un wafer d'épaisseur $\sim 500_{\mu m}$. b) Génération par réseau de lignes de même période que le réseau a) mais de profil d'intensité différent. c) Signal temporel et son spectrogramme obtenus avec une ligne source focalisée sur le wafer de $\sim 500_{\mu m}$.

La figure 3.28c correspond au déplacement obtenu à l'aide d'une source ligne focalisée sur une taille $\sim 50_{\mu m}$ (voir figure 3.12, page 72). Une caractéristique importante des ondes de Rayleigh est qu'elles sont non dispersives : leur vitesse, notée c_R , est constante avec la fréquence, de l'ordre de $\sim 4500 m.s^{-1}$. Le contenu fréquentiel généré avec la ligne est continu entre environ $10 MHz$ et $70 MHz$, d'amplitude quasi constante. Comme le montre le spectrogramme, toutes ces fréquences arrivent en même temps, ce qui est une

conséquence de la non dispersion. L'onde détectée autour de $1.8\mu s$ possède donc l'allure de la déformation engendrée par l'excitation. Cette forme dissymétrique est caractéristique de « l'onde de Rayleigh » [99]. Lorsque la dispersion est présente, ce pulse s'étale dans le temps pour former le « burst » observé dans le cas des ondes de Lamb A_0 sur plaque d'épaisseur $e = 145\mu m$ de la figure 3.4, page 65.

Expérimentalement, la génération avait été faite proche d'une interface libre de l'échantillon, la source étant quasiment parallèle à cette interface. L'onde de Rayleigh générée s'est réfléchiée sur le bord formant un écho autour de $2.8\mu s$. L'aspect de l'écho est différent de celui de l'onde incidente. Ceci est dû à la modification du contenu fréquentiel suite à la réflexion.

Pour la génération avec un réseau de lignes fines (fig.3.28b), le spectrogramme présente des paquets d'ondes centrés autour de $17MHz$, $34MHz$ et $51MHz$. L'écart en fréquence entre le fondamental et les harmoniques est constant, égal à un multiple entier de la fréquence du fondamental. Ceci est une conséquence directe de la non dispersion. Le paquet d'ondes obtenu possède des fréquences en accord avec une somme des réponses impulsionnelles sous l'effet de lignes simples (fig. 3.28c). On peut voir ce signal comme une répétition d'expériences indépendantes de lignes simples. Si l'intervalle spatial avait été supérieur, de l'ordre de $\lambda_0 = \frac{4917}{10} \approx 500\mu m$, chaque paquet aurait été indépendant puisque le contenu d'une ligne s'étend de $10MHz$ à $100MHz$. Cette interfrange correspond d'ailleurs à l'épaisseur de la plaque.

Concernant le profil carré (fig. 3.28a), il est intéressant de constater que l'harmonique d'ordre impair à $51MHz$ est favorisée par rapport à celle à $34MHz$ d'ordre pair. On retrouve donc bien une relation de transformée de Fourier entre la forme du profil d'éclairement et le contenu fréquentiel du paquet d'ondes.

3.7 Effet photoélastique

Sous l'effet d'une contrainte, un matériau comme le silicium voit son indice optique changer. L'onde élastique est une contrainte mécanique qui modifie donc à priori le coefficient de réflexion du silicium, miroir de fond de cavité dans notre instrument. Notre mesure par détection équilibrée permet de remonter à la fois au déplacement hors plan de l'onde en faisant la différence des signaux en sortie des photodiodes (2.12) et au changement de réflectivité en faisant la somme des signaux [100].

Si cet effet est significatif, la mesure du déplacement absolu est alors entachée d'erreurs en utilisant la formule d'instrument 2.12 (p.45) qui a été établie en négligeant ce phénomène.

Pour réaliser une estimation de l'erreur commise par la non prise en compte de l'effet de réflectométrie, on utilise une source ligne blanche en fréquence pour A_0 et S_0 entre 0 et $70MHz$. Le résultat du traitement somme et différence des signaux est présenté sur l'image 3.29. Graphiquement, le spectrogramme de la somme ne fait apparaître aucun signal significatif supérieur au bruit global de la mesure. L'effet photoélastique semble donc négligeable dans nos domaines de fréquences et d'amplitudes et l'erreur commise semble inférieure au bruit de mesure, n'introduisant par le fait aucune incertitude supplémentaire sur la mesure du déplacement calculé à partir de la formule 2.12.

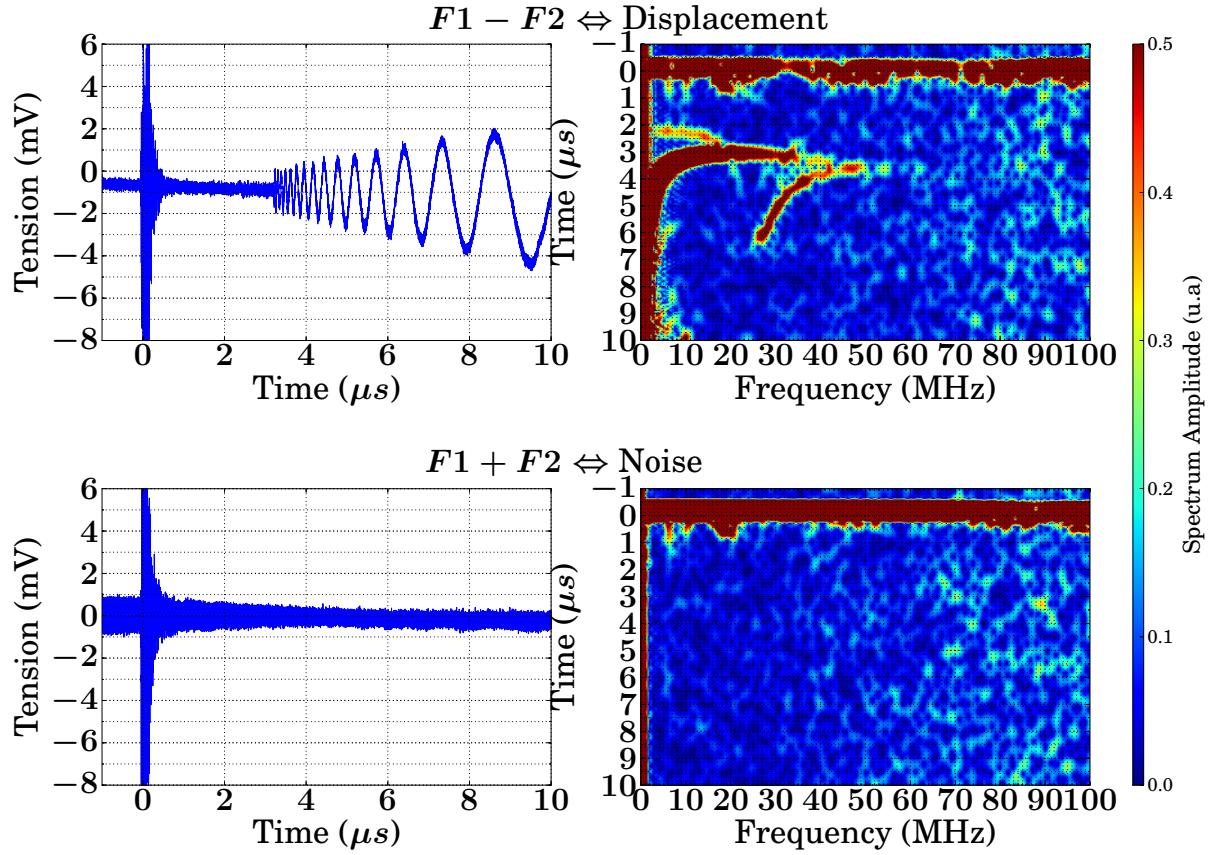


FIGURE 3.29 – Comparaison des signaux sommes et différences pour estimer l'impact du changement de réflectivité du silicium en fonction de la fréquence de l'onde élastique.

3.8 Conclusion

La génération des ondes de Lamb par effet photoacoustique permet d'envisager plusieurs dispositifs de génération afin de produire plutôt une source monochromatique ou au contraire travailler en impulsionnel de façon très simple. Dans ce dernier cas, il est ainsi possible d'obtenir des sources élastiques blanches et planes sur plusieurs millimètres et de favoriser la génération du mode A_0 ou S_0 . La technique résonante mettant en jeu deux lignes en face-à-face permet d'obtenir de façon très efficace une amplitude significative pour la détection au niveau du mode S_0 . Il est également possible d'atténuer fortement le mode A_0 . Ce résultat se comprend parfaitement en terme d'interférence entre les ondes produites par chaque ligne.

En analysant le contenu fréquentiel obtenu à l'aide d'une source élémentaire (ligne simple fine par exemple), il fut possible de comprendre le contenu engendré par un réseau périodique de cette même ligne en terme d'interférence et de transformée de Fourier. Les fréquences du peigne sont égales à celles de la transformée de Fourier de la modulation d'éclairement. Ceci fut mis en défaut pour la mire carrée qui présente toutes les fréquences multiples du fondamental, comme si la contrainte n'était pas si nette que cela. Le point de vue de l'interférence a permis également de comprendre l'augmentation d'amplitude obtenue comme une simple somme constructive des amplitudes issues de chaque ligne.

Une étude très succincte des effets de bords sur la propagation des modes a été présentée. Nous avons pu constater un effet de conversion de mode de S_0 vers A_0 en incidence normale sur un bord en marche d'escalier. Comme nous le verrons au chapitre 5, ce phénomène semble bien présent même en incidence oblique sur la marche d'escalier. Au niveau de la réflexion sur bord libre, la composante hors plan du mode S_0 se réfléchit avec un nœud de vibration à l'interface alors que celle du mode A_0 se réfléchit avec un ventre.

De façon générale il vaut mieux éviter les bords de l'échantillon car, comme en simulation, il est très difficile d'éliminer leurs effets sur la mesure. En simulation, on utilise des PML. Au niveau du dispositif expérimental la solution la plus efficace est de prendre des wafers de taille suffisante pour repousser les échos loin du système à étudier, à défaut de les éviter. Les wafers choisis pour la thèse furent donc de taille *3inch* ou de taille *4inch*. Ils présentent de plus l'intérêt d'être de taille standard pour les machines de gravures. L'inconvénient est cependant que de faibles épaisseurs de gravure ne sont pas toujours compatibles avec de grands diamètres de wafer.

Les résultats sur la génération des ondes de Rayleigh ont été présentés. Ils permettent une synthèse des propriétés de génération étudiées sur plaques fines. Dans le cas des ondes de Rayleigh, il est nécessaire d'avoir un wafer d'épaisseur suffisante (au moins λ) pour espérer les générer. Sinon, la génération par procédé photoacoustique ne produira que des ondes de Lamb.

Finalement, la génération par effet photoacoustique présente l'énorme avantage de permettre une modification du profil de contrainte de façon simple, en changeant par exemple quelques lentilles pour obtenir une source élastique proche de ce que l'on souhaite. Elle est particulièrement bien adaptée pour la génération large bande élastique, avec la possibilité d'avoir une source élastique blanche en fréquence permettant ainsi d'étudier les fréquences propres des modes de structures mécaniques comme les piliers Si/Si . Comparé à des techniques par peignes interdigités, travailler en régime impulsionnel est très simple avec ce type de génération.

Chapitre 4

Résonances locales dans un cristal phononique

4.1 Introduction

La périodicité dans la matière produit des effets étonnants. De la diffraction à l'étude des semi-conducteurs, la compréhension des phénomènes de diffusion multiple dans les structures périodiques a permis l'émergence dès les années 90 de structures artificielles permettant d'envisager le contrôle de la propagation des ondes. Un cristal phononique est une structure présentant une périodicité ($1D$ à $3D$) d'au moins une de ces propriétés élastiques. L'arrangement périodique, de motifs pouvant être très spécifiques, de deux matériaux d'impédances acoustiques différentes, produit pour l'onde qui se propage dans la structure des interférences de Bragg responsables de la formation de bandes interdites pour la propagation. Pour des fréquences proches du *bandgap*, la propagation des ondes devient atypique. On observe par exemple un ralentissement de la vitesse de l'énergie, de la réflexion totale, ou encore de la réfraction négative.

L'un des avantages majeur de ces structures est la possibilité de concevoir le matériau en fonction des besoins. De nombreux paramètres de la structure sont ajustables, tels que la forme des motifs, le paramètre de maille de la structure périodique, le contraste d'impédance, la forme du réseau, ... autant de variables rendant possible une ingénierie de bandes riche et efficace.

Décrit de façon globale par des théories de diffusions multiples, les mécanismes de ces structures sont donc généralisables à tous types d'ondes dont les ondes lumineuses et les ondes électriques. Les cristaux photoniques sont l'équivalent pour les ondes électromagnétiques des cristaux phononiques pour les ondes élastiques ; et les semi-conducteurs sont à l'origine de la compréhension des phénomènes. Ainsi il est possible de produire des fibres optiques de très haute qualité, avec ou sans dispersion, d'augmenter les phénomènes non-linéaires, de fabriquer des dispositifs opto-électroniques [101], et d'envisager le piégeage dans des cavités.

Comme démontré lors d'étude de la diffusion Raman dans des cavités épitaxiées [102] ou des fibres optiques, le confinement simultané d'un mode acoustique et d'un mode optique, d'un phonon et d'un photon, dans une structure périodique, peut permettre d'étudier et d'exalter l'interaction acousto-optique [11]. Qualifié de *phoxonique*, ce type de cristal posséderait des propriétés très intéressantes, tant pratiques, que théoriques. Du

point de vue des applications, il permettrait de concevoir des dispositifs « œil-oreille » capables de détecter à la fois le son et l'image ou des filtres ultra-résonants exaltés par le couplage. Du point de vue théorique, l'exaltation de l'effet acousto-optique serait alors possible.

De nombreux travaux ont été menés sur les cristaux photoniques et phononiques de façon séparée, mais peu encore sur une structure présentant potentiellement le mélange des deux propriétés. De récents travaux [103] ont montré la possibilité de réaliser des cristaux phoxoniques. Motivé par l'enjeu que représente ce type de cristal, nous avons entrepris la fabrication et l'étude d'une structure de type *Honey Comb* dont de récents travaux numériques font état du potentiel certain de ce type d'arrangements pour l'obtention d'un cristal phoxonique. En particulier, notre montage expérimental étant adapté à cette mesure, il s'est agi d'étudier expérimentalement l'existence de bandgaps phononiques pour le déplacement hors plan de modes guidés dans une plaque, dans la continuité des travaux numériques réalisés dans une fibre optique par Vincent Laude et son équipe [104]. Ce travail montre qu'il est possible d'obtenir dans une fibre optique phononique de type « Honey Comb » des modes optiques et acoustiques simultanément présents dans le cœur. Les modes calculés sont présentés sur la figure 4.1. Au sein du cœur de la fibre phononique et photonique, des modes élastiques et électromagnétiques peuvent coexister. Cette géométrie autoriserait alors l'étude de l'exaltation du couplage acousto-optique ainsi que la suppression de la diffusion Brillouin stimulée.

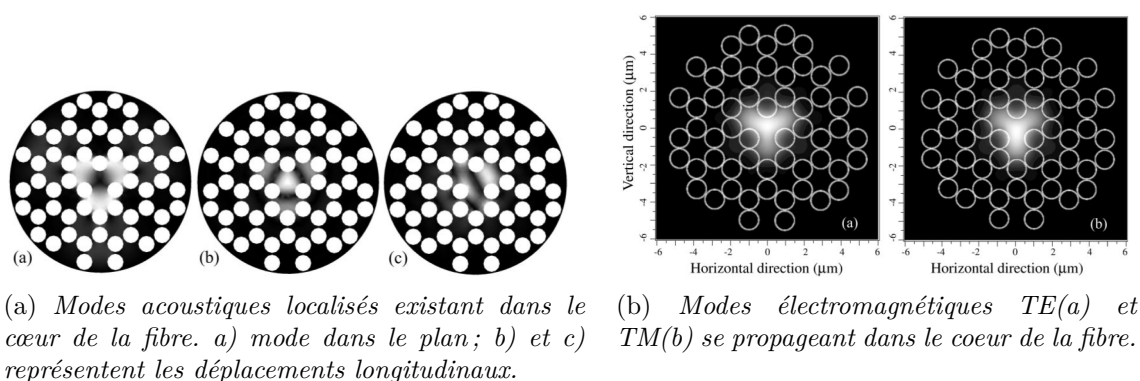


FIGURE 4.1 – Images des simulations des modes stationnaires acoustiques et des modes propagatifs électromagnétiques d'une fibre phoxonique de réseau « Honey Comb ».

Notre étude a donc commencé par la fabrication d'un cristal phononique hexagonal compact formé de trous débouchants dans une plaque de silicium d'épaisseur $e = 110\mu m$. Pour de telles profondeur, une gravure DRIE [105] a été employée. Elle fait intervenir un plasma d'ions fluorés ainsi qu'un plasma de C_4F_8 permettant une gravure profonde par procédé de passivation Bosch [106]. Cette gravure présente la caractéristique de fournir des trous aux flans bien droits le long des $110\mu m$ d'épaisseur de la plaque (forte anisotropie de la gravure). Une cavité planaire a été réalisée en omettant un trou au centre de la structure, permettant d'obtenir un défaut 2D potentiellement utilisable par la suite dans une fibre optique. Pour des raisons de faisabilité expérimentale, le paramètre de maille fut choisi égal à $100\mu m$ de façon à travailler autour de $15MHz$ pour les ondes de Lamb antisymétriques, domaine de fréquence optimal pour notre dispositif, mais deux ordres

de grandeurs en dessous du domaine de la fibre optique. L'objectif étant de mesurer l'existence des modes hors plan et de les caractériser, nous nous sommes placés au mieux de la résolution de notre instrument, en espérant qu'un facteur d'échelle serait applicable.

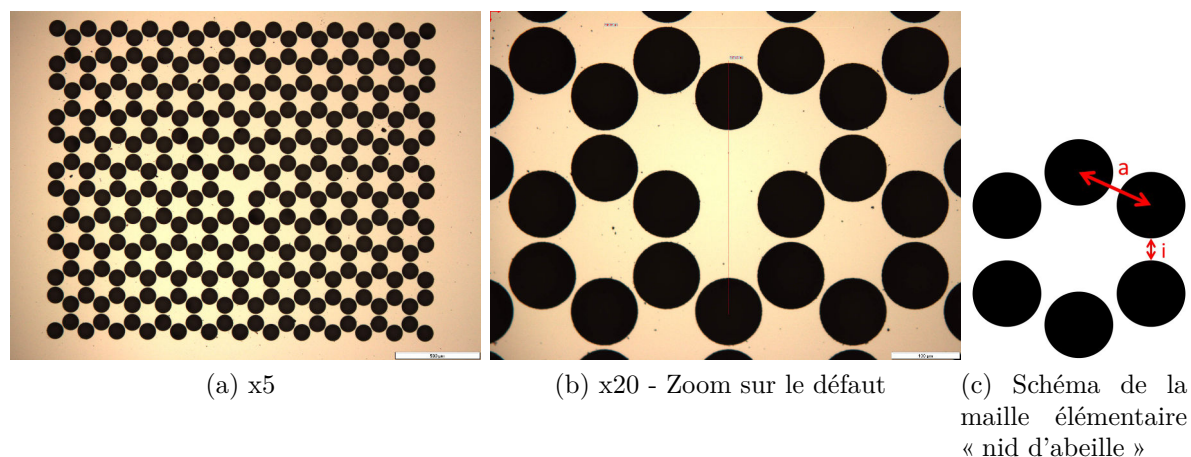


FIGURE 4.2 – Photos du cristal phononique présentant un défaut planaire prises au microscope optique pour deux grossissements. Le schéma de droite résume les notations du tableau 4.1.

TABLE 4.1 – Mesures des paramètres du cristal phononique et de sa cavité planaire.

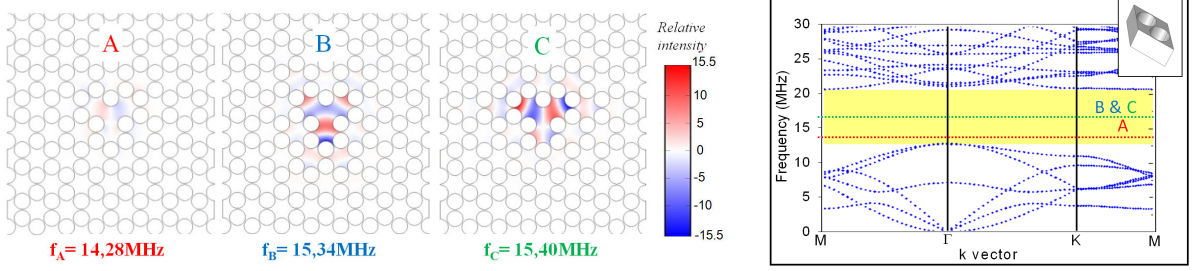
	longueur (μm)	largeur (μm)	a (μm)	i (μm)
mesure	2356	1947	111	6,4
écart-type	5	2	2	0,3

Les caractéristiques géométriques du cristal phononique sont résumées dans le tableau 4.1. La figure 4.2 présente des photographies de la cavité du cristal et un schéma regroupant les notations utiles.

En parallèle de la fabrication, des simulations ont été réalisées par l'équipe partenaire de l'Université Lille 1. Trois modes propres de vibrations de la cavité ont été identifiés avec des fréquences dans le bas du bandgap à 14.28MHz , 15.34MHz et 15.40MHz . La figure 4.3a présente les 3 polarisations hors plan des modes (unique polarisation à laquelle la détection est sensible).

Il est intéressant de remarquer que le mode B est symétrique par rapport à l'axe vertical de la cavité (même symétrie que la cavité) alors que le mode C est antisymétrique. On remarquera également que le mode B présente une modulation maximale de son déplacement le long de cet axe vertical, là où le mode C a un zéro de déplacement. À l'opposé, le long d'une direction horizontale, le mode C présente une forte modulation alors que le mode B est quasi constant.

Pour réaliser l'expérience, une source quasi monochromatique d'ondes de Lamb principalement A_0 centrée autour de 15MHz a été générée à l'aide de la technique par réseau de franges carrées (voir page 75). Le graphique 4.4 présente une mesure réalisée devant le cristal. On notera la présence du paquet incident et d'un paquet réfléchi visiblement



(a) Les trois composantes hors plan des modes calculés. Le mode à 14.30 MHz présente une intensité relative faible par rapport aux deux autres. Il n'aura pas pu être mesuré.

(b) Courbes de dispersion simulées avec les trois modes et la maille élémentaire utilisée pour le calcul.

FIGURE 4.3 – Les trois composantes hors plan des modes calculés et la relation de dispersion du cristal. Le bandgap est compris entre 13 MHz et 21 MHz. Le mode propre à 14.3 MHz présente une intensité relative faible par rapport aux deux autres.

modifié en fréquence. Il provient de la réflexion sur le cristal des fréquences supérieures ou égales à environ 13 MHz [1] [107].

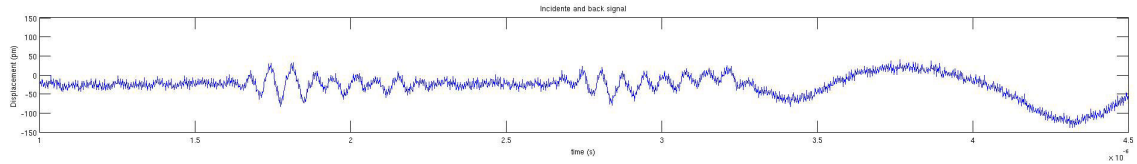
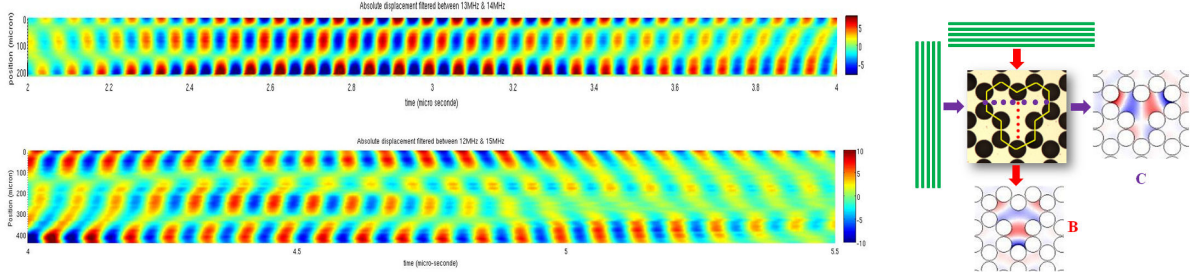


FIGURE 4.4 – Mesure du paquet d'ondes en incidence normale sur le cristal et de l'écho produit par le bandgap du cristal.

En accord avec la symétrie des modes, on place la source en incidence normale selon une face puis selon l'autre. Grâce au bras opto-mécanique, une cartographie est alors réalisée le long de la direction de propagation de l'onde à l'intérieur de la cavité, selon les deux directions d'excitation. La figures 4.5 regroupe l'ensemble des données obtenues le long de ces deux axes.

Les mesures du déplacement hors plan à l'intérieur de la cavité le long de deux axes orthogonaux sont présentées sur la figure 4.5, avec la source arrivant par le haut dans le cas du mode *B* et de la gauche pour le mode *C*. Dans les deux cas, la dynamique transitoire de formation des modes est caractérisée par l'arrivée de l'onde dans la cavité (par le haut pour le mode *B*, par la gauche pour le mode *C*) qui se propage alors dans la cavité pour se réfléchir en partie sur le bord opposé. L'onde réfléchie interfère alors avec l'onde venant d'entrer pour former un premier système d'ondes stationnaires. Dans le cas du mode *B*, la taille de la cavité correspond approximativement à une longueur d'onde. La seconde réflexion apparaît alors en phase avec l'onde incidente et le mode semble s'établir rapidement. En regardant le reste de la cavité (non donnée ici), on constate qu'il faut plusieurs longueurs d'onde pour obtenir un état stationnaire dans l'ensemble de la cavité. L'amplitude le long de cette ligne est en parfait accord avec les simulations au niveau des bords de la cavité, avec le bas de la cavité plus intense que le haut. Par contre, l'amplitude au niveau du cœur est plus faible que sur les bords, ce qui ne correspond pas à la simulation. Pour le mode *C*, la seconde réflexion ne conduit pas tout de suite au



(a) Cartographies expérimentales des modes B et C (de haut en bas). La configuration d'excitation est celle de la figure b). Il a été possible d'observer ces deux modes séparément grâce à la direction d'excitation.

FIGURE 4.5 – Mesures du déplacement dans la cavité, le long de deux directions orthogonales. Chaque mode a pu être excité séparément. L'analyse des graphiques spatio-temporels permet d'étudier leur dynamique de formation.

régime stationnaire mais à un régime intermédiaire présentant un maximum au centre de la cavité. Ce n'est qu'au bout de quelques réflexions que la structure fine du cœur du mode apparaît. Les ventres de vibration au centre de la cavité sont faibles par rapport aux extrémités, ce qui est en accord avec la simulation.

Concernant les fréquences de résonance, elles ont été mesurées proches de 14MHz , 1MHz environ plus basses que les fréquences calculées. La raison peut venir de la taille finie du cristal qui autorise donc les pertes par rapport au cas simulé infini. Cette cavité, similaire à une cavité Fabry-Pérot, possède des fuites, ce qui décale ces fréquences de résonance vers le bas (oscillateur harmonique amorti).

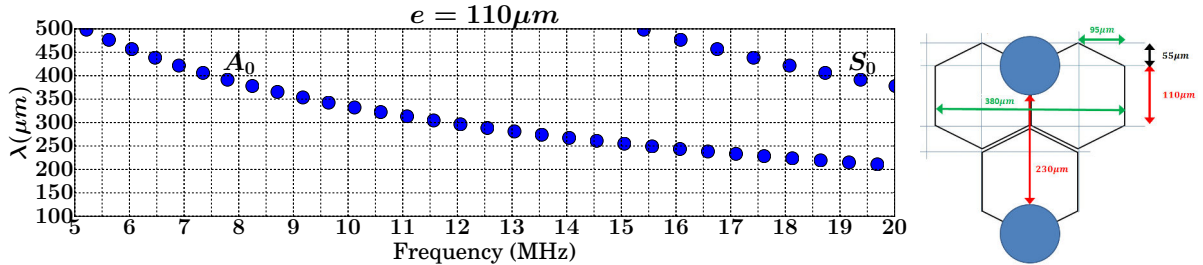


FIGURE 4.6 – Longueur d'onde des modes de Lamb A_0 selon la direction $[100]$ pour une plaque d'épaisseur $e = 110\mu\text{m}$ et schéma des grandeurs caractéristiques de la cavité.

Ce mécanisme de formation des modes par réflexion sur les bords de la cavité correspond parfaitement au phénomène de réflexion de Bragg. Ceci permet d'avoir une idée assez précise des fréquences des modes en regardant la forme de la cavité. Expérimentalement, tout semble se passer comme si la réflexion s'effectuait entre les deux bords de la cavité matérialisés par le bord des trous. Pour le mode B, selon la verticale, la longueur de la cavité est donc $\sim 230\mu\text{m}$. D'après la courbe de dispersion, pour une plaque d'épaisseur $e = 110\mu\text{m}$, une longueur d'onde $\lambda = 230\mu\text{m}$ correspond à une fréquence de 16MHz . Pour le cas de C, le mode correspond à une longueur d'onde telle que $380 = \frac{3\lambda}{2} \Leftrightarrow \lambda = 255\mu\text{m}$. Cette longueur d'onde est très proche de celle du mode B et elle correspond bien à une fréquence de 14MHz dans le silicium.

Ces résultats ont été publiés dans *PHYSICAL REVIEW B* 86, 224302 (2012).

4.2 Bandgap et mécanismes de vibrations du cristal phononique

Suite au travail sur la cavité phononique elle-même, plusieurs questions se sont posées. Une première remarque fut faite concernant le mécanisme conduisant l'onde à se propager jusqu'à la cavité phononique. En effet, les courbes de dispersions (p. 94) interdisent formellement la propagation au sein du cristal d'une onde de fréquence dans le gap. Le domaine de fréquence du bandgap est celui des ondes évanescentes, décrit par la partie imaginaire de la courbe de dispersion. Comment comprendre ce régime pour une onde incidente sur le cristal ? Comment comprendre la propagation de l'onde observée dans la cavité alors que sa fréquence est dans le bandgap ?

4.2.1 Mesure du bandgap du cristal

Afin d'appréhender ce domaine qu'est le bandgap d'un cristal phononique pour les ondes élastiques, nous avons commencé par réaliser deux cartographies du champ de déplacements :

1. le long d'une ligne perpendiculaire à l'interface du cristal, du silicium vers l'entrée P_1 du cristal. P_1 est situé entre deux trous de l'interface du cristal, sur cet élément de matière que l'on appellera par la suite « pont ».
2. le long d'une ligne de part et d'autre de l'interface, du silicium vers le pont P_2 .

Les configurations expérimentales des deux cartographies réalisées sont présentées sur la figure 4.7.

Les résultats de l'expérience n^01 sont donnés sur la figure 4.8a. Le déplacement hors plan $u(x, t)$ est affiché en fonction du temps (en abscisse) et de l'espace (en ordonnée). Sa valeur correspond au code couleur de l'image. Le signal temporel au-dessus de ce graphique spatio-temporel représente la mesure brute non filtrée en un point de l'espace, sachant que la photodiode possédait une bande passante de 0 – 50MHz pour cette expérience.

Le paquet d'ondes incident se propage du bas vers le haut de l'image où se trouve l'interface du cristal phononique. On constat qu'à l'interface, le paquet se réfléchit. La forme du paquet a changé après réflexion. Le paquet semble notamment beaucoup plus étalé temporellement, ce qui est caractéristique d'une réduction de la largeur spectrale par rapport au paquet d'ondes incident. Le cristal a donc un rôle de filtrage en réflexion.

En envoyant un signal de largeur spectrale large, il est possible de mesurer entre 7MHz et 15MHz le coefficient de réflexion défini par $R_z(\nu) = \frac{U_r(\nu)}{U_i(\nu)}$ avec $U_r(\nu)$ et $U_i(\nu)$ les amplitudes respectives des signaux réfléchis et émis. On le calcule grâce au spectre au niveau des paquets identifiés comme émis et réfléchis. La courbe représentative de $R_z(\nu)$ est sur la figure 4.8b.

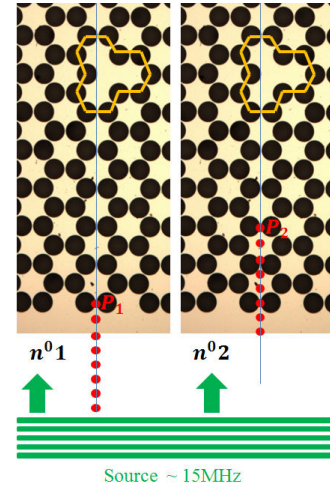
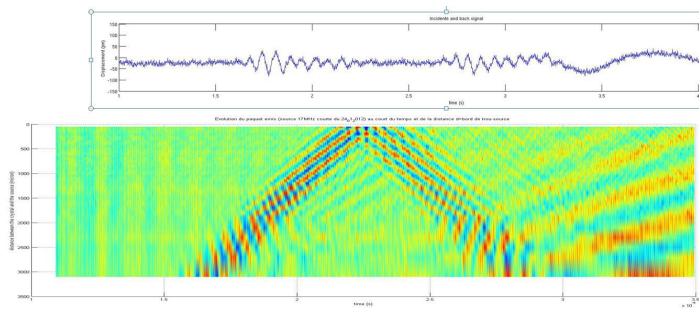
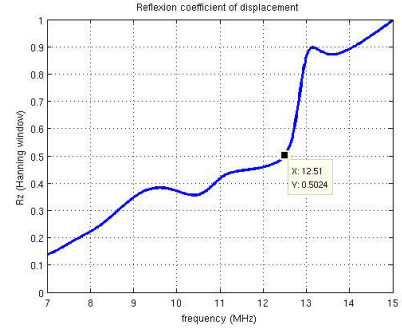


FIGURE 4.7 – Schéma de la configuration expérimentale des expériences n^01 et n^02



(a) Evolution spatio-temporelle du déplacement sans post-traitement le long de la ligne n°1. La figure du haut correspond à l'évolution temporelle du déplacement en un point tel que $x \approx 1000\mu m$.



(b) Mesure expérimentale du bandgap du cristal phononique. $R_z(\nu) = \frac{U_r(\nu)}{U_i(\nu)}$ avec $U_r(\nu)$ et $U_i(\nu)$ respectivement l'amplitude spectrale du signal réfléchi et incident à la fréquence ν .

FIGURE 4.8 – Evolution spatio-temporelle d'un paquet d'ondes à l'approche de l'interface du cristal phononique « Honey Comb »- Mesure du bandgap.

On constate qu'à partir d'une fréquence de l'ordre de $12.5 MHz$, le taux de réflexion augmente brusquement pour passer de 0.5 à 0.9. Pour des fréquences supérieures à $13 MHz$, ce taux reste très proche de 1.

4.2.2 Modes propres de vibration du cristal phononique

Afin d'étudier les vibrations du cristal phononique dans un régime de fréquences appartenant au bandgap, le cristal phononique est éclairé par un paquet d'ondes élastiques A_0 , en incidence normale, de fréquence centrale $\nu_0 \approx 15 MHz$. Le déplacement est alors mesuré du silicium vers la cavité, tout en passant par les ponts de matière, jusqu'au point P_2 (expérience n°2 de la figure 4.7, page 101).

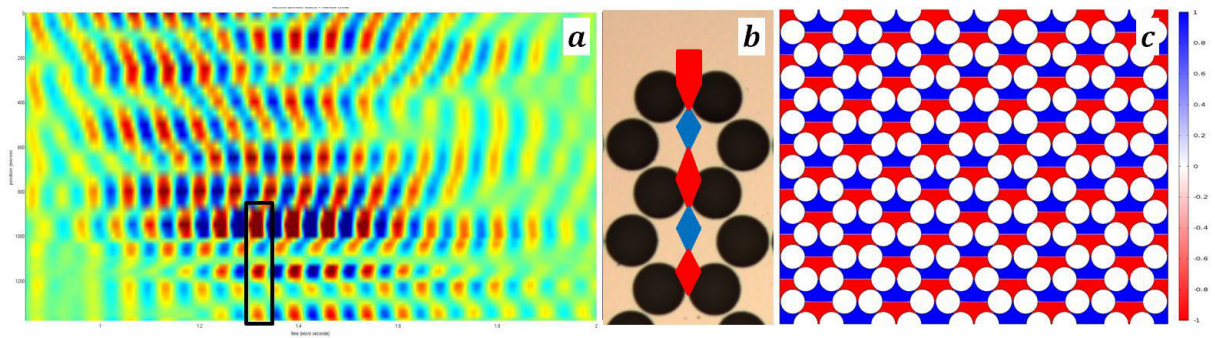


FIGURE 4.9 – Ensembles de données concernant le comportement des ondes autour du bas du bandgap du cristal phononique. a) Mesure expérimentale à l'interface silicium-cristal. L'onde arrive du haut de l'image. On identifie une onde réfléchi. La structure du déplacement dans le cristal est matérialisée par le rectangle noir. b) Schéma des ventres et des nœuds de déplacement mesurés sur la figure a). La figure c) est une simulation numérique des modes propres d'un cristal infini à $12.8 MHz$.

Le résultat de cette cartographie, filtrée entre 12MHz et 16MHz , est représenté sur le graphique temps-espace de la figure 4.9a. Sur cette figure, on retrouve les signaux incidents et réfléchis observés lors de l'expérience n^01 (fig.4.8, p. 102). Dans le cristal, la partie de l'énergie transmise se propage dans la maille avant de se réfléchir sur l'interface formée par les trous suivants où le phénomène de réflexion-transmission déjà observé à l'interface se reproduit. Globalement l'énergie se propage puisque le maximum du paquet d'ondes met un certain temps pour passer de maille en maille. Les modes de vibration correspondent à des modes stationnaires de la structure. Pour une fréquence du gap, on constate la présence de sur-vibrations au niveau des mailles et des ponts de la structure phononique. Dans le cas présent, il s'agit d'une harmonique 1 (un nœud, deux ventres) qui s'établit entre les ponts.

À l'intérieur du cristal, pour des fréquences appartenant au bandgap, les vibrations sont donc de type ondes stationnaires. Il y a donc existence de deux ondes contra-propagantes dans le cristal, provenant d'un phénomène de réflexion-transmission au niveau des différentes couches de trous, et se propageant avec des vitesses de phases égales à celle d'une onde dans le silicium. Ces deux ondes contra-propageantes sont responsables de la formation du mode de cavité.

La figure 4.9b représente un schéma du déplacement expérimental pouvant être observé dans le rectangle noir de la figure a). Il est une image expérimentale du mode propre de vibration d'une maille du cristal. Le nœud de vibration est au centre de la maille, les ventres, en opposition de phase, sont localisés entre les ponts et ce nœud central.

La figure 4.9c est une simulation du cristal (sans cavité) à la fréquence de 12.8MHz , fréquence située en bord de gap. La modulation de l'onde qui se propage dans la structure est de l'ordre de grandeur de la taille caractéristique du cristal, soit la longueur des mailles $\sim 200\mu\text{m}$. La modulation est très proche de celle mesurée, sauf au niveau des centres des ponts. Expérimentalement, les centres des ponts présentent un déplacement important, ce qui n'est pas le cas sur cette simulation à la fréquence de 12.8MHz .

Finalement, la propagation au sein du cristal d'un paquet d'ondes de fréquence centrale située dans le gap est le résultat d'un couplage du paquet avec les modes propres de la structure. Le paquet d'ondes met en résonance les mailles du cristal sur ses modes propres de vibrations qui sont analogue à l'harmonique 1 d'une corde tendue entre ces deux extrémités.

Ce comportement se retrouve dans l'étude d'une chaîne linéaire d'atomes, tous de masse identique m , connectés par des ressorts de même raideur K avec pour seule interaction celle entre les plus proches voisins. Considérons le système masse-ressort suivant :

Le bilan des forces selon l'axe u_x s'appliquant au système M_n est le suivant :

- Une force de rappel exercée par M_{n-1} sur M_n telle que $\vec{F}_{n-1 \rightarrow n} = -K(l - l_0)\vec{u}_x = -K(u_n - u_{n-1} + \Delta l_{eq})\vec{u}_x$.
- Une force de rappel exercée par M_{n+1} sur M_n telle que $\vec{F}_{n+1 \rightarrow n} = K(u_{n+1} - u_n + \Delta l_{eq})\vec{u}_x$

D'après le principe fondamental de la dynamique selon (Ox) :

$$\begin{aligned} m\ddot{u}_n(t) &= -K(u_n - u_{n-1} + \Delta l_{eq}) + K(u_{n+1} - u_n + \Delta l_{eq}) \\ &= K[-2u_n(t) + u_{n+1}(t) + u_{n-1}(t)] \end{aligned} \quad (4.1)$$

Cette équation est une équation d'onde avec un terme de couplage $K(u_{n+1}(t) + u_{n-1})$ correspondant à l'interaction entre masses plus proches voisines.

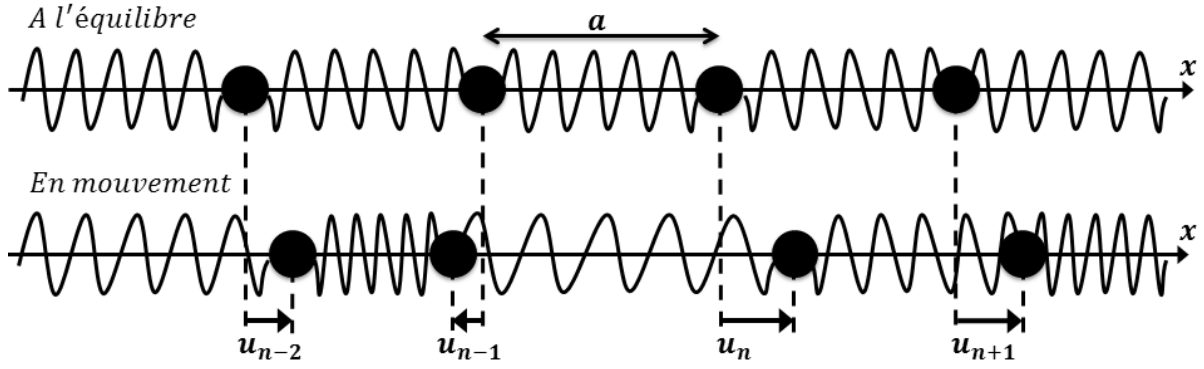


FIGURE 4.10 – Chaîne d'oscillateurs harmoniques.

On cherche une solution de cette équation sous la forme $\underline{u}_n(t) = u_0 e^{i(\omega t - kna + \phi)}$ ¹ :

$$\begin{aligned}
 m\ddot{\underline{u}}_n(t) &= K[-2\underline{u}_n(t) + \underline{u}_{n+1}(t) + \underline{u}_{n-1}(t)] \\
 \Rightarrow -m\omega^2 \underline{u}_n &= -K(2\underline{u}_n - e^{ika}\underline{u}_n - e^{-ika}\underline{u}_n) \\
 \Rightarrow \omega^2 &= \frac{K}{m}(2 - e^{ika} - e^{-ika}) \\
 \Rightarrow \omega^2 &= \frac{2K}{m}(1 - \cos(kl)) \\
 \cos 2\theta = 1 - 2\sin^2\theta \Rightarrow \omega^2 &= \frac{4K}{m}\sin^2\left(\frac{kl}{2}\right)
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

On pose $\omega_0^2 = \frac{K}{m}$. D'où la relation de dispersion :

$$\boxed{\omega = 2\omega_0 \left| \sin\left(\frac{kl}{2}\right) \right|} \tag{4.3}$$

Cette relation de dispersion correspond clairement à un système dispersif : k n'est plus une fonction linéaire de ω .

La courbe de la fonction $w(k)$ est représentée sur la figure 4.11.

1. Il s'agit d'une fonction d'onde de type *onde de Bloch*.

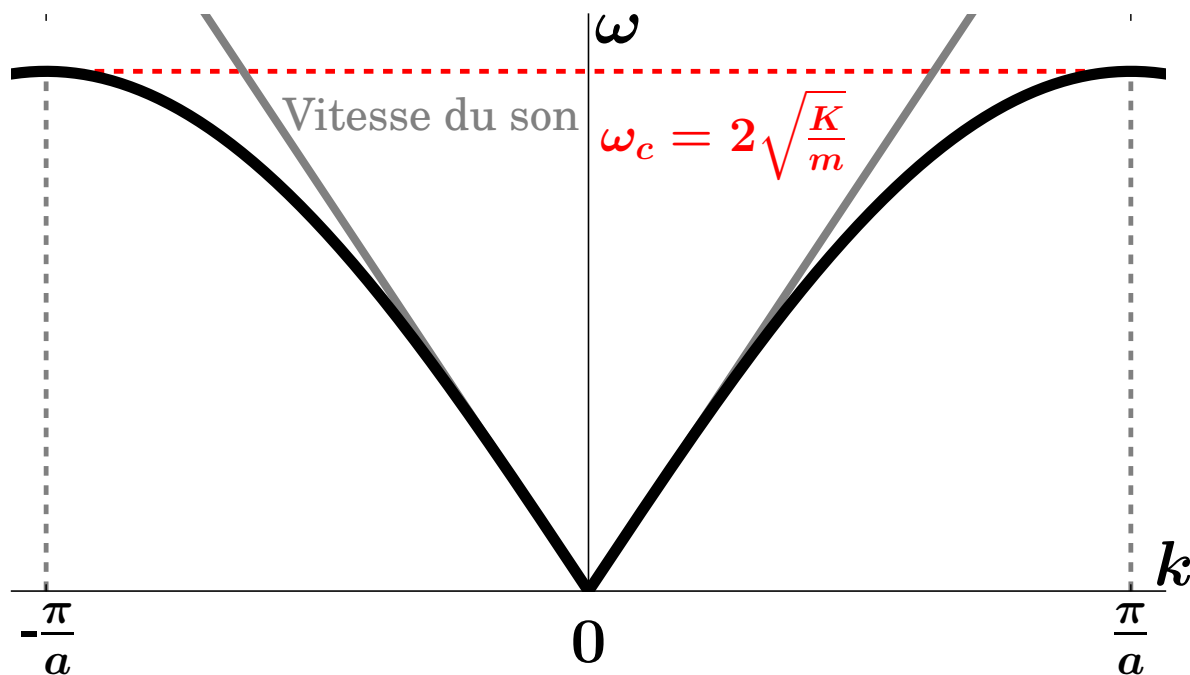


FIGURE 4.11 – Relation de dispersion de la chaîne monoatomique modélisée par un système masse-ressort m, K avec couplage entre plus proches voisins. Le cône du son est représenté en gris : il correspond à la vitesse de l'onde longitudinale dans le solide homogène isotrope.

Commentaires :

1. Les valeurs de k représentées appartiennent à ce que l'on appelle la 1^{re} zone de Brillouin. Ces dimensions sont celles du réseau réciproque. Dans notre exemple, ce réseau réciproque (segment a) est de taille $\frac{2\pi}{a}$; pour raison de symétrie, on fait varier k dans l'intervalle $]-\frac{\pi}{a}, \frac{\pi}{a}]$.
2. Il existe un domaine qualifié de *bande « interdite »* au dessus d'une valeur de pulsation $\omega_c = 2\omega_0$. L'amplitude de vibration d'un oscillateur harmonique décroît en $\frac{1}{\omega}$ après sa fréquence de résonance $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. Au dessus de $2\omega_0$, l'amplitude d'oscillation est donc fortement amortie dans la chaîne de proche en proche. L'énergie de la source restera confinée au niveau de celle-ci. Ce domaine est non propagatif : il s'agit d'un régime d'ondes évanescentes. Dans l'expression (4.2), k imaginaire pur implique ω imaginaire pure : la solution est donc doublement évanescence, en temps et en espace.
3. On retrouve la limite du domaine élastique aux basses fréquences (hypothèse des milieux continus (homogénéisation)). La tangente à la courbe en $k = 0$ est appelée « cône du son ». Cette vitesse correspond à la vitesse longitudinale des ondes de volume du solide infini isotrope élastique.
4. Les atomes peuvent vibrer selon la direction (Ox) (cas traité ci-dessus) mais peuvent également vibrer selon les deux directions transverses du cristal (hors-plan et dans le plan). De façon général, lorsqu'une onde se propage dans un cristal, elle peut

être décomposée selon ces trois directions (3 états de polarisation possibles pour une onde élastique).

5. Le cas $k = 0[2\pi]$ est de fréquence nulle : il correspond à un déplacement de u_0 dans le même sens de tous les atomes par rapport à leur position d'équilibre. C'est donc une translation du cristal d'amplitude u_0 .
6. On appelle phonon le quantum d'énergie associé à un mode de vibration du réseau avec $E_{\text{phonon}} = \hbar\Omega(k)$ et d'impulsion $p = \hbar k$. Le phonon traduit un état de vibration collective des atomes (mode collectif de la bande « permise »). La relation de dispersion peut être vu comme le spectre des énergies possibles $\hbar\Omega(k)$ pour les phonons en fonction de leur impulsion $\hbar k$.

Pour être plus précis, le cristal est en fait bien modélisé par une chaîne linéaire formée d'un système de deux masses différentes reliées par des ressorts de même raideur. La courbe de dispersion possède alors deux fréquences de coupures associées à chacune des masses et produisant trois domaines dans celle-ci :

- une bande permise en dessous d'une pulsation ω_{c1} fonction d'une des deux masses. Il s'agit du domaine de vibration collectif des centres de masse.
- une bande interdite entre ω_{c1} et ω_{c2} (domaine des ondes stationnaires).
- une bande qualifiée de branche optique correspondant à un domaine de fréquences supérieures à ω_{c2} où les atomes vibrent autour des centres de masse.

Cette description sommaire correspond à la courbe de dispersion du cristal (fig.4.3b, page 94). Pour avoir une idée de la forme des vibrations au sein du cristal dans ce domaine des branches optiques, une simulation (fig. 4.12) a été faite sur le cristal pour une fréquence de $20.1MHz$ correspondant au bord supérieur du bandgap de la structure. On constate que le déplacement est localisé au niveau des trous, laissant une grande partie des mailles statiques.

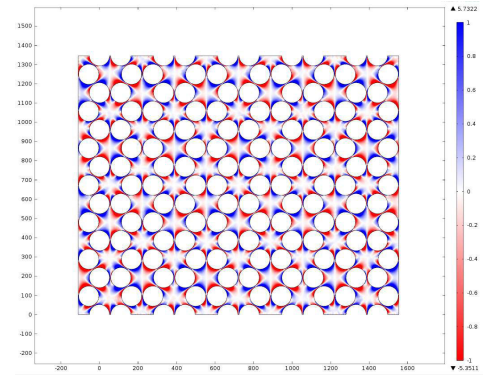


FIGURE 4.12 – *Simulation mode propre de vibration du cristal phononique à $20.1MHz$ correspond à un mode optique en bord de gap.*

4.2.3 Vibration du cristal phononique autour de la fréquence du mode propre B de cavité

D'après les simulations numériques (fig. 4.3a), la cavité phononique présente trois modes de vibration aux fréquences de $\nu_A = 14.28MHz$, $\nu_B = 15.34MHz$ et $\nu_C = 15.40MHz$. Les modes propres associés ont tous pour point commun une absence de déplacement dans le reste du cristal phononique lorsque le mode est établi (déplacement maximal au sein de la cavité). On se propose dans ce paragraphe d'étudier ce phénomène sur le mode B de la cavité. L'expérience consiste à exciter la cavité à l'aide d'un réseau de lignes de profil carré permettant d'obtenir un paquet d'ondes élastiques de fréquence centrale $\nu_0 = 15MHz$ (géométrie d'excitation identique à celle de notre publication). La figure 4.13 illustre la configuration expérimentale avec le rappel de la géométrie du déplacement hors plan associé au mode B , excité sous cette incidence.

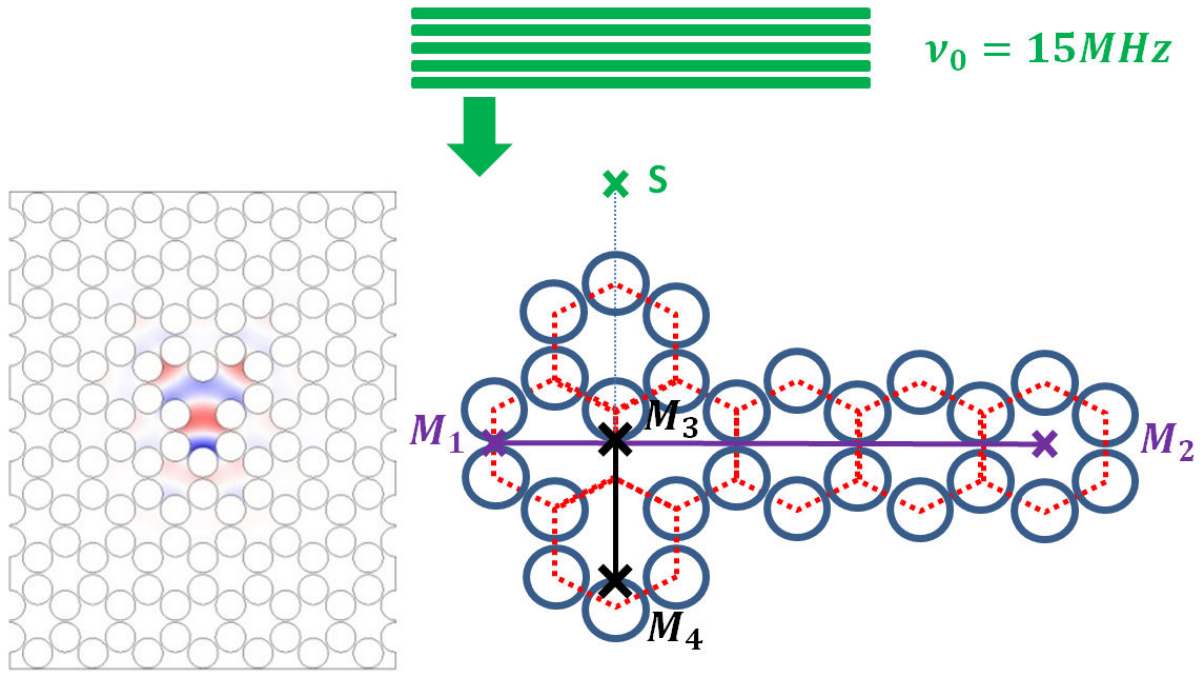


FIGURE 4.13 – Configuration expérimentale de l'étude du mode B de la cavité phononique en fonction de l'environnement du cristal. La simulation de la composante hors plan du mode est rappelée (voir p.94). Lorsque les ventres de déplacement sont maximaux au sein de la cavité, aucun déplacement n'est présent dans le cristal.

Mesure du déplacement au point S

Une première mesure est réalisée au point S , situé entre la source et l'interface d'entrée du cristal. Le déplacement non filtré et son spectrogramme sont sur la figure 4.14.

Le paquet d'ondes incident, situé entre $1.6\mu s$ et $2.4\mu s$, de fréquence centrale $\nu_0 = 14.6 MHz$, possède une largeur à mi-hauteur de l'ordre de $\sim 4 MHz$. Le paquet d'ondes réfléchi, entre $2.5\mu s$ et $3\mu s$, est à peine plus étroit en fréquence (largeur $\sim 3.5 MHz$) mais de fréquence centrale $15.1 MHz$. On retrouve l'effet de filtrage en réflexion produit par le cristal.

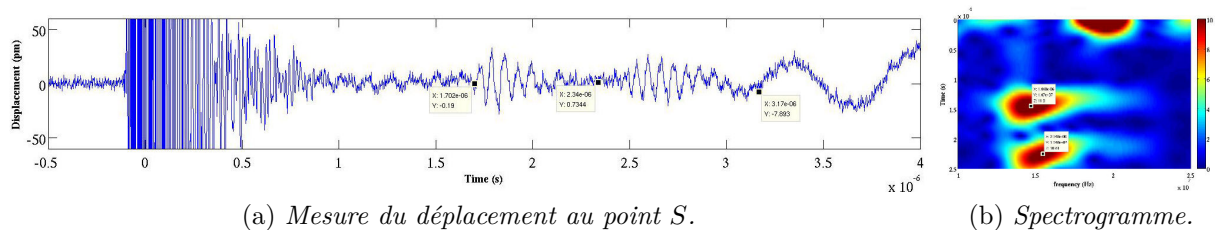


FIGURE 4.14 – Mesure du déplacement absolu au point S et spectrogramme associé. La source est un paquet d'ondes centré à $\nu_0 \approx 15 MHz$ et le signal réfléchi est filtré en fréquence par le cristal (effet « bandgap »).

Mesure du déplacement le long du segment M_3M_4

Cette mesure (fig.4.15) correspond à celle permettant d'identifier la présence du mode de cavité B présenté dans l'introduction. On retrouve bien la symétrie de la composante hors plan du mode B entre $3\mu s$ et $4\mu s$, avec au centre de la cavité, un ventre d'amplitude plus faible que ceux du bords. La position $x = 0$ correspond au point M_3 ; la position $x \approx 200$ correspond au point M_4 . La dynamique de formation correspond à une interférence entre les ondes se réfléchissant au sein de la cavité. Le premier écho apparaît en $x \approx 200$ avec pour conséquence la mise en place du nœud autour de $x \approx 150\mu m$ avant celle du nœud autour de $x \approx 70\mu m$.

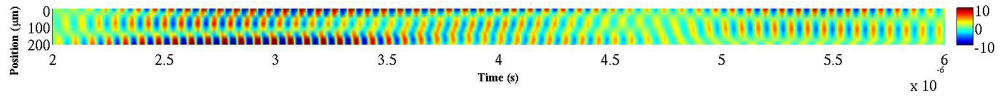


FIGURE 4.15 – Déplacement absolu filtré entre $13MHz$ et $14MHz$ au sein de la cavité le long du segment M_3M_4 (fig. 4.13).

Mesure du déplacement le long du segment M_1M_2

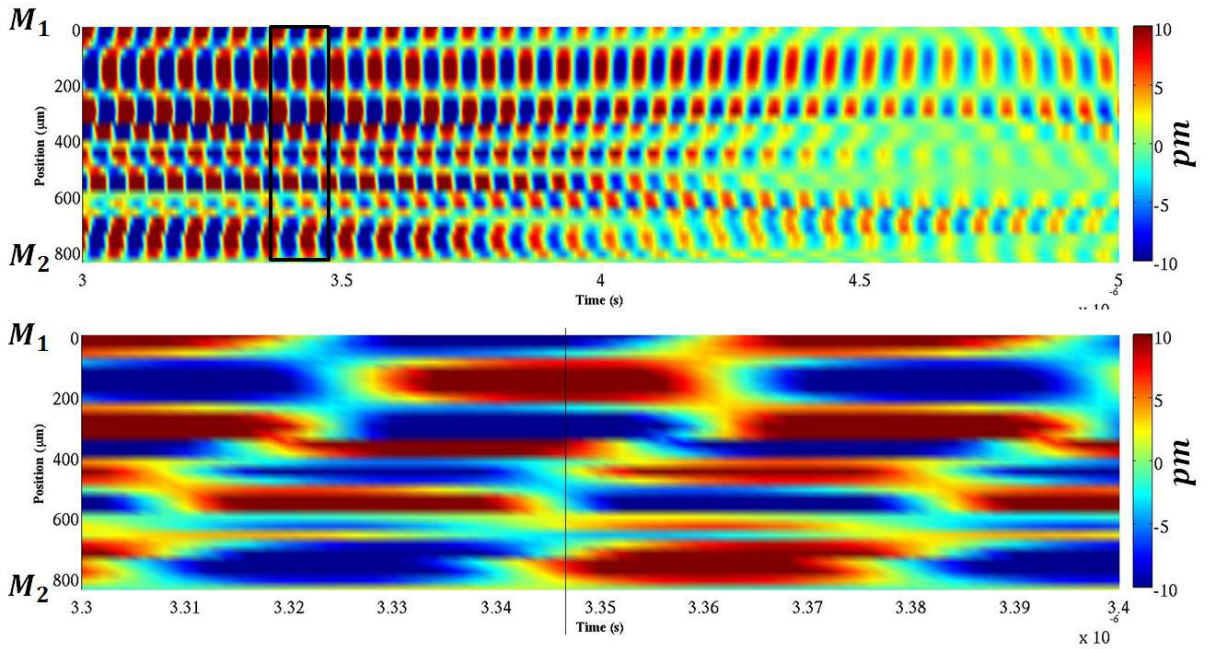


FIGURE 4.16 – Déplacement absolu le long du segment M_1M_2 . La cavité s'étend de $0\mu m$ à $380\mu m$. Les points M_1 et M_2 sont situés respectivement à $x = 0$ et $x \approx 800\mu m$. La figure du bas est un agrandissement mettant clairement en évidence la dynamique du mode vis-à-vis de celle des mailles du cristal.

La mesure du déplacement hors plan le long du segment M_1M_2 est présentée sur la figure 4.16). La figure du bas est un agrandissement de celle du haut, entre les instants $t = 3.3\mu s$ et $t = 3.4\mu s$.

La cavité s'étend entre $0\mu m$ et $384\mu m$ (2 mailles hexagonales). En son sein, la phase du déplacement est en accord avec celle du mode B : un ventre de vibration au centre de la cavité ($\approx 170\mu m$) est en opposition de phase par rapport à ceux du bord (≈ 0 et $\approx 350\mu m$).

Dans les mailles du cristal, entre $x = 380\mu m$ et $x \approx 800\mu m$, on retrouve un fort déplacement au niveau des ponts de la structure avec un quasi zéro de déplacement au centre des mailles.

D'après la simulation, lorsque le mode B est établi, l'ensemble du cristal ne vibre plus. Le long de la ligne $t = 3.345\mu s$, on peut constater que le déplacement dans la cavité est bien celui calculé par *Comsol* [108] puisqu'en dehors de la cavité, le déplacement est bien nul ! Lorsque Ep_{mode} est maximale dans la cavité, le champs de déplacement est celui donné par Comsol. Lorsque Ep_{mode} est nulle (ensemble des points de la cavité au zéro de déplacement), ce sont les mailles autour de la cavité qui sont à leur maximum d'énergie potentielle, avec une structure qui vibre sur des modes stationnaires.

Le régime transitoire observé pour l'établissement de B est donc probablement dû au fait que la cavité n'est pas seule à devoir se mettre sur un mode propre, mais le cristal aussi. Cavité et cristal phononique ont un comportement analogue à celui de deux oscillateurs en quadrature de phase : un maximum d'énergie potentielle dans l'un correspond à un maximum d'énergie cinétique dans l'autre.

4.3 Identification de la cellule élémentaire du cristal phononique

Suite à cette étude, et par analogie avec la chaîne linéaire, nous avons cherché à déterminer quel était l'élément jouant le rôle de la masse et celui du ressort dans le cristal phononique : finalement quel était le résonateur du cristal phononique. Il s'agissait de comprendre la propagation d'une onde élastique dans le cristal d'un point de vue microscopique.

4.3.1 Maille élémentaire du cristal phononique

Un premier élément de réponse peut venir de la maille élémentaire utilisée pour le calcul des courbes de dispersion du cristal. Dans le cas de ce cristal, avec ou sans cavité, il est possible d'utiliser une cellule formée par l'association de deux trous, chacun situé au centre d'un triangle équilatéral. Il s'agit du plus petit élément pouvant être périodisé de façon à retrouver la maille hexagonale et rendant compte de la propagation d'une onde dans le cristal.

La relation de dispersion fait donc intervenir une paire de trous. La propagation d'une onde dans le cristal phononique pourrait donc être le résultat au niveau microscopique, d'une interaction entre cette onde et une ou des paires de trous arrangées périodiquement dans une configuration « Honey Comb ».

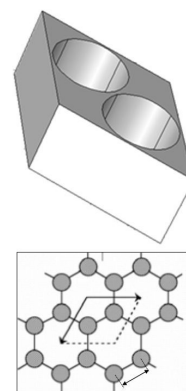


FIGURE 4.17 – Cellule élémentaire utilisée pour le calcul des courbes de dispersion.

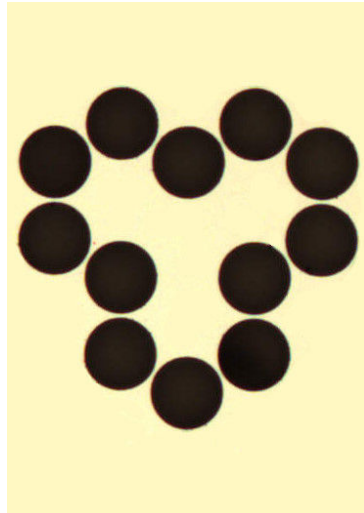
4.3.2 Cavité phononique réduite

Comme nous l'avons vu dans l'introduction (voir en particulier la figure 4.6), les modes propres de la cavité phononique peuvent se calculer en supposant qu'ils sont le résultat d'une interférence constructive entre deux ondes contra-propageantes se réfléchissant sur « les bords de la cavité ».

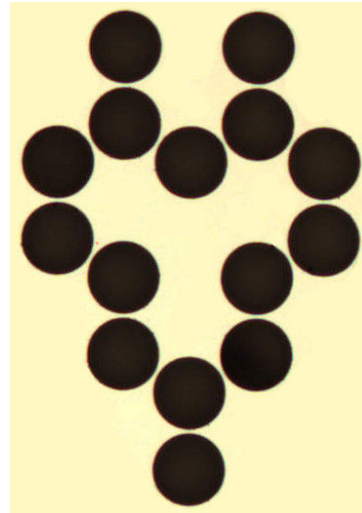
Quelles sont les frontières de la cavité rendant compte de l'existence des modes ? Par analogie avec une cavité Fabry-Pérot, quelle est la plus petite structure phononique jouant le rôle des miroirs de fond de cavité ?

Pour tenter de répondre à ces questions, deux formes de cavités, les plus simples possibles, ont été étudiées :

1. Une cavité formée par les seules trous du bord (fig. 4.18a). On ne conserve que la frontière. Il s'agit des bords « naturels » de la cavité.
2. Une cavité formée par les paires de trous du bord (fig. 4.18b). Pour une onde élastique incidente par le haut de la cavité, les bords sont tous des paires de trous (sauf pour un, au sommet de l'axe de symétrie de la cavité).



(a) *Cavité phononique formée par des trous. La simulation d'une telle structure éclairée par une onde plane est accessible en cliquant sur l'image.*



(b) *Cavité phononique formée par des paires de trous. La simulation d'une telle structure éclairée par une onde plane est accessible en cliquant sur l'image.*

Les simulations numériques de l'interaction d'une onde de fréquence $\nu_0 = 14\text{MHz}$ sur ces deux structures sont accessibles en cliquant sur les images. La direction d'excitation (onde incidente par le haut) excite normalement un mode stationnaire possédant la symétrie du mode B . En suivant la propagation de l'onde au sein des deux cavités, on peut constater que celle formée par l'association de paires de trous présente bien un mécanisme de réflexion/transmission au sein de la cavité, contrairement à celle formée uniquement de trous. Le trou supplémentaire en bas de la cavité, au niveau de la pointe, est celui qui a eu le plus d'effet dans l'observation de la formation du mode.

Cette étude permet de dégager l'importance de la structure élémentaire *paire de trous* dans les mécanismes de réflexion au sein du cristal.

4.4 Etude de la diffusion d'un paquet d'ondes centré à $15MHz$ sur une paire de trous

D'après ce qui précède, il semblerait donc que les propriétés du cristal phononique puissent se comprendre par l'étude de la diffusion des ondes de Lamb sur une structure élémentaire de type « paire de trous ».

La diffusion des ondes de Lamb sur des trous dans des plaques a déjà fait l'objet de nombreuses études [56]. On s'intéresse ici au cas particulier de la diffusion sur une paire de trous d'un paquet d'ondes de Lamb de type A_0 et de fréquence centrale $\nu_0 = 15MHz$. Cette fréquence correspond à la fréquence centrale du bandgap de la structure phononique, raison pour laquelle nous l'avons choisie.

4.4.1 Coefficient de réflexion R_z et diffusion résonante

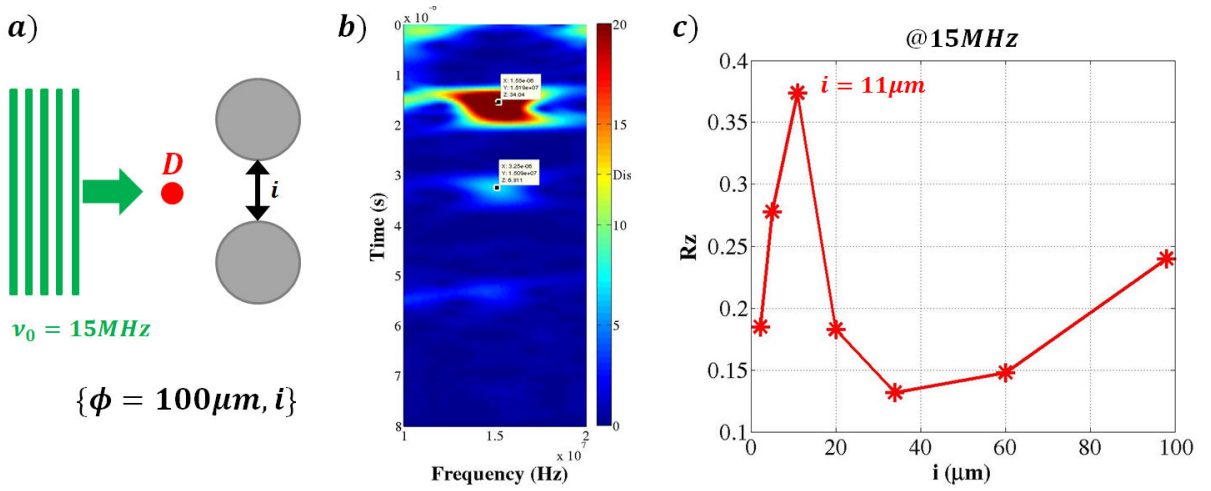


FIGURE 4.18 – Première étude de la diffusion d'un paquet d'ondes de fréquence centrale ν_0 sur des paires de trous. a) Schéma, notations et caractéristiques du système. b) Spectrogramme de la mesure au point D pour $i = 2.2\mu m$. c) Évolution du coefficient de réflexion R_z en fonction de i .

Une première étude a consisté à envoyer un paquet d'ondes de fréquence centrale $\nu_0 = 15MHz$ sur différentes paires de trous caractérisées par leur seule espacement i , étant donné que les trous de chaque paire ont le même diamètre $\phi = 100\mu m$ (2%). La mesure fut réalisée au point D , en amont de la paire, le long de l'axe de propagation passant par le pont de matière entre les deux trous. La figure 4.18b correspond au spectrogramme obtenu avec la paire de trous $i = 2.2\mu m$. On constate la présence du paquet d'ondes incident autour de $t \sim 1.5\mu s$ et d'un écho autour de $t \sim 3\mu s$, à la même fréquence. Cette écho correspond à un paquet provenant de la paire de trous (aucun bord de l'échantillon ne peut expliquer la présence de ce paquet à cet instant). Il apparaît donc que l'interaction d'une onde plane en incidence normale de type A_0 et de fréquence centrale $15MHz$ se caractérise dans le champ réfléchi (entre la source et la paire de trous) par un écho (onde réfléchie ou réémise) provenant de la paire de trou, de même fréquence que l'onde

incidente. Ce phénomène est caractéristique d'une *diffusion élastique* d'une onde de Lamb sur une structure mécanique.

Soit le rapport des amplitudes à 15MHz mesurées au point D correspondant respectivement au signal réfléchi (noté U_D) et au signal émis (U_{emis}) :

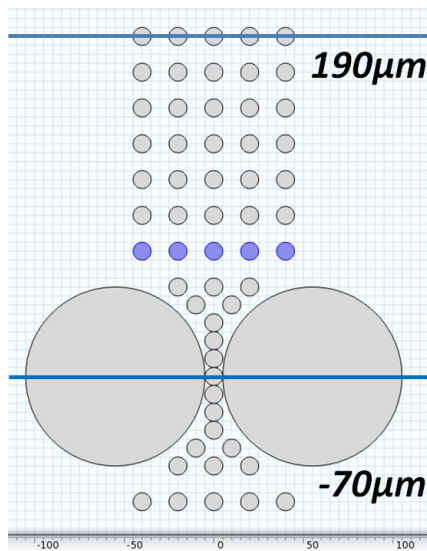
$$R_z = \frac{U_D}{U_{emis}}$$

Ce coefficient correspond au coefficient de réflexion (ou au taux de diffusion) de la paire à 15MHz . La figure 4.18c représente l'évolution de ce coefficient en fonction de i . On constate qu'il présente un maximum pour $i = 11\mu\text{m}$ (2%), soit l'intervalle entre trous de la structure phononique.

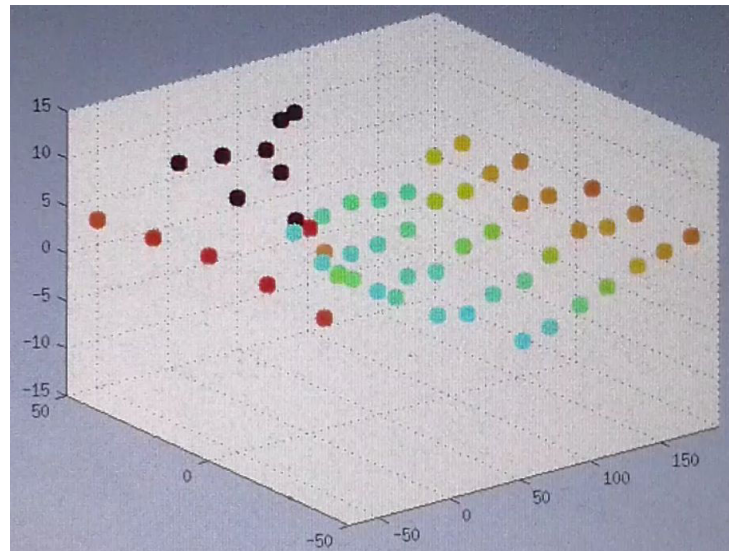
Caractéristique de la diffusion élastique, ce coefficient R_z est maximal à 15MHz pour une paire de trous identique à celle constituant le cristal phononique. Le bandgap correspond donc à un maximum de diffusion des paires de trous.

À 15MHz , la longueur d'onde de l'onde de Lamb A_0 dans une plaque de silicium d'épaisseur $e = 110\mu\text{m}$ est de l'ordre de $250\mu\text{m}$, soit environ la taille caractéristique de la paire de trous. Ainsi la plus forte modulation du coefficient de diffusion apparaît pour une longueur d'onde du même ordre de grandeur que la taille caractéristique de l'objet. Ce régime correspond à celui de la *diffusion résonante*.

4.4.2 Cartographie du champ de diffusion résonant d'une onde de Lamb A_0 par une paire de trous $i = 11\mu\text{m}$



(a) Positions des points de mesures de la cartographie du champ de diffusion autour de la paire de trous $i = 11\mu\text{m}$.



(b) Image 3D, à un instant donné, du déplacement mesuré. Cliquez sur l'image pour afficher l'animation.

FIGURE 4.19 – Cartographie de l'interaction d'un paquet d'ondes de Lamb A_0 de fréquence centrale $\nu_0 = 15\text{MHz}$ et de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 2\text{MHz}$ avec une paire de trous $\phi = 100\mu\text{m}$, $i = 11\mu\text{m}$, $e = 110\mu\text{m}$.

Une cartographie du champ de diffusion de cette paire $i = 11\mu\text{m}$ a été réalisée. La figure 4.19 regroupe un schéma de la configuration expérimentale et une image 3D du déplacement, filtrée entre 14MHz et 16MHz . En cliquant sur l'image, vous pourrez visualiser une vidéo de cette cartographie. On peut y voir l'onde incidente se réfléchir au niveau du pont de matière, engendrant une zone d'oscillation stationnaire devant le pont et une zone de transmission propagative derrière le pont, avec un zéro de déplacement juste derrière le centre du pont (autour de $x = 10\mu\text{m}$).

L'ensemble de ces résultats et leur analyse peuvent être complétés et résumés en regardant seulement le déplacement selon la direction de l'axe optique passant par le pont (axe de symétrie vertical de la paire). La figure 4.20 regroupe un schéma de la configuration expérimentale et la mesure du déplacement hors plan représentée dans un diagramme temps-espace.

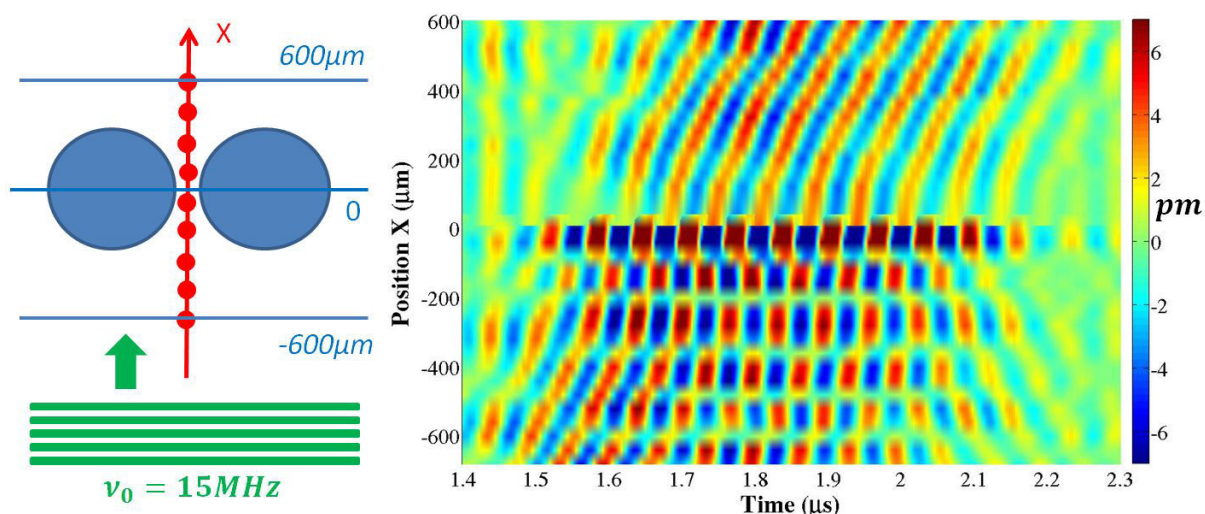


FIGURE 4.20 – Cartographie du déplacement le long d'une ligne colinéaire au vecteur d'onde de l'onde incidente de type A_0 , de fréquence centrale $\nu_0 = 15\text{MHz}$. Le déplacement est filtré entre 14MHz et 16MHz .

Cette représentation est très intéressante car elle permet de voir clairement la présence d'une onde incidente se propageant selon les X croissants. La diffusion sur la paire de trous se caractérise principalement par la présence d'une onde réfléchie. Il s'agit plutôt d'une onde réémise par la paire de trous qui sur-vibre au niveau du pont. Il est en effet possible de constater que la paire de trous émet une onde polaire semblant provenir du pont à partir de $t = 2.1\mu\text{s}$.

Dans la zone de réflexion ($x < 0$), en présence des deux ondes, on peut observer une zone d'interférence bien contrastée confirmant un taux de réflexion d'au moins $R_z = 0.4$.

Compte-tenu des vitesses de phases, l'onde transmise et l'onde réfléchie sont de même nature que l'onde incidente, de symétrie A_0 . Le *spectrogramme* confirme que la diffusion est élastique, c'est-à-dire que l'onde réémise est de même fréquence que l'onde incidente.

Ce diagramme temps-espace (fig. 4.20) permet de compléter qualitativement l'analyse de la diffusion du point de vue des phases. On peut constater que l'évolution de la phase dans la zone de champ proche ($|x| \lesssim \lambda_{A_0}^{Si} = 250\mu\text{m}$) varie beaucoup. D'abord quasi-stationnaire, elle se courbe pour retrouver une évolution linéaire correspondant à la vitesse

de phase de l'onde A_0 à $15MHz$ hors du champ proche. Si l'on trace une droite affine de pente égale à la vitesse de phase, passant par l'un des maxima locaux du paquet d'ondes incident, on peut constater que l'onde transmise est légèrement déphasée par rapport à l'onde incidente. Le déphasage est proche de $\frac{\pi}{2}$. Pour le champ réfléchi, la figure d'interférence est légèrement inclinée dans le champ proche traduisant un déphasage entre le champ incident et le champ réfléchi. En dehors du champ proche, autour de $400\mu m$, il semblerait que le champ incident et le champ réfléchi soient en phase. L'étude de la phase est restée très qualitative sur ce système.

4.4.3 Simulations numériques

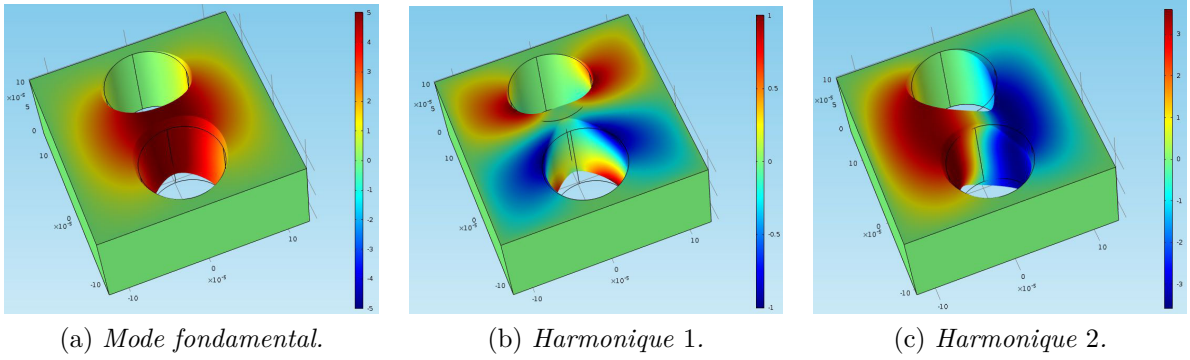


FIGURE 4.21 – Simulation Comsol des modes propres d'une paire de trous. La cellule est une paire de trous de diamètre $\phi = 100\mu m$, séparés de $i = 10\mu m$, percée dans une plaque d'épaisseur $e = 110\mu m$. Les fréquences ne sont pas affichées car elles dépendent beaucoup de la taille de la cellule (aucune condition aux limites utilisée).

À l'aide de Comsol [108], il est possible de calculer les modes propres de vibration d'une paire de trous telle que $\phi = 100\mu m$, $i = 10\mu m$, $e = 110\mu m$. Le calcul a été réalisé sur une paire de trous percée dans une plaque carrée d'épaisseur $110\mu m$, de côté $250\mu m$ et sans condition aux limites. Les résultats sont sur la figure 4.21. Il s'agit de la composante hors plan du mode fondamental et des harmoniques 1 et 2. L'harmonique 2 semble correspondre parfaitement au mode cartographié, avec le zéro de déplacement au niveau du pont légèrement décalé par rapport à son centre.

Les fréquences de ces modes sont proches de $15MHz$. Comsol donnent précisément $13.02MHz$ (fondamental), $17.40MHz$ (harmonique 1) et $18.29MHz$ (harmonique 2). Mais ces valeurs et l'aspect des modes associés sont à nuancer sachant qu'elles dépendent fortement de la taille de la cellule. Pour une plaque de côté $333\mu m$, on trouve $9.17MHz$ (fondamental), $14.34MHz$ (harmonique 1) et $12.51MHz$ (harmonique 2) avec une géométrie des modes légèrement différentes. Pour un côté de $500\mu m$, tout change. Il y a beaucoup plus de mode de fréquences proches et en les regardant tous, deux modes seulement sont proches des harmoniques 1 et 2 (le fondamental n'existe plus). L'intérêt d'une plaque de faible côté est qu'elle présente un faible nombre de modes qui semblent tous très proches de ce que l'on a pu observer expérimentalement. Mais ceci est très qualitatif et n'a pas été vérifié rigoureusement.

Afin de compléter cette analyse, une étude numérique temporelle a été réalisée par R.P. Moiseyenko et al. de l'Université de Lille 1. Le système est un wafer infini (conditions aux limites de type PML) avec une source ligne élastique générant un mode de type A_0 à une fréquence proche de 15MHz . La figure 4.22 est une photographie du déplacement obtenue après un temps suffisamment long pour que l'onde incidente ait eu le temps d'interagir avec la paire de trous. On peut constater que le pont vibre suivant une symétrie proche de l'harmonique 2 (fig. 4.21c). Le champ transmis suivant une ligne passant par le pont et perpendiculaire à la paire de trous (ligne identique à celle suivie pour la cartographie expérimentale fig.4.20 est déphasé d'environ $\frac{\pi}{2}$, comme remarqué expérimentalement. Le champ réfléchi semble bien en phase avec l'onde incidente, comme en témoigne la surintensité des franges dans le champ incident (entre la source et la paire de trous). La simulation permet d'avoir une vision plus globale de la forme de la diffusion, avec une courbe du front d'onde fortement modulé spatialement après interaction avec la paire de trous (forme d'oiseau du front d'onde en transmission).

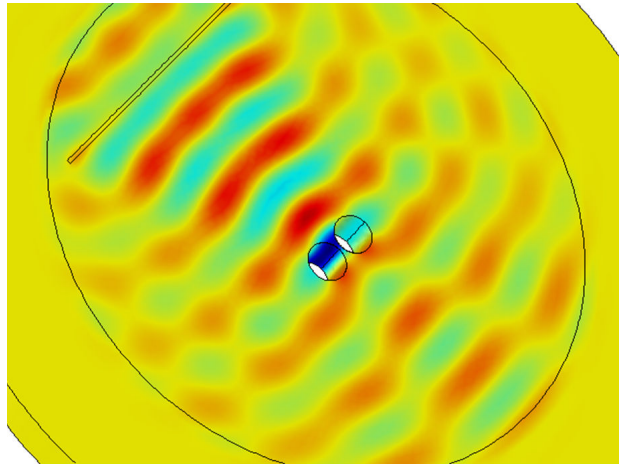


FIGURE 4.22 – Simulation numérique de la diffusion résonante d'une onde de Lamb A_0 de fréquence centrale 15MHz ($\lambda \sim 250\mu\text{m}$) sur une paire de trous $i = 10\mu\text{m}$ fabriquée dans une plaque de silicium d'épaisseur $110\mu\text{m}$.

4.4.4 Interprétation du bandgap en termes de réflexion de Bragg

La paire de trous est un objet qui diffuse l'onde de Lamb incidente. Le coefficient de diffusion dépend de la fréquence. Pour une paire de trous telle que $i \approx 10\mu\text{m}$, la diffusion est maximale autour de 15MHz . Pour une plaque d'épaisseur $e = 110\mu\text{m}$, la longueur d'onde d'une telle onde est de $\lambda = 250\mu\text{m}$ (voir fig.4.6 p.95). Arranger périodiquement avec un paramètre de maille de cet ordre de grandeur, comme dans le cristal phononique, celui-ci peut alors être vu, pour des fréquences dans le gap, comme un système équivalent à une succession de lames semi-réfléchissantes avec un taux de réflexion-transmission de l'ordre de 50% – 50%. Au niveau de chaque maille coexistent donc deux ondes contre-propageantes. On retrouve que le maximum de l'amplitude de l'onde décroît exponentiellement avec la profondeur dans le cristal. En effet, à chaque interface de trous, seul 50% de l'énergie est transmise. L'énergie suit donc une loi de type progression géométrique.

4.5 Conclusion

Un cristal phononique est une structure présentant une périodicité ($1D$ à $3D$) d'au moins une de ces propriétés élastiques. L'arrangement périodique de deux matériaux d'impédances acoustiques différentes produit pour l'onde qui se propage dans la structure des interférences de Bragg responsables de la formation de bandes interdites pour la propagation.

Lorsque l'on envoie un paquet d'ondes centré autour de la fréquence basse du bandgap, on constate l'apparition d'un signal réfléchi filtré en fréquence. Le bandgap permet le filtrage en fréquence : il peut donc être mesuré aussi bien en réflexion qu'en transmission, avec pour la réflexion, la précaution de sortir du champ d'interférence, lieu d'ondes stationnaires (donc avec des nœuds de déplacement).

Suite à cette étude, la recherche d'une cavité minimale pour l'obtention des modes à conduit à l'identification de la brique élémentaire responsable des phénomènes observés. La cellule élémentaire utilisée pour le calcul des courbes de dispersion ainsi que les résultats sur la cavité phononique simplifiée ont conduit à l'identification des paires de trous comme résonateurs dans le cristal. L'étude des différentes paires de trous a montré une forte modulation du coefficient de réflexion d'une onde de Lamb de fréquence centrale $\nu_0 = 15MHz$. La paire de trous, avec $\phi_{trous} = 100\mu m$ et $i = 10\mu m$, s'est révélée être la structure résonante du système sur laquelle les ondes de Lamb de type A_0 possèdent un régime de diffusion fortement modulé en fréquence, en relation avec les courbes de dispersion du cristal. Alors qu'il ne semble rien se passer pour une onde incidente sur cette paire de trous avant et après les résonances de celle-ci, le régime de diffusion résonant, notamment autour du mode proche de $15MHz$, est caractérisé par une forte modulation de la phase de l'onde transmise et par l'existence d'une onde réfléchie. La cartographie du mode propre de vibration à $15MHz$ a permis de comprendre en termes de réflexion de Bragg la possibilité de construire un *bandgap* complet par un arrangement périodique de cette structure avec un paramètre de maille bien choisi pour obtenir des interférences constructives à l'intérieur du cristal.

Le cristal peut alors être vu comme une succession de « lame d'air » de type Fabry-Perot. La transmission suit donc une loi de type progression géométrique avec la profondeur dans le cristal : on retrouve l'enveloppe exponentielle de l'amplitude des ondes, caractéristique des ondes évanescentes dans le bandgap, qui est d'ailleurs le siège des ondes stationnaires (comme démontré à partir du modèle masse-ressort).

Chapitre 5

Etude de la diffusion des ondes de Lamb sur des structures de piliers en silicium sur plaque de silicium

5.1 Introduction

Le terme de diffusion couvre une large gamme de phénomènes physiques associés à l'interaction d'une onde (ou d'une particule) avec un milieu matériel [109, 110, 111]. Considérons une onde OEMPPM de champ électrique $E_{incident}$, de pulsation ω , de longueur d'onde λ dans le milieu d'indice n_{ref} , incidente sur un objet d'indice n_1 dont la taille caractéristique est notée D . On restreint l'étude à la réponse linéaire et indépendante du temps du milieu sous l'effet de l'onde incidente. La diffusion est alors qualifiée de *diffusion statique*. Les propriétés du milieu ne changent donc pas avec le temps et sont décrites à l'aide de grandeurs macroscopiques telles que l'indice optique n , dont les écarts relatifs sont faibles ($n_1 - n_{ref} \approx 0$ - cadre de *l'approximation de Born*). De plus, on se place dans le cas où l'onde diffusée possède la même fréquence que l'onde incidente, qui constitue le cadre de *la diffusion élastique* ou *diffusion cohérente* [90].

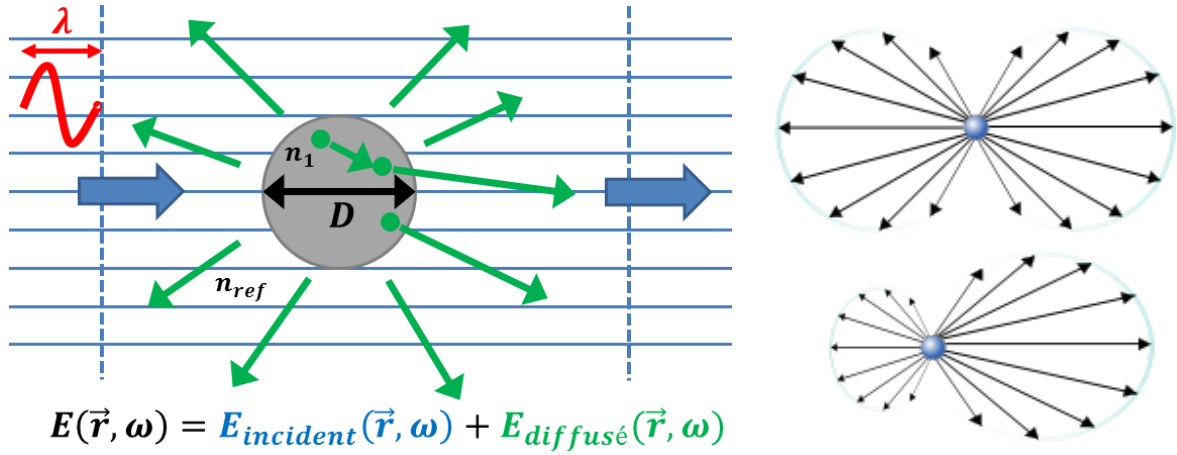
La figure 5.1 regroupe une illustration de la situation considérée ainsi que deux portraits de diffusion $E_{diffusé}$. Le portrait de diffusion est fonction de la taille caractéristique de l'objet D par rapport à la longueur d'onde de l'onde incidente λ . On distingue trois domaines [112] :

- Le domaine de la diffusion Rayleigh correspond au cas $D \ll \lambda$. Il est illustré sur le cas du haut de la figure 5.1b. Il se caractérise par une réémission symétrique, polaire ou dipolaire.
- Le domaine de diffusion résonante caractérisé par une section efficace d'interaction très grande et une très forte diffusion.
- Le domaine de diffusion Thomson (ou de Mie pour les ondes élastiques), correspond au cas $D \gg \lambda$, se caractérise par un portrait de diffusion dissymétrique.

On note $E(\vec{r}, t) = E_{incident}(\vec{r}, t) + E_{diffusé}(\vec{r}, t)$ le champ de l'onde total. En l'absence de source extérieure, ce champ vérifie l'équation de Helmholtz suivante [90] :

$$\Delta E(\vec{r}, \omega) + k^2 n_{eff}^2 E(\vec{r}, \omega) = (n_{eff}^2 - n_1^2) E(\vec{r}, \omega) \quad (5.1)$$

Le facteur $(n_{eff}^2 - n_1^2) E(\vec{r}, \omega)$ s'interprète comme le terme source de la diffusion.



(a) Illustration du phénomène de diffusion d'une onde plane se propageant dans un milieu d'indice n_{ref} et diffusant sur un élément d'indice n_1 . La puissance diffusée est fonction de la longueur d'onde de l'onde dans le milieu d'incidence par rapport à la taille caractéristique de la structure.

(b) Portraits de diffusion. De haut en bas, diffusion Rayleigh $D \ll \lambda$ et diffusion de Mie $D \gg \lambda$. L'onde incidente arrive de la gauche.

FIGURE 5.1 – Phénomène de diffusion (http://fr.wikipedia.org/wiki/Diffusion_des_ondes ou http://fr.wikipedia.org/wiki/Theorie_de_Mie).

En effet, en l'absence d'objet diffusant D , le champ $E_{incident}$ est solution de l'équation de Helmholtz suivante :

$$\Delta E_{incident}(\vec{r}, \omega) + k^2 n_{eff}^2 E_{incident}(\vec{r}, \omega) = 0 \quad (5.2)$$

D'où, en injectant l'équation 5.2 dans 5.1 :

$$\Delta E_{diffusé}(\vec{r}, \omega) + k^2 n_{eff}^2 E_{diffusé}(\vec{r}, \omega) = (n_{eff}^2 - n_1^2) E(\vec{r}, \omega) \quad (5.3)$$

On trouve donc que le champ $E_{diffusé}$ est solution d'une équation avec pour terme source $(n_{eff}^2 - n_1^2) E(\vec{r}, \omega)$. L'origine de la diffusion est donc liée au coefficient $n_{eff}^2 - n_1^2$.

Un point important sur le champ diffusé est que sa phase est constante et parfaitement définie par rapport à celle de l'onde incidente.

Remarque : Comme schématisé sur la figure 5.1a, il est à priori possible qu'un champ rayonné par un élément de l'objet excite une autre portion de l'objet qui à son tour va réémettre une onde. On parle alors de diffusion multiple, à l'origine par exemple du phénomène de la localisation d'Anderson. L'approximation de Born consiste à négliger les effets de la diffusion multiple.

Un exemple de diffusion élastique est celui du problème de l'interaction d'une onde électromagnétique de fréquence ω avec un atome à deux niveaux, de fréquence de résonance atomique ω_0 . Ce problème de diffusion est parfaitement décrit par le modèle de l'électron élastiquement lié qui prédit correctement la forme des lois de diffusion de Rayleigh, résonante et de Thomason [112]. Le modèle de l'électron élastiquement lié consiste à décrire l'atome comme un système masse-ressort dans lequel l'électron est élastiquement lié au noyau (force de rappel de type « Hooke »). Sous l'effet d'un champ électrique harmonique incident, l'électron oscille. L'atome acquiert alors un moment dipolaire oscillant. Il devient donc un dipôle électrique oscillant (dipôle de Hertz) qui rayonne une onde

électromagnétique (rayonnement d'une antenne). On dit alors que l'atome a diffusé l'onde incidente. La puissance moyenne diffusée par l'atome dépend du régime de diffusion :

- Pour $\omega \ll \omega_0$ (diffusion Rayleigh), la puissance diffusée varie en ω^4 . Cette loi permet de comprendre l'origine de la couleur bleue du ciel.
- Pour $\omega \approx \omega_0$ (diffusion résonante), la puissance diffusée suit une loi de forme Lorentzienne centrée sur ω_0 . La section efficace d'interaction à résonance est alors de l'ordre de grandeur de λ_0^2 (le carré de la longueur d'onde à résonance).
- Pour $\omega \gg \omega_0$ (diffusion Thomson), la puissance diffusée tend vers une constante. La section efficace d'interaction est alors constante de l'ordre de grandeur de r_0^2 , le carré du rayon classique de l'électron (proche du rayon de Bohr).

On retrouve également ce concept d'onde réémise dans le phénomène de *diffraction* décrit par le principe d'Huygens-Fresnel. L'idée de Huygens dans son « Traité de la lumière » paru en 1690, fut de concevoir la propagation de la lumière comme une succession de perturbations induites par l'onde lumineuse incidente. Fresnel compléta ce modèle afin d'éviter toute notion de milieu en décrivant les perturbations par des vibrations périodiques appelées ondelettes possédant une amplitude et une phase. Le principe d'Huygens-Fresnel énonce que chaque point P d'une surface Σ atteinte par la lumière se comporte comme une source secondaire isotrope cohérente émettant une ondelette sphérique d'amplitude proportionnelle à l'amplitude de l'onde incidente et de phase égale à celle de l'onde incidente en P . L'onde sortante de Σ en un point M est la somme de toutes ces ondelettes. Mathématiquement, la diffraction est décrite par l'intégrale de Kirchhoff qui fait intervenir en plus un facteur d'inclinaison traduisant une anisotropie du champ réémis par les ondelettes. Le principe de Huygens-Fresnel (et l'intégrale de Kirchhoff) découle directement de l'équation d'onde. En effet, toute onde est d'énergie finie donc de carré sommable suivant le temps et l'espace. Sa fonction d'onde peut donc être représentée par une transformée de Fourier par rapport au temps et à l'espace. On montre alors que le champ s'écrit sous la forme d'une superposition d'ondes planes dont les composantes des vecteurs d'onde satisfont une relation de dispersion (donnée par l'équation d'onde). D'après le développement de Weyl, il est possible d'exprimer une onde plane sous la forme d'une onde sphérique (changement de base) et de retrouver ainsi le principe d'Huygens-Fresnel. La propagation peut donc être interprétée comme le résultat d'une diffraction du champ sur lui-même.

Finalement, le résultat d'un processus de diffusion ou de diffraction correspond à l'interférence d'un champ incident et d'un champ réémis excité par ce même champ incident. Diffusion et diffraction sont des phénomènes qui modifient plus ou moins la propagation des ondes.

L'objectif de ce chapitre est de présenter les résultats expérimentaux obtenus sur l'étude de l'interaction des ondes de Lamb de symétrie A_0 et S_0 sur des structures de types piliers de silicium sur plaque de silicium. Nous verrons que la diffusion sera fortement fonction de la fréquence de l'onde incidente par rapport aux fréquences de résonance de la structure (comme pour le cas de l'électron élastiquement lié). Une première partie est donc consacrée à l'étude des modes propres de vibration d'un pilier isolé Si/Si sur une plaque. La seconde partie regroupe les principaux résultats sur les portraits de diffusion obtenus sur le pilier isolé de diamètre $\phi = 150\mu m$. Les domaines de fréquence avant, à et après résonance seront présentés. Une attention particulière a été portée sur l'analyse de la phase du champ rayonné par rapport à l'onde incidente, en fonction de la fréquence. Ces résultats

conduiront à la notion de cellules élémentaires métamatériau avec la mise en évidence de cellules simplement négatives et doublement négatives. Les parties suivantes pourront être vues comme l'association de cellules élémentaires métamatériau et concerneront l'étude de la diffusion sur une structure ligne de piliers. Nous verrons alors qu'il est possible de créer des bandgaps pour les ondes A_0 , ce qui confirmera le caractère simplement négatif de la cellule élémentaire utilisée.

5.2 Technique de gravure *DRIE* silicium des piliers *Si/Si*

Le procédé de fabrication mis en place pour fabriquer les piliers *Si/Si* a consisté à protéger les structures piliers par un masque en résine puis à utiliser la gravure DRIE silicium pour creuser tout autour des piliers. Le protocole de gravure se compose de deux grandes étapes :

- la photolithographie permettant de réaliser le masque de résine à la surface du wafer.
- la gravure sèche DRIE utilisant le procédé BOSCH de passivation [105, 106, 60]. Cette technique permet d'obtenir des piliers aux flans théoriquement verticaux (cylindres) et lisses, à la surface de la plaque.

L'étape de photolithographie consiste à déposer une résine d'épaisseur $6\mu m$ sur toute la surface du wafer puis d'insoler cette surface suivant les motifs d'un masque en chrome. La résine est ensuite développée pour obtenir au final des plots de résines à la surface qui empêcheront la gravure de cette zone, permettant ainsi l'obtention d'un pilier.

La sélectivité de la résine au plasma SF_6 est de l'ordre de 40, c'est-à-dire que $40\mu m$ de silicium sont gravés pour $1\mu m$ de résine consommée. L'épaisseur de résine de $6\mu m$ permet donc d'envisager la gravure de pilier de $250\mu m$ de haut tout en gardant une très bonne tolérance sur les dimensions (diamètre de $10\mu m$ envisageable).

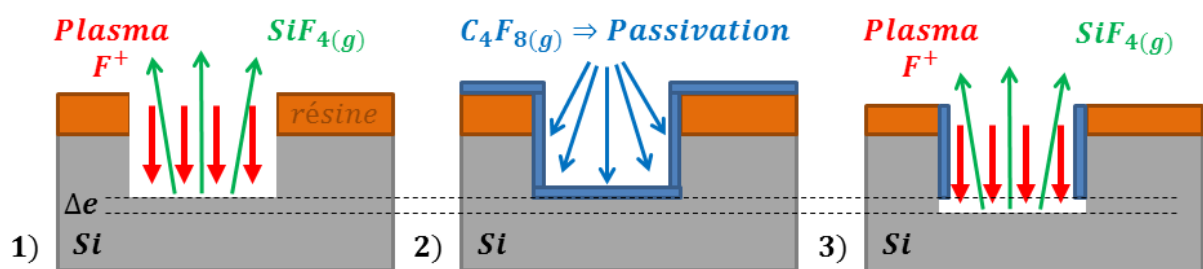


FIGURE 5.2 – Illustration des étapes de la gravure sèche DRIE Bosch profond [105].

La gravure DRIE par procédé « Bosch » est illustrée sur la figure 5.2. Il s'agit d'une gravure sèche mettant en jeu une succession de cycles d'une durée de 10s faisant intervenir une phase de gravure ionique anisotrope et une phase de passivation. Les étapes du cycle de 10s sont les suivantes :

1. Le wafer est exposé à un plasma d'ions F^+ arrivant, grâce à un guidage par lignes de champ, perpendiculairement à la surface du wafer. La résine et le silicium exposés

sont attaqués physiquement (bombardement ionique) et chimiquement. Au niveau du silicium, ces ions produisent un gaz inerte de SiF_4 . La résine est consommée moins rapidement que le silicium (sélectivité de 40). Après 7s d'exposition, le plasma est coupé, les gaz SF_6 et SiF_4 sont évacués.

2. Étape de passivation : le gaz CF_4 est injecté durant 3s dans la chambre afin de former une couche passivante de téflon pour les flans de la structures. Le téflon est bien entendu déposé partout sous forme d'un film mince d'environ 100nm d'épaisseur.
3. On recommence un cycle de 7s de gravure en injectant le gaz SF_6 . Le téflon directement exposé au plasma est tout de suite consommé mais au niveau des flans, il protège la structure des ions indirects, provenant par exemple d'une diffusion au fond de l'échantillon. Le téflon empêche ainsi le phénomène de sous gravure et permet d'obtenir des piliers (ou des trous) aux flans bien droits avec un très léger *scalloping* [113](voir figure 5.4).

Les étapes de gravures fig. 5.22 et fig. 5.23 s'enchaînent jusqu'à obtention de la profondeur souhaitée. Lors d'un cycle de gravure de 7s, 1.5 μm de silicium sont gravés. On obtient ainsi une vitesse de gravure de l'ordre de $8\mu m.min^{-1}$. Cette valeur n'est pas stable au cours d'une gravure et varie d'un échantillon à l'autre. Elle diminue avec la profondeur de gravure. Elle dépend également de la surface à graver. Dans le cas des trous, suivant leur diamètre, la vitesse pouvait varier d'un facteur deux. Plus le trou est petit, plus la vitesse de gravure est faible. Ce phénomène est appelé *ARDE* et il a surtout été rencontré lors de la gravure de lentilles à gradient d'indice [18].

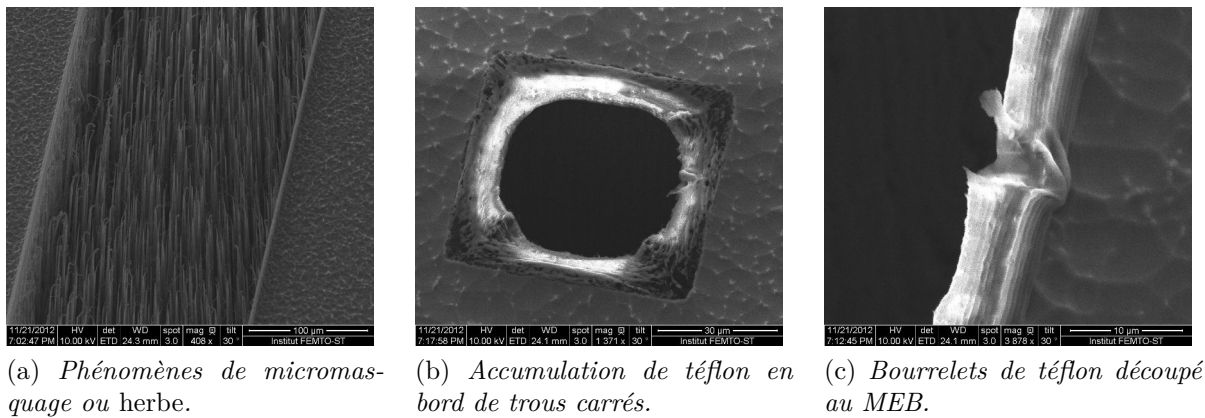


FIGURE 5.3 – Images MEB du phénomène d'herbe et de bourrelets de téflon pouvant apparaître lors de la gravure DRIE silicium Bosh profond.

D'autres phénomènes peuvent apparaître lors d'une gravure, comme la formation de bourrelets de téflon (figure 5.3b et 5.3c) ou encore comme celui du micro-masquage qualifié d'herbe (figure 5.3a). En effet, dans ce dernier cas, il arrive parfois que des poussières de haute sélectivité se retrouvent sur la surface à graver. Elles protègent alors aléatoirement la surface, aboutissant à la formation des structures de la figure 5.3a qui ont l'aspect de l'herbe.

On pourra consulter les documents [Recettes](#) ou [DRIE](#), qui m'ont été fournis par la salle blanche *MIMENDO* de l'Institut Femto-St lors de mes trois semaines de micro-fabrication (novembre 2012, novembre 2013 et mars 2014).

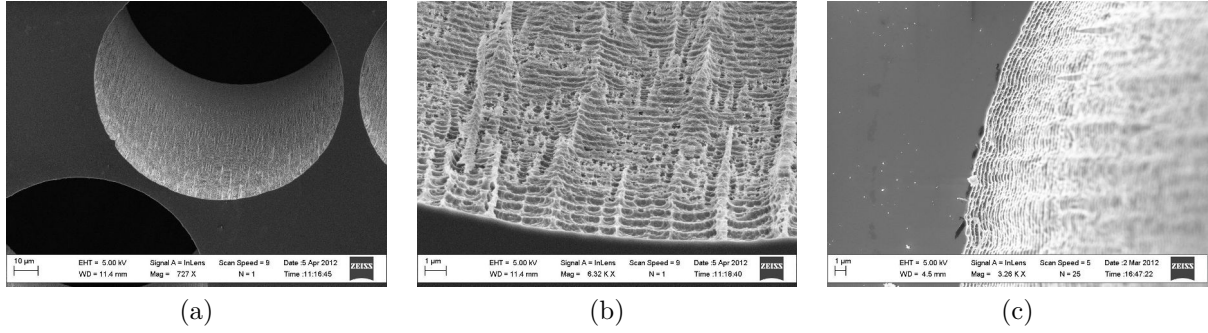


FIGURE 5.4 – Rugosité des flans d’un trou après gravure DRIE sur $110\mu\text{m}$ de profondeur. On notera l’effet périodique de cette rugosité appelé scalloping [113].

5.3 Description des structures fabriquées

Les piliers isolés étudiés ont été fabriqués sur des wafers de silicium de diamètre $76.2\text{mm}(3\text{inch})$ ou $100\text{mm}(4\text{inch})$, d’épaisseur standard $400\mu\text{m}$ ou $500\mu\text{m}$. Les wafers sont taillés suivant un plan (100) . Le méplat est colinéaire à la direction $\langle 110 \rangle$. L’arrangement des dispositifs à la surface des wafers a été fait de façon à maximiser le nombre de structures, avec pour contrainte principale l’éloignement de la zone de génération et des dispositifs des bords du wafers. La figure 5.5 représente le masque écrit à l’aide du programme *CleWin4* pour la fabrication et l’étude des modes propres de vibrations des piliers Si/Si en fonction de leur diamètre. Cette configuration permet l’étude dans des conditions proches d’une plaque infinie de 24 piliers Si/Si isolés. La zone de génération est au centre du wafer. Les bords ont une forme de type « marche d’escalier » (voir paragraphe 3.5.1 page 3.5.1) et sont au minimum à une distance de 15mm des piliers.

La figure 5.6 présente deux images obtenues au microscope optique 3D de la salle blanche *Mimento* de Femto-St, correspondant, de gauche à droite, au pilier isolé du wafer 3inch de la figure 5.7a de diamètre $\phi = 146 \pm 2\mu\text{m}$, $h = 250 \pm 15\mu\text{m}$ et au pilier $\phi = 293 \pm 6\mu\text{m}$, $h = 243 \pm 10$. L’épaisseur de la plaque a été mesurée avec le palpeur de la salle blanche de *INSP*, égale à $e = 145 \pm 5\mu\text{m}$. La hauteur des piliers a été mesurée à l’aide du microscope optique en utilisant la profondeur de champ de ses objectifs ($\Delta z \sim 10\mu\text{m}$).

La figure 5.7 regroupe trois images de wafers possédant des structures de piliers fabriqués en novembre 2013 et mars 2014. Le substrat de la figure 5.7a contient quatre groupes de structures { *pilier*, *paire de pilier*, *maille carré* et *cristal phononique* } de quatre diamètres différents { $100, 150, 300, 450\mu\text{m}$ } avec $h \approx 250\mu\text{m}$, $e \approx 125\mu\text{m}$. Les deux autres photos correspondent au wafer de structures lignes 1D périodiques et aléatoires.

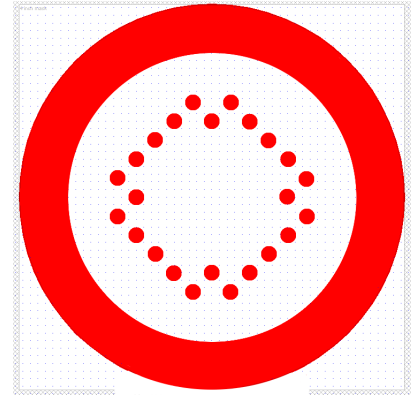
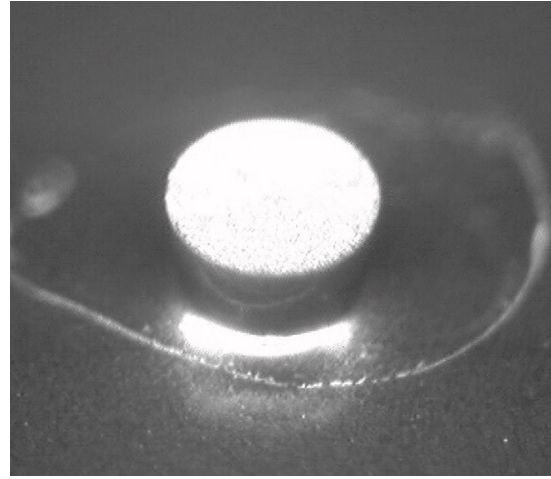


FIGURE 5.5 – Masque pour la réalisation de 24 piliers Si/Si sur wafer 4inch . Les piliers ne sont pas à l’échelle. La couronne de 10mm tout autour du wafer permet de le manipuler durant la fabrication puis de le fixer sur notre dispositif de mesure.

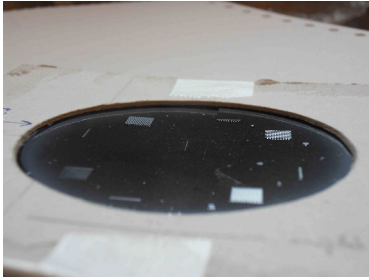


(a) *Pilier isolé Si/Si avec $\phi = 146 \pm 2 \mu\text{m}$, $h = 240 \pm 10$, $e = 125 \pm 5 \mu\text{m}$.*

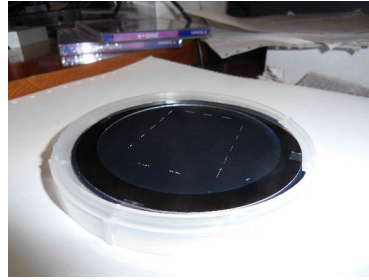


(b) *Pilier isolé tel que $\phi = 293 \pm 6 \mu\text{m}$, $h = 243 \pm 10$, $e = 125 \pm 5 \mu\text{m}$.*

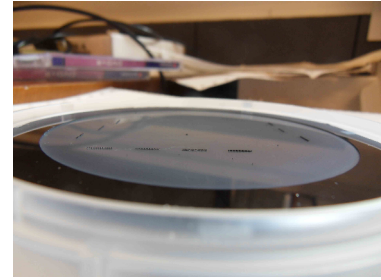
FIGURE 5.6 – Images de deux piliers isolés *Si/Si* réalisées au microscope 3D de la salle blanche *Mimento* de Besançon.



(a) *Wafer 3inch (novembre 2013).*



(b) *Wafer 4inch (mars 2014) de structures de lignes périodiques 1D (wafer n°W5).*



(c) *Wafer 4inch (mars 2014) de structures de lignes aléatoires 1D (wafer n°W6).*

FIGURE 5.7 – Photographies de wafers 3inch et 4inch possédant des structures piliers *Si/Si*.

5.4 Paramètres des systèmes

Le système *pilier sur plaque*, appelé également pilier *Si/Si*, est caractérisé par les trois paramètres suivant :

- le diamètre ϕ du pilier.
- la hauteur « naturelle » h du pilier définie de la surface du substrat au sommet du pilier.
- l'épaisseur de la plaque, notée e .

Le système est schématisé sur la figure 5.8.

La ligne de piliers possède les mêmes caractéristiques que le pilier isolé avec en plus l'écart entre piliers, noté a , qui correspond au paramètre de maille de la structure.

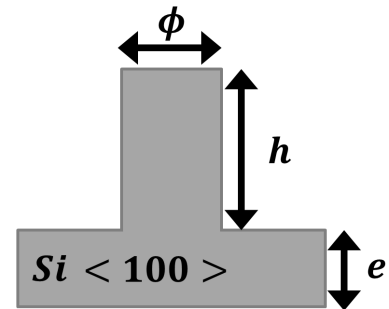


FIGURE 5.8 – Notation des paramètres du système $\{\text{Pilier Si/Si}\}$

5.5 Gain et fréquences propres du pilier isolé Si/Si entre $[0 - 10MHz]$

Comme nous l'avons vu dans l'introduction et lors de l'étude de la diffusion des ondes de Lamb A_0 sur la paire de trous, l'étude de la diffusion passe par la mesure des modes propres de vibration du système car les régimes de diffusion sont très différents de part et d'autre des résonances d'un système mécanique.

D'après la théorie de Fourier, toute vibration d'énergie finie peut se décomposer sous la forme d'une somme infinie d'ondes planes ou d'une somme infinie d'ondes stationnaires. Dans ce dernier cas, les conditions aux limites imposent les valeurs des paramètres caractérisant chaque onde stationnaire, avec dans le cas de la pulsation, des valeurs toutes multiples d'une pulsation fondamentale ω_0 . Ces ondes planes stationnaires sont appelées les modes propres de vibration du système caractérisé par des fréquences propres (le fondamental et des harmoniques), également appelées fréquences de résonance.

Par exemple, dans le cas d'une corde de longueur L , fixée à ses deux extrémités, la pulsation fondamentale $\omega_0 = \frac{\pi c}{L}$ avec $c^2 = \frac{T}{\mu}$ (T tension de la corde; μ masse linéique de la corde) la vitesse de l'onde dans la corde. La connaissance des fréquences propres d'un système est très importante car elles caractérisent complètement le système (géométrie, composition, ...) et la façon dont celui-ci peut vibrer. Elles ne dépendent pas des conditions initiales par exemple.

Une façon de les mesurer est d'éclairer la structure à l'aide d'une source blanche en fréquence et d'identifier les fréquences pour lesquelles la vibration du système est importante. Ces fréquences sont par définition les fréquences de résonance du système. Pour la forme spatiale des modes propres associés, nous n'aurons accès qu'aux vibrations du sommet du pilier, sans pouvoir mesurer les flans du pilier par exemple. Nous ferons donc confiance à *Comsol* pour le déplacement volumique complet dans le pilier.

Une première série de simulations a donc été menée afin d'avoir une bonne idée de la symétrie des modes propres, de leur domaine de fréquences et d'envisager une mesure expérimentale (et numérique!) efficace de ceux-ci.

5.5.1 Simulations numériques

Simulations dans les conditions expérimentales de l'étude du système

L'expérience consiste à envoyer une onde de Lamb de type A_0 et S_0 sur un pilier de silicium isolé sur plaque de silicium. Les premières simulations ont donc cherché à reproduire ces conditions expérimentales par la génération d'une onde de Lamb de type A_0 envoyée sur un pilier isolé Si/Si placé sur une plaque rendue infinie à l'aide de conditions aux limites de type PML. Cette simulation a été réalisée pour plusieurs diamètres de pilier, la hauteur et l'épaisseur de la plaque étant fixées respectivement à $h = 250\mu m$ et $e = 150\mu m$. Le système simulé est présenté sur la figure 5.10. Les points colorés au sommet du pilier matérialisent les points de détection utilisés pour la mesure du spectre.

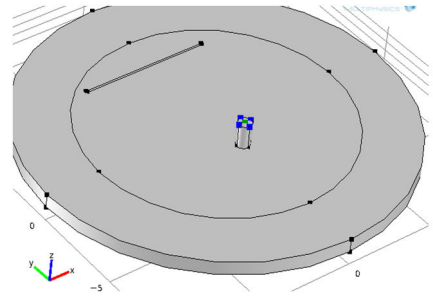


FIGURE 5.9 – Système simulé pour l'étude de la diffusion d'une onde de Lamb sur un pilier isolé Si/Si .

Modélisation du système par un cylindre de silicium excité par une force surfacique sur l'une de ces extrémités

En parallèle, une première modélisation du système a été proposée. Au passage d'une onde de Lamb de type A_0 ou S_0 , un champ de force s'applique sur la base du pilier alors que l'autre extrémité est libre. Si le diamètre du pilier est plus petit que la longueur d'onde de l'onde incidente sur le pilier, on peut considérer qu'une force surfacique s'applique de façon homogène à la base du pilier. Dans le cas contraire, il s'agit plutôt d'un champ de contraintes. Pour des fréquences comprises entre 0 et 10 MHz, les longueurs d'onde dans le silicium sont supérieures à $\lambda_{A_0} = 300\mu m$ pour une épaisseur de $e = 100\mu m$. Comme le montre la courbe 5.11, la longueur d'onde augmente avec l'épaisseur. Pour des piliers jusqu'à $\phi = 400\mu m$ de diamètre, on a donc au pire $\lambda_{A_0} = \phi$ avec pour nos piliers des modes propres qui apparaissent plutôt pour $\lambda_{A_0} \geq 2\phi$, permettant, dans un premier temps, l'approximation d'une force surfacique homogène à la base du pilier. Pour le mode S_0 , la longueur d'onde est invariante avec l'épaisseur $e \in [100 \dots 250]$, et supérieure à $\lambda_{S_0} = 700\mu m \geq 5\phi$, donc l'approximation d'une force surfacique est très bien vérifiée.

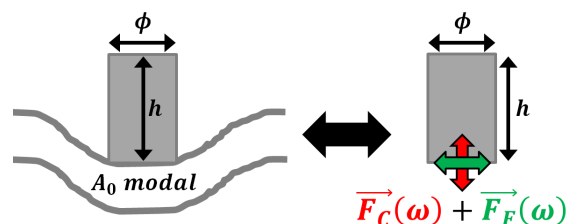


FIGURE 5.10 – Modélisation du système *Pilier sur plaque* interagissant avec une onde A_0 à l'aide d'un cylindre de Si soumis à deux forces orthogonales.

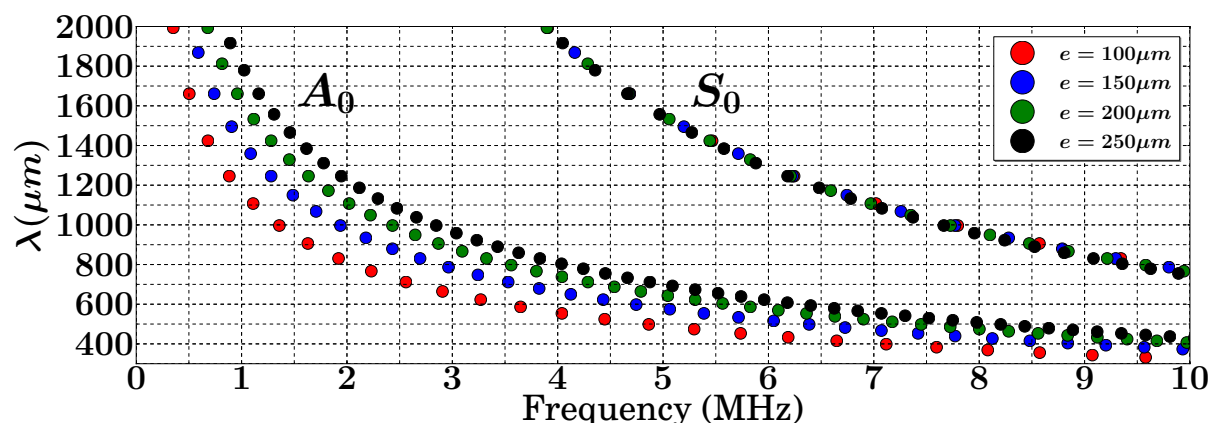


FIGURE 5.11 – Evolution de la longueur d'onde des ondes de Lamb A_0 et S_0 , entre 0 – 10 MHz, en fonction de quatre épaisseurs de plaque.

De ce fait, il paraît judicieux de supposer que le système *pilier sur plaque*, excité par une onde de Lamb de type A_0 , est équivalent à un cylindre de silicium dont la base est soumise à une force harmonique équivalente à un déplacement de surface monochromatique, homogène sur la base du pilier. Pour le calcul des modes propres, appliquer une force harmonique est équivalent à fixer l'une des extrémités du cylindre qui possède la même hauteur h et le même diamètre ϕ que le pilier du système.

Équivalence entre les deux simulations

Les deux simulations ont été menées en parallèle en utilisant le module *Solid Mechanics*, avec pour matériau du silicium anisotrope, et pour théorie le cadre de la théorie de l'élasticité (matrice des contraintes, loi de Hooke généralisée, ...). Le résultat est présenté sur la figure 5.12.

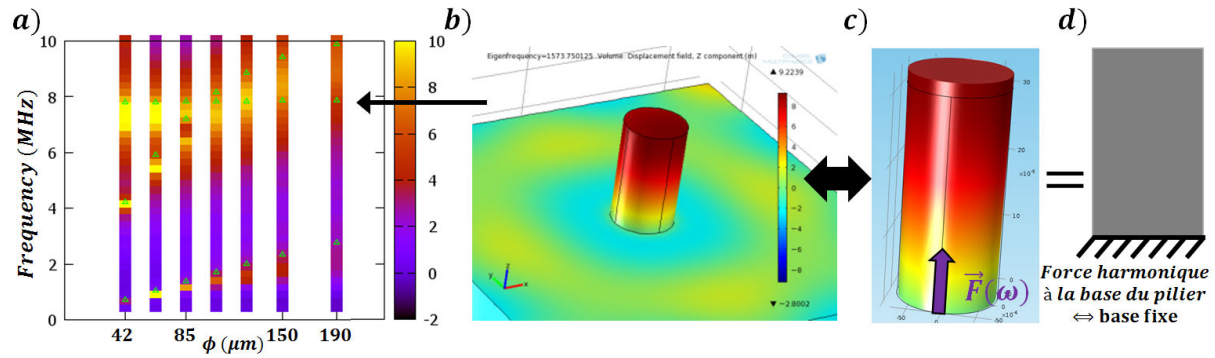


FIGURE 5.12 – Simulation et modélisation du système pilier sur plaque. a) Ce graphique représente les modes propres de vibrations du pilier sur plaque en code couleur. Les modes propres, calculés à partir d'un cylindre de silicium de même hauteur et diamètre que le système, sont affichés en surimpression par de petits triangles verts. b) Mode propre de compression du système. On notera l'onde circulaire réémise à la base du pilier qui se comporte comme une source ponctuelle secondaire. c) Mode propre de compression d'un cylindre de silicium (anisotrope) de diamètre $\phi = 150\mu\text{m}$ et de hauteur $h = 250\mu\text{m}$. La fréquence calculée est de 7.5MHz . d) Modèle équivalent au système pilier sur plaque avec la force harmonique appliquée à sa base pour le calcul des modes propres (comme par exemple sur la figure c).

La simulation, dans le cadre de la théorie de l'élasticité, permet de conclure que les fréquences propres du système *pilier sur plaque* sont équivalentes à celles d'un cylindre de silicium, de même diamètre et hauteur, fixé à l'une de ces extrémités.

Force et symétrie des modes propres générés

Le modèle a également été testé en appliquant une force surfacique harmonique à la base du pilier. Comme attendu théoriquement, les modes propres de vibrations d'un cylindre fixé à sa base sont égaux à ceux d'un cylindre soumis à l'une de ces extrémités à une force surfacique harmonique. Mais pour retrouver tous les modes obtenus à l'aide d'un cylindre à base fixe, il fut nécessaire d'appliquer deux types de forces. On retrouve les modes de compression seuls en application une force (déplacement harmonique) purement colinéaire à l'axe de révolution du cylindre. Au contraire, une force perpendiculaire à cette axe fournit uniquement les modes de flexion. Sachant qu'une onde de Lamb A_0 ou S_0 est une somme en quadrature de deux champs de forces, l'un purement colinéaire à l'axe de révolution du pilier, l'autre purement dans le plan, on comprend qu'il soit possible d'exciter les modes de flexion et de compression avec une onde de Lamb A_0 ou S_0 .

Évolution des fréquences propres en fonction de h et ϕ

Compte-tenu de l'équivalence, les modes propres sont calculés dans un premier temps pour un cylindre (à base fixe) en silicium de hauteur $h = 250\mu m$ et de diamètre $\phi = 150\mu m$. Entre $0 - 10MHz$, les résultats sont représentés dans le tableau 5.1.

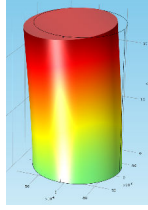
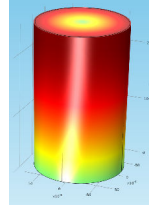
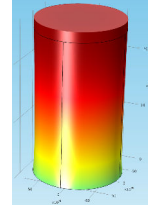
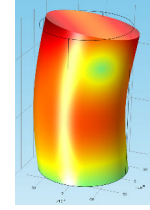
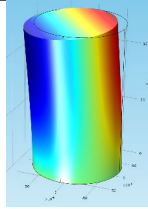
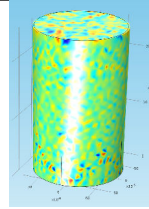
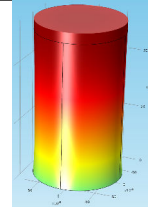
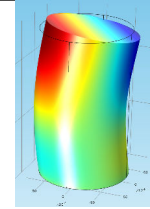
	F_0	T_0	C_0	F_1
fréquences propres (MHz)	2.258	5.858	7.569	9.081
Déformation totale ($u + v + w$)				
Composante hors plan (w)				

TABLE 5.1 – Modes propres de vibrations d'un cylindre de Si avec $h = 250\mu m$, $\phi = 150\mu m$, entre $0 - 10MHz$. Les déformations totales et hors plan sont affichées pour les quatre modes identifiés. Le code couleur est le même pour tous, de $-1 \dots 1$.

On identifie trois familles de modes propres de vibrations pour ce cylindre : *flexion*, *compression*, et *torsion*. Entre $0 - 10MHz$, il est possible d'identifier les trois modes fondamentaux de vibrations que l'on note F_0 , C_0 et T_0 pour respectivement désigner le mode de flexion, de compression et de torsion. L'harmonique 1 du mode de flexion est notée F_1 . Les fréquences de résonances sont précisées dans le tableau.

Dans le cas de la torsion, on constate que la composante hors plan est nulle : il sera donc impossible de détecter ce mode avec notre interféromètre de Michelson.

Ce modèle simple permet un calcul numériquement efficace des modes propres du système, autorisant un grand nombre de simulation pour établir par exemple l'évolution des fréquences propres des modes en fonction du diamètre et de la hauteur du cylindre. Cette étude est intéressante à la fois pour les tolérances sur les paramètres lors d'une fabrication et pour permettre une mesure efficace et sélective des modes.

Grâce à Comsol, il est possible d'étudier l'évolution des fréquences propres des modes. La figure 5.13 montre l'évolution des quatre modes F_0 , F_1 , C_0 et T_0 en fonction du diamètre du cylindre ϕ , pour trois valeurs de hauteurs h .

Les modes de compression et de torsion sont de fréquences quasi-constantes avec le diamètre. Au contraire, les fréquences des modes de flexion dépendent fortement du diamètre. Pour $\phi = 96.5\mu m$, $h = 250\mu m$, les modes C_0 et F_1 sont de même fréquence, égale à $7.55MHz$.

Il est possible de retrouver théoriquement ces courbes dans le domaine des petits diamètres par rapport à la hauteur. Ceci permet d'avoir une idée de l'origine de la résonance.

Dans le cas de la compression, la résonance est due à un accord de phase d'aller-retour d'une onde purement longitudinale dans le pilier. Par conséquent, dans le cas d'un

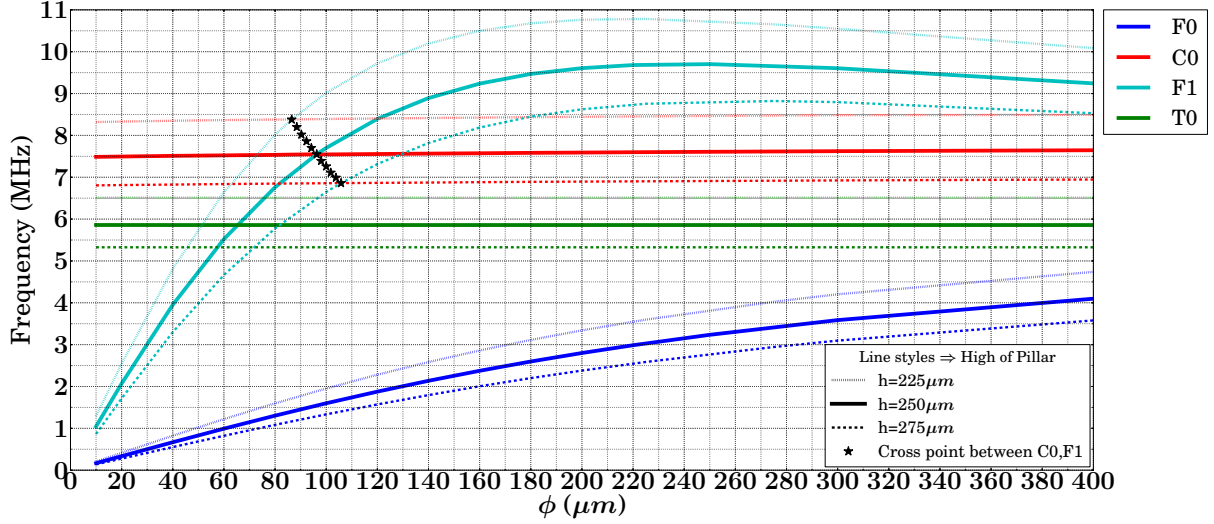


FIGURE 5.13 – Evolution des fréquences propres d'un cylindre de silicium en fonction du diamètre ϕ , pour trois hauteurs h différentes. Les étoiles correspondent au lieu d'intersection des fréquences propres des modes C_0 et F_1 .

cylindre dont l'une des extrémités est fixe, l'autre libre, on a [65] :

$$\nu_C = \frac{(2n+1)c_L}{4h} \quad \text{Avec } n \in \mathbb{N} \quad (5.4)$$

On retrouve que la fréquence est une fonction constante avec le diamètre et dans le cas d'un cylindre de silicium de hauteur $h = 250 \mu m$, on trouve $\nu_C = \frac{8430}{4 \times 250 \times 10^{-6}} = 8.43 MHz$. L'écart relatif à la valeur numérique est de 12%.

Dans le cas de la flexion, la fréquence fondamentale est donnée par l'expression [65] [114] [115] :

$$\nu_{F_0} = \frac{3.52c_L \sqrt{\rho h \left(\frac{\phi}{2}\right)^2}}{2\pi h^2} \quad (5.5)$$

Pour $\phi = 20 \mu m$, $h = 250 \mu m$, sachant $\rho_{Si} = 2331 kg.m^{-3}$ et $c_L = 8430 m.s^{-1}$, on trouve $\nu_{F_0} = 0.58 MHz$, soit un écart de 13% avec la valeur simulée par Comsol ($\nu_{F_0} = 0.67 MHz$).

5.5.2 Mesures expérimentales

Conditions expérimentales et notations

L'estimation des gains et des fréquences propres des piliers est obtenue grâce à la mesure du déplacement aux points S , A et B . La figure 5.14 regroupe les notations utilisées lors des expériences de mesures des gains et fréquences propres du système.

Les mesures au sommet du pilier furent permises grâce au montage *microscope* du dispositif permettant d'atteindre un positionnement absolu avec une précision $< 10 \mu m$ (voir chapitre 2), grâce notamment au fait qu'il autorise une visualisation en temps réel de la surface et de la sonde avec un champ d'observation de l'ordre de $200 \times 200 \mu m^2$. La figure 5.15 regroupe un ensemble d'images prises lors d'une expérience. On peut y voir le

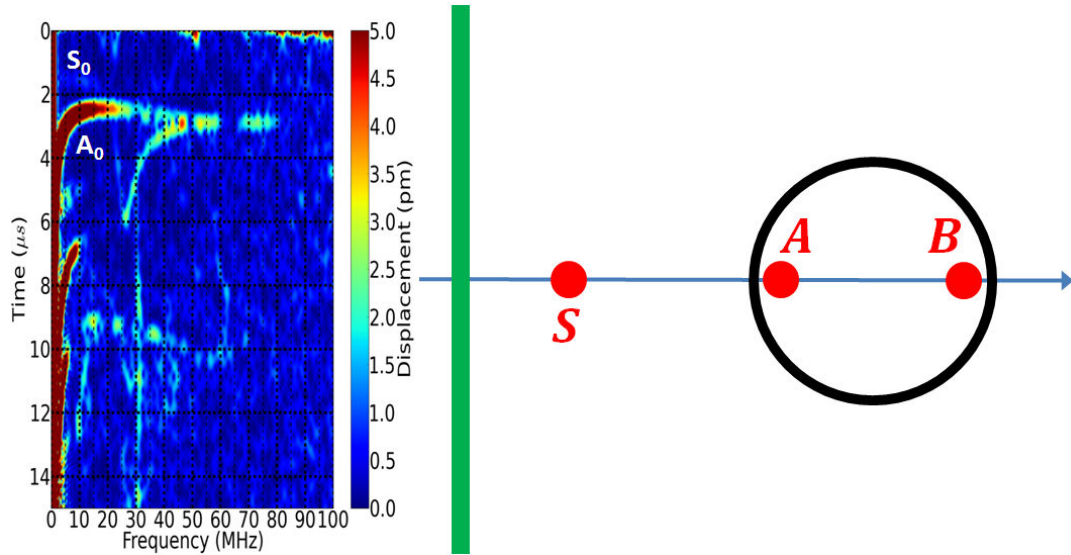


FIGURE 5.14 – Configuration expérimentale de la mesure des gains en flexion GF et en compression GC des piliers. Le spectrogramme de la source, mesuré en S , est caractéristique d’une source blanche entre $0 - 10\text{MHz}$ contenant les modes A_0 et S_0 .

sommet d’un pilier de diamètre $\phi \approx 150\mu\text{m}$ et la tache de détection au niveau des bords. Une image de la surface du silicium au point S est également affichée afin de pouvoir comparer les états de surface.

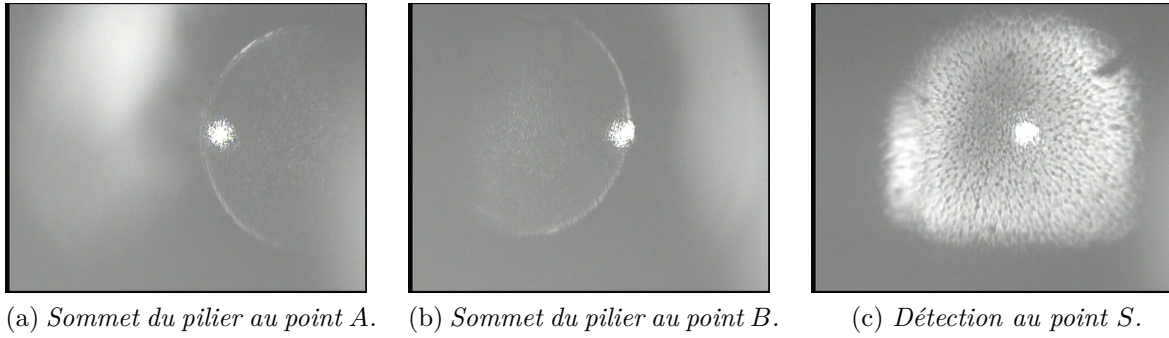


FIGURE 5.15 – Ensembles d’images obtenues en temps réel en sortie du dispositif de microscope de notre montage de détection (objectif $\times 20$, $ON = 0.42$) à la surface du silicium et au niveau du sommet du pilier de $(\phi = 146 \pm 2\mu\text{m}/h = 240 \pm 10\mu\text{m}/e = 125 \pm 5\mu\text{m})$.

Remarque : On constate sur les images 5.15a et 5.15b que la surface du sommet du pilier est très rugueuse (dépolie). La diffusion de la lumière y est très importante, conduisant à un fort déséquilibre de réflectivité entre le bras de référence et le bras de mesure. Par conséquent, le réglage de l’instrument a consisté à maximiser le gain et non le contraste, en équilibrant les intensités en sortie du cube PBS_1 (voir chapitre 2, p. 49).

Définition des gains en flexion GF et en compression GC

D'après ce qui précède, le mode de compression présente un déplacement homogène au sommet, là où le mode de flexion est dipolaire avec une zéro de déplacement au centre du pilier. Cette différence de symétrie hors plan entre les modes au sommet du cylindre permet d'envisager les distinguer efficacement grâce à la mesure du déplacement en deux points appartenant au diamètre et situé aux bords du sommet.

Par conséquent, la détermination expérimentale des fréquences propres des modes F_0 , C_0 et F_1 est réalisée par la mesure des déplacements aux points A et B situés au bord du sommet du pilier et appartenant au diamètre colinéaire à la direction de propagation de l'onde incidente. Par convention, le point A est situé au plus proche de la source ; le point B au plus loin. Le gain et la phase du système (diagramme de Bode du pilier) sont obtenus par la mesure supplémentaire du déplacement au point S , situé entre la source et le pilier.

On appelle *gain en flexion* du système le coefficient noté GF défini par :

$$GF = \frac{u_A(\nu) - u_B(\nu)}{2u_S(\nu)} \quad (5.6)$$

De même, on appelle *gain en compression* du système le coefficient GC défini par :

$$GC = \frac{u_A(\nu) + u_B(\nu)}{2u_S(\nu)} \quad (5.7)$$

Avec, dans les deux cas :

- $u_A(\nu)$ le déplacement absolu à la fréquence ν , au point A du sommet du pilier, au plus proche de la source.
- $u_B(\nu)$ le déplacement absolu à la fréquence ν , au point B du sommet du pilier, au plus loin de la source.
- $u_S(\nu)$ le déplacement absolu à la fréquence ν de la source incidente sur le système.

D'après les définitions 5.6 et 5.7, les fonctions GF et GC correspondent donc bien à la définition du gain d'un système mécanique, pour respectivement les modes de flexion et de compression.

On définit également les déplacements en flexion F (également noté uF) et en compression C (également noté uC) de la façon suivante :

$$F = \frac{u_A(\nu) - u_B(\nu)}{2} \quad C = \frac{u_A(\nu) + u_B(\nu)}{2} \quad (5.8)$$

Caractéristiques des piliers à l'étude

Les mesures de GF et GC sont réalisées sur des piliers fabriqués sur deux wafers d'épaisseurs $e = 175 \pm 5\mu m$ et $e = 250 \pm 10\mu m$. Ces wafers ne contiennent que des piliers isolés répartis suivant la configuration de la figure 5.5, page 122. Les caractéristiques des piliers des deux wafers sont résumées sur les figures 5.16 et 5.17. Chaque figure présente la hauteur mesurée ($\pm 5\%$) en fonction du diamètre ($\pm 2\%$).

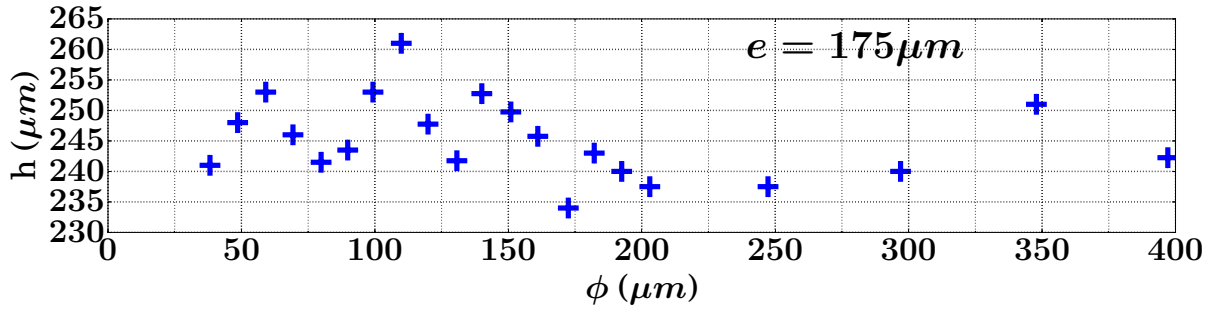


FIGURE 5.16 – Hauteurs h et diamètres ϕ des 21 piliers isolés sur wafer $e = 175\mu m$.

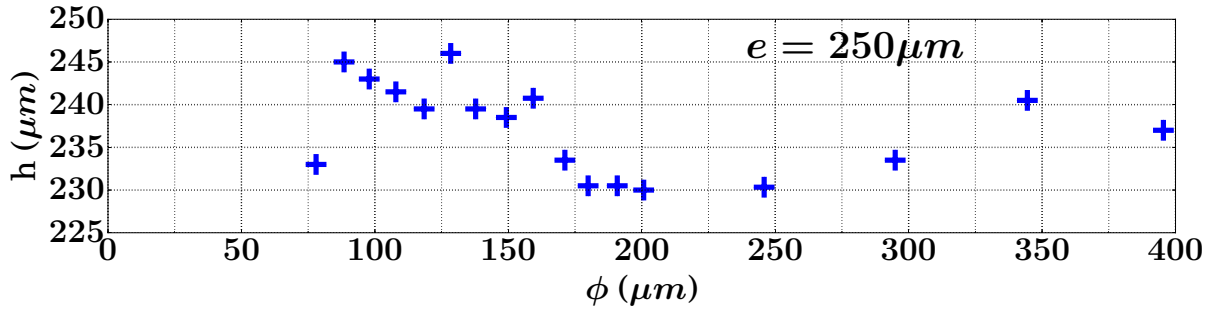


FIGURE 5.17 – Hauteurs h et diamètres ϕ des 17 piliers isolés sur wafer $e = 250\mu m$.

À priori, sur le wafer, la gravure *DRIE* produit des structures de géométrie identique et donc en particulier des structures de même hauteur. La valeur moyenne de la hauteur des piliers en fonction de l'épaisseur du substrat est donnée dans le tableau 5.2.

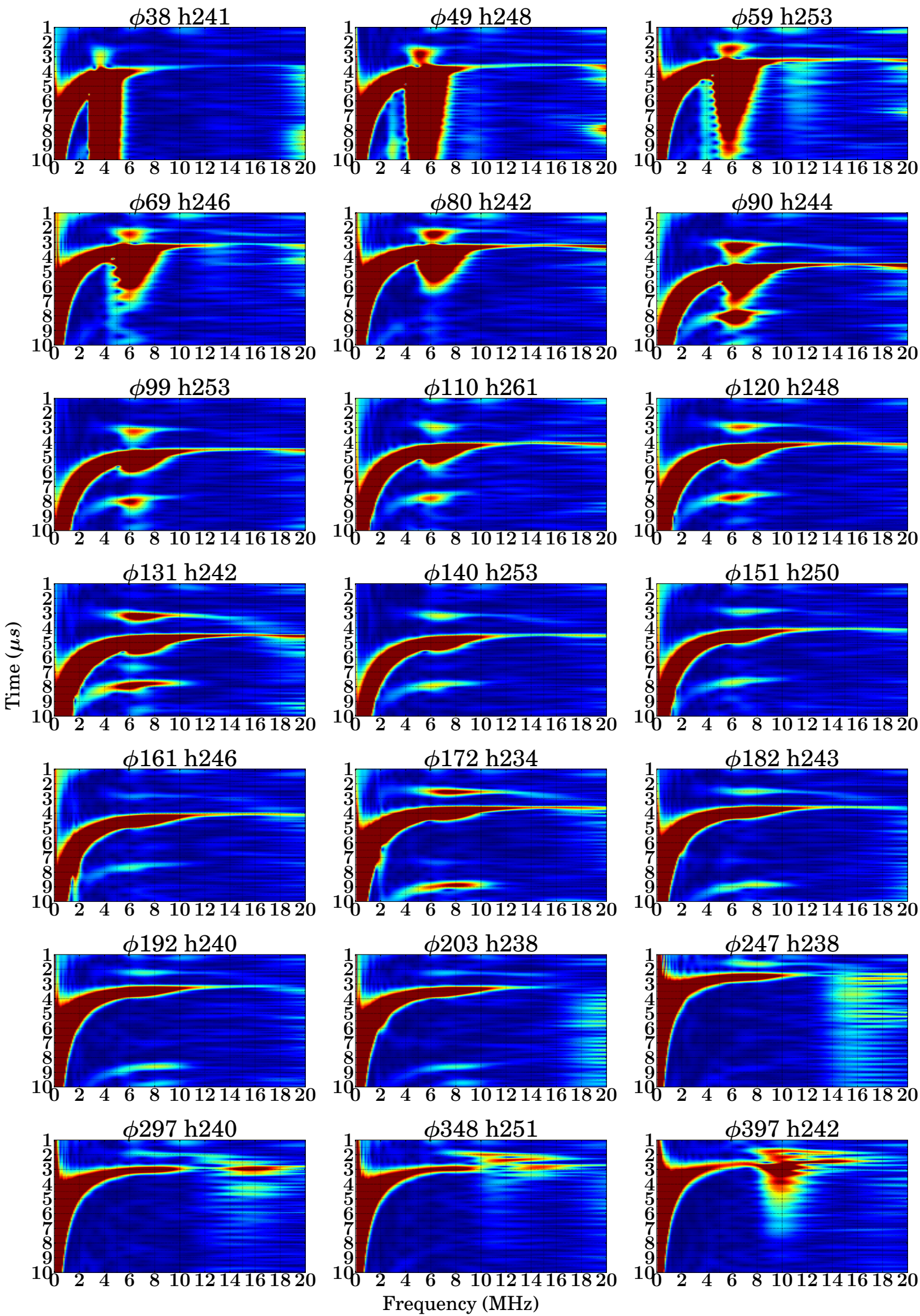
e	h
$175 \pm 5\mu m$	$245 \pm 13\mu m$
$250 \pm 10\mu m$	$237 \pm 10\mu m$

TABLE 5.2 – Hauteur moyenne des systèmes piliers isolés pour les deux épaisseurs de wafers à l'étude.

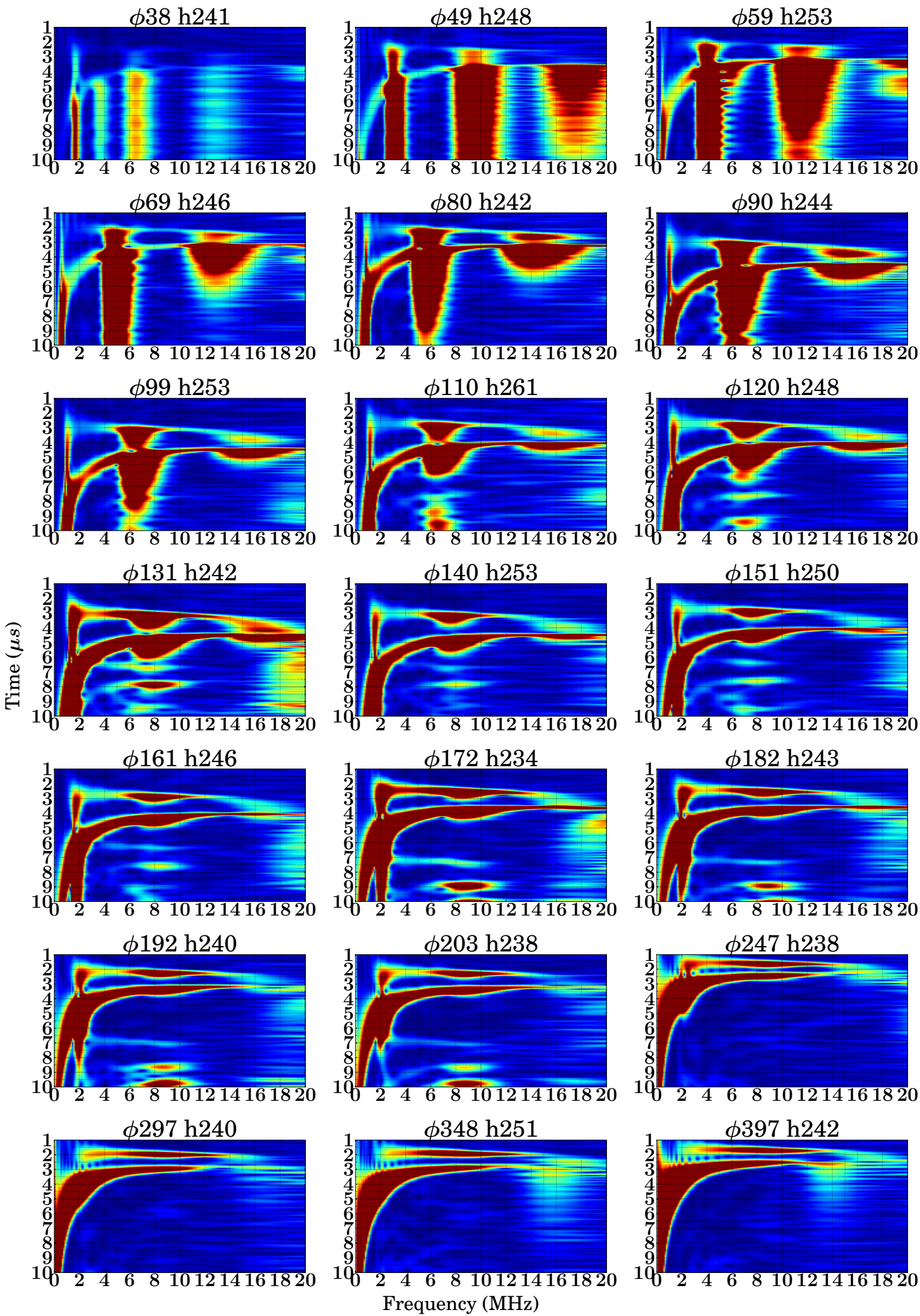
La hauteur moyenne des piliers entre les deux substrats ne diffèrent que de $8\mu m$. Compte-tenu de l'incertitude de l'ordre de $\approx 10\mu m$, cette différence de hauteur n'est pas significative.

Spectrogrammes des modes de flexion et de compression des piliers du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$

Les spectrogrammes des mesures de uF et uC , réalisées sur les piliers du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$, sont présentés sur les deux pages suivantes. Ces données brutes permettent d'identifier rapidement les modes propres de vibrations, les temps de vie des modes et les échos de la mesure. Les gains GF et GC sont ensuite calculés à partir de ces données.



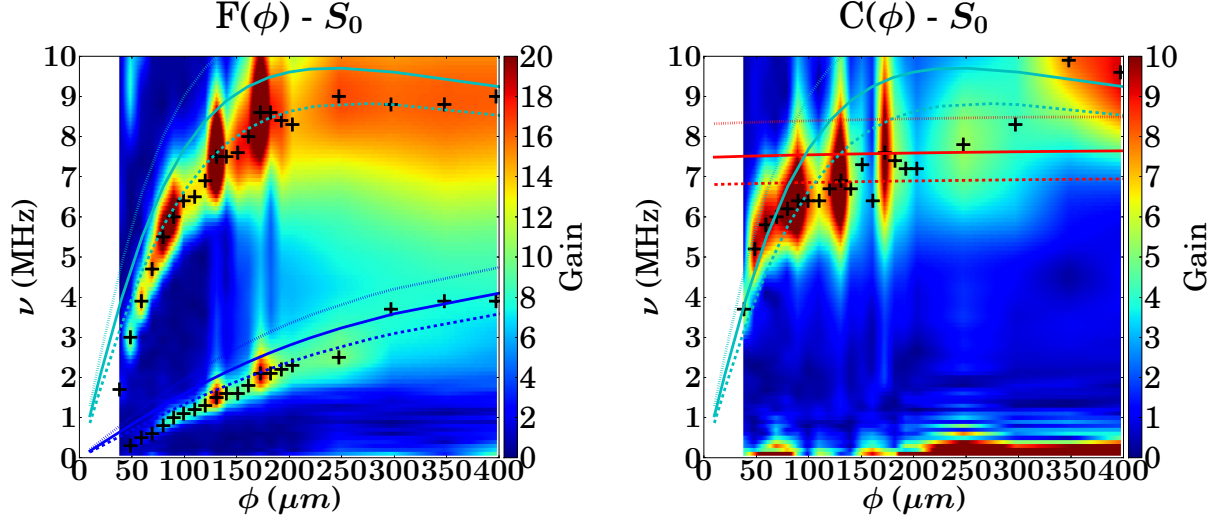
TimeFreqA Flexion



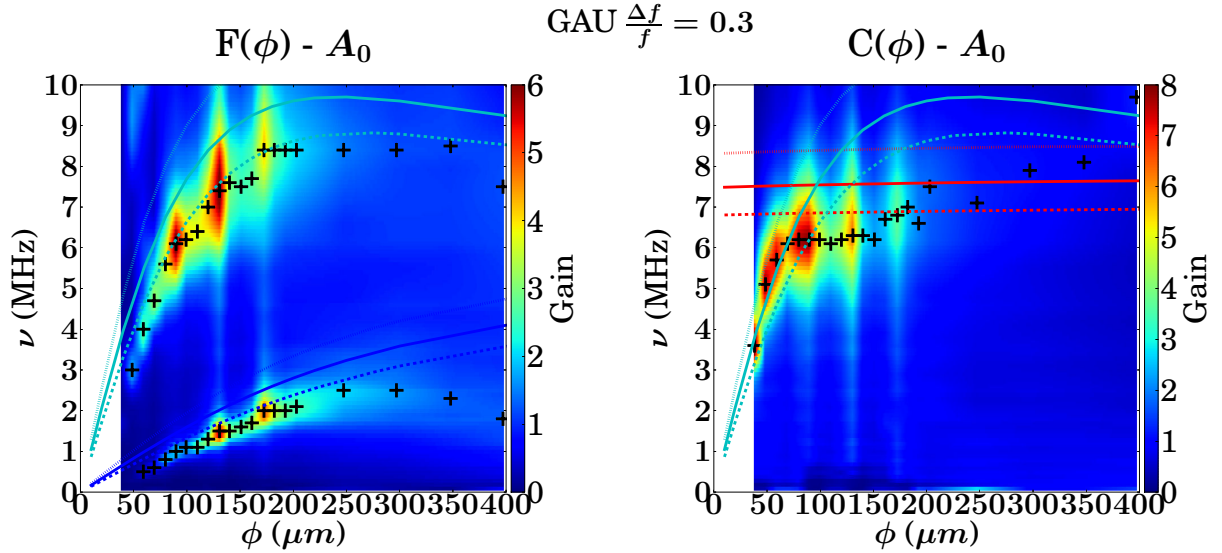
Gains en flexion et en compression des piliers du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$

Le spectrogramme de la source émise est identique à celui de la figure 3.6 page 66.

Grâce aux spectrogrammes des modes de flexion, de compression et de la source, on peut mesurer GF et GC pour tous les piliers, en fonction de la fréquence, en distinguant la réponse des piliers au mode S_0 et au mode A_0 . Les résultats sont sur la figure 5.18a pour une excitation de type S_0 et sur la figure 5.18b pour une source de symétrie A_0 .



(a) Gain en flexion GF et en compression GC en fonction du diamètre et de la fréquence, pour une excitation S_0 . Les positions des maximums sont représentées par des curseurs noirs. Les courbes simulées des modes de flexion F_0 et F_1 , et de compression C_0 sont en surimpression.



(b) Gain en flexion GF et en compression GC en fonction du diamètre et de la fréquence, pour une excitation A_0 . Les positions des maximums sont représentées par des curseurs noirs. Les courbes simulées ont également été ajoutées.

FIGURE 5.18 – Gains de compression et de flexion pour deux types d'excitations S_0 et A_0 . L'épaisseur du wafer est de $e = 175\mu m$.

Pour la source S_0 , l'amplitude hors plan émise est très proche du bruit, de l'ordre de

$\approx 1\mu m$ quelle que soit la fréquence. Bien que le coefficient affiché soit en réalité égal à $\frac{u_A(\nu)-u_B(\nu)}{2}$ et $\frac{u_A(\nu)+u_B(\nu)}{2}$ (en picomètres), sachant que la source S_0 est d'amplitude hors plan proche de $1\mu m$, il s'agit bien approximativement des gains GF et GC (cf. page 66).

En comparant les maxima des modes obtenus avec S_0 et A_0 , on constate qu'il n'y a aucune différence notable. Les réponses en fréquence du pilier à une excitation S_0 et A_0 sont donc identiques. Le gain possède la même variation, mais pas la même valeur. Il est plus important pour une excitation S_0 que pour A_0 . Ceci peut provenir d'une forme de saturation du gain : la composante de déplacement hors plan de A_0 est plus intense que celui de S_0 et la composante dans le plan de S_0 est plus intense que celle de A_0 . On remarquera également que le gain en flexion et compression présente pour certains diamètres des minima et des maxima locaux quasiment pour la même valeur de ϕ . Par exemple, autour de $\phi = 150\mu m$ ou encore de $\phi = 100\mu m$, GF et GC sont quasiment de même valeur, avec de part et d'autre une forte variation du gain. Il apparaît une sorte de trou dans la valeur du gain autour des valeurs de ces diamètres. Le mode de compression est sûrement plus efficacement excité par A_0 qui présente une composante hors-plan plus intense que S_0 alors que les modes de flexion sont sûrement mieux excités par le mode S_0 . On conserve donc les fréquences des modes de flexion estimée à partir de S_0 et les fréquences des modes de compression mesurées à l'aide de A_0 . Ce graphique des fréquences propres du système pilier sur plaque $e = 175\mu m$ est donné sur la figure 5.19.

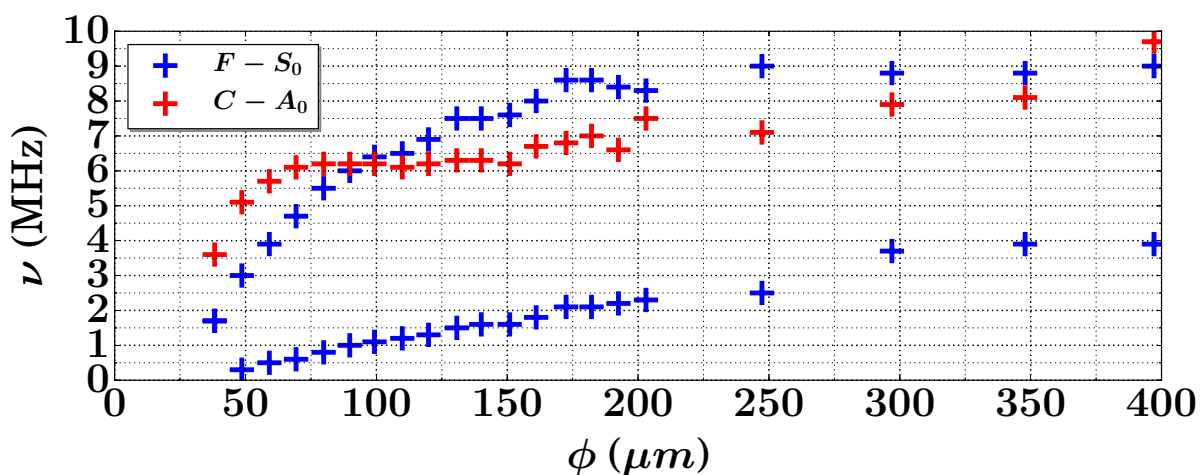


FIGURE 5.19 – Fréquences propres expérimentales d'un système pilier sur plaque en fonction de ϕ sachant $h = 250 \pm 15\mu m$ et $e = 175 \pm 5\mu m$.

Comme le laissait penser la simulation, il est possible d'identifier deux modes de flexion F_0 et F_1 et un mode de compression C_0 , entre $0-10MHz$. Par contre, bien que la tendance soit similaire pour les modes de flexions, les fréquences ne collent pas à la simulation. De plus, la tendance du mode de compression, constante avec le diamètre d'après la simulation, ne l'est pas du tout expérimentalement. Expérimentalement, les modes de compression et de flexion tendent vers une valeur limite de diamètre $\phi_{limite} \sim 35\mu m$. En dessous de ce diamètre, un pilier de hauteur $h = 250\mu m$ ne posséderait aucun mode propre de vibration. Expérimentalement, lors de la fabrication, les piliers de diamètres $\phi = [15, 20, 30]\mu m$ ont tous cassé. Le plus petit diamètre fabriqué fut de $\phi = 38\mu m > \phi_{limite}$.

Fréquences propres des modes de flexion et compression des piliers du wafer d'épaisseur $e = 250\mu m$

Les mêmes mesures ont été réalisées sur le wafer d'épaisseur $e = 250 \pm 10\mu m$.

Les gains GF et GC sont présentés sur la figure 5.20 et les fréquences propres sur la figure 5.21.

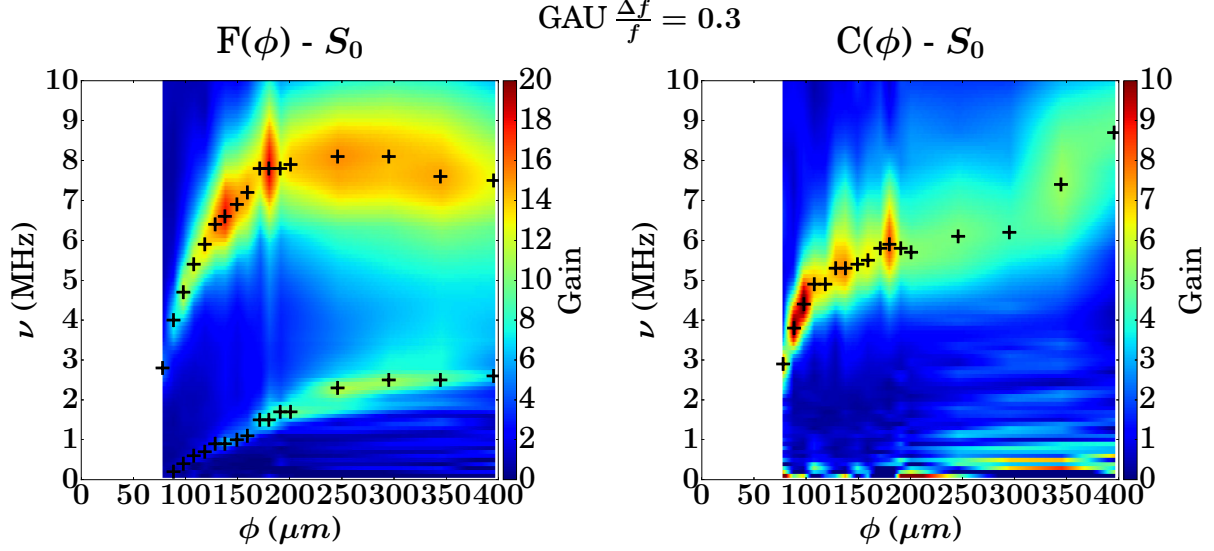


FIGURE 5.20 – Gains en flexion GF et en compression GC en fonction du diamètre des piliers sur plaque d'épaisseur $e = 250 \pm 10\mu m$.

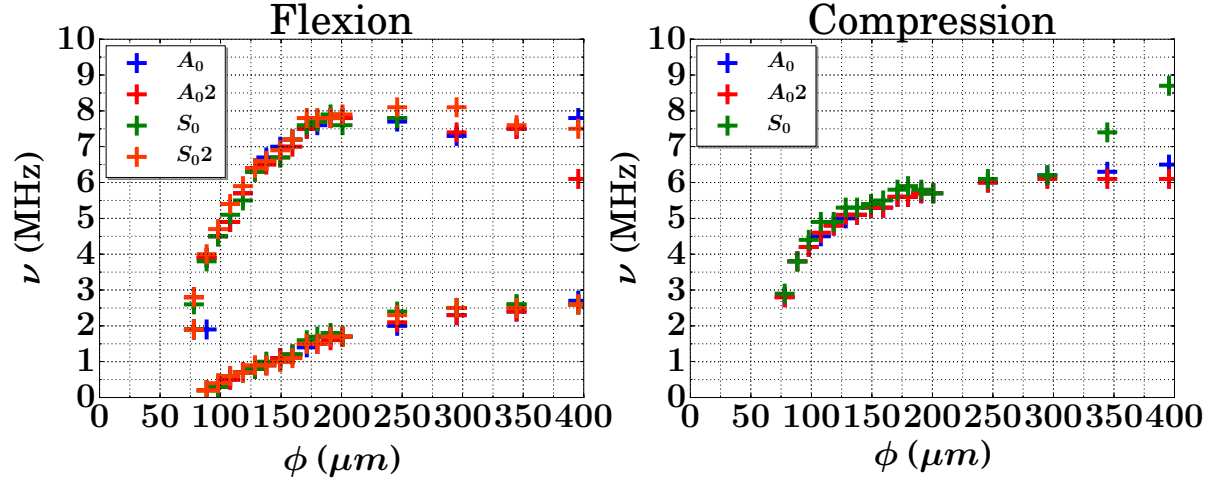


FIGURE 5.21 – Fréquences propres expérimentales de flexion et de compression des systèmes pilier sur plaque en fonction de ϕ , pour une épaisseur du wafer de $e = 250\mu m$, et en fonction de la nature du mode excitant le pilier (A_0 ou S_0). Les résultats sont affichés pour deux méthodes différentes de calcul (identifiées par l'indice 2 dans la légende).

On retrouve une indépendance des fréquences propres à la symétrie de la source (A_0 ou S_0), avec des valeurs et tendances de ces fréquences propres qui diffèrent sensiblement du cas du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$.

Comme dans le cas du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$, les courbes se caractérisent par la présence d'un diamètre limite $\phi_{limite} \approx 80\mu m$ en dessous duquel aucun pilier n'a pu être fabriqué.

Comparaisons des fréquences propres des modes de flexion et compression des piliers des wafers d'épaisseur $e = 175\mu m$ et $e = 250\mu m$

Les résultats des mesures des fréquences propres des systèmes des wafers $e = 175 \pm 5\mu m$ et $e = 250 \pm 10\mu m$ sont comparés sur la figure 5.22.

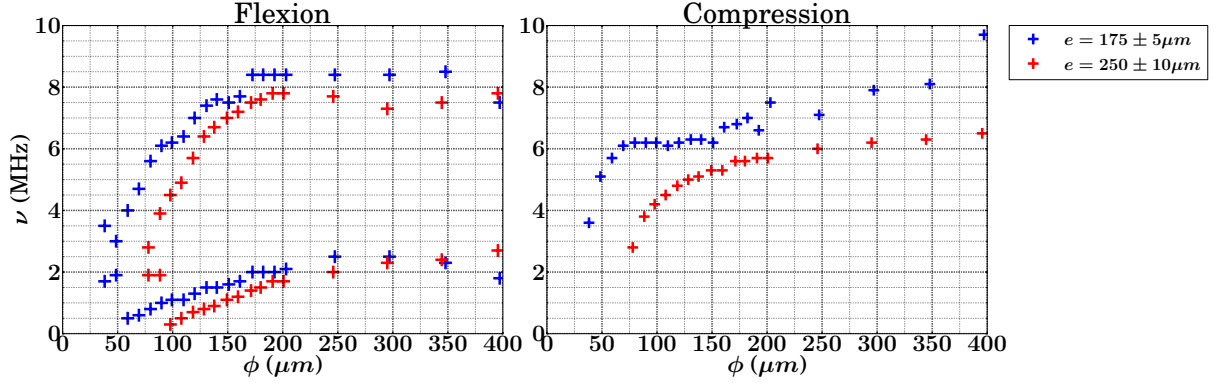


FIGURE 5.22 – Fréquences propres expérimentales d'un système pilier sur plaque en fonction de ϕ , pour deux valeurs d'épaisseur du wafer $e = 175\mu m$ et $e = 250\mu m$, sachant $h = 250 \pm 15\mu m$ supposée constante pour tous les piliers.

Comme nous l'avons vu page 131, les hauteurs moyennes des piliers diffèrent de $8\mu m$ soit 3% par rapport à la valeur moyenne de $240\mu m$. Par contre, les épaisseurs des substrats possèdent un écart relatif de 40%. Le paramètre e semble donc influencer fortement la tendance et les valeurs des fréquences propres de vibration des piliers. Il semblerait de plus qu'elle affecte le diamètre $\phi_{limite}(e)$. On a en effet $\phi_{limite}(175) \approx 35\mu m$ et $\phi_{limite}(250) \approx 80\mu m$. L'épaisseur ne double pas alors que ϕ_{limite} a plus que doublé. Expérimentalement, pour $e = 250\mu m$, les piliers tels que $\phi = [15, 20, 30, 40, 50, 60, 70]$ n'ont pas été gravés.

Remarque : Les épaisseurs des wafers n'ont pas été estimées à l'aide du palpeur mais grâce à la mesure de la dispersion au niveau des piliers, comparée à la théorie.

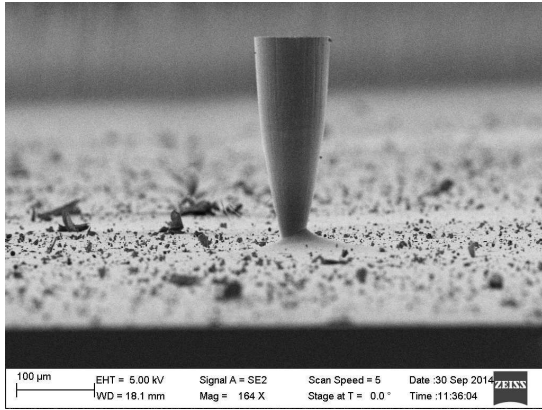
Commentaires autour de ϕ_{limite}

La mesure d'un diamètre ϕ_{limite} , en dessous duquel aucun pilier n'a pu être fabriqué, permet également de remettre en question la forme du pilier (en parallèle de la question de l'épaisseur). En effet, les modes propres d'un pilier cylindrique de silicium tendent vers 0 lorsque ϕ tend vers 0. Il est tout à fait possible de fabriquer des fils de silicium aussi fin que l'on veut : le phénomène *d'herbe* page 121 en est une parfaite illustration dans la limite des très faibles diamètres.

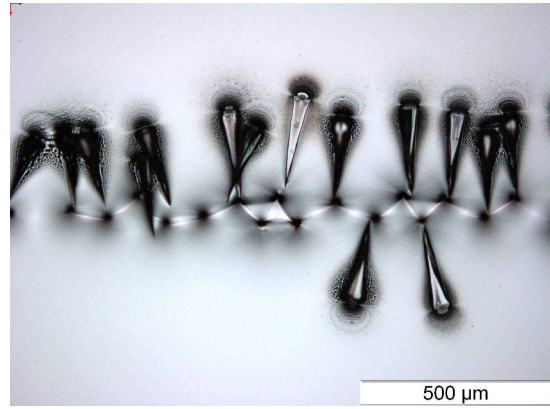
De récentes images *MEB* (fig. 5.23a) des piliers isolés ont mis en évidence une anomalie de gravure appelée *défaut de verticalité*. Lorsque la gravure est profonde et pas suffisamment rapide (ions F^+ insuffisamment énergétiques), les flans de gravure ne sont pas rectilignes. Dans le cas du pilier, cette anomalie implique une forme finale plus proche

du cône (pointe en bas) que du cylindre. En analysant au microscope optique les zones de gravure des piliers de diamètre inférieur à ϕ_{limite} , il a été observé des structures au niveau des piliers isolés identiques à celles de la figure 5.23b correspondant à une ligne de piliers détruite. Sur cette figure, on peut observer des ombres en forme de cône d'angle $\approx 90^\circ$. Si le défaut de verticalité est constant, pour un certain diamètre de pilier au sommet, la hauteur de gravure est limitée géométriquement par la relation :

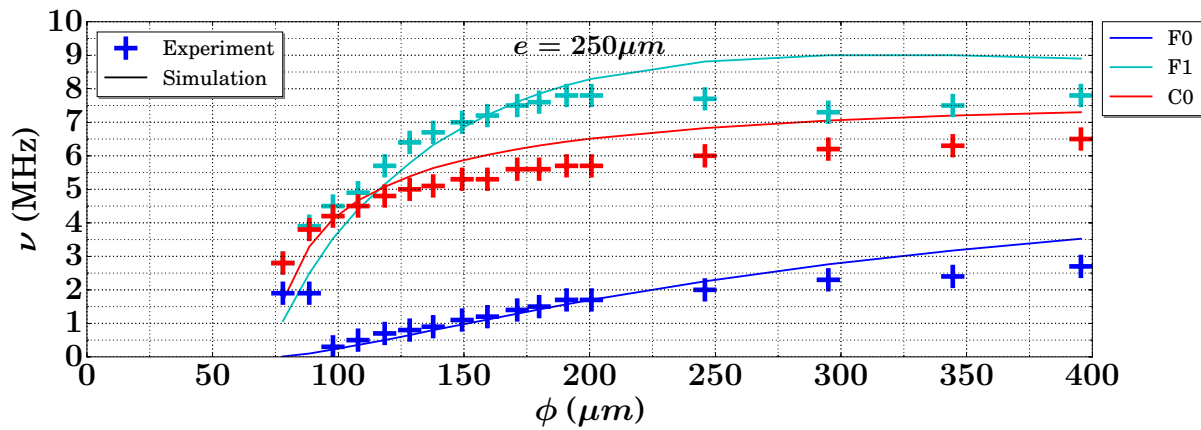
$$h_{limite} = \frac{\phi}{2 \sin \alpha} \quad \text{avec } \alpha \text{ l'angle du cône} \quad (5.9)$$



(a) Image MEB du pilier isolé de diamètre $\phi 100$. Il apparaît de forme conique.



(b) « Fossiles » d'une ligne de piliers de diamètre inférieur à ϕ_{limite} . La forme en cône d'angle 90° peut laisser penser que toutes les gravures ont subi cette anomalie de verticalité.



(c) Comparaison des mesures expérimentales des fréquences propres en fonction du diamètre des piliers ($h = 240 \mu m$) du wafer $e = 250 \mu m$ (curseurs) aux valeurs simulées des fréquences propres d'un cône d'angle 90° et de hauteur $h = 240 \mu m$ (trait plein).

FIGURE 5.23 – Ensemble de données permettant de penser que l'anomalie de gravure de verticalité a été présente lors de la fabrication des piliers qui ne seraient donc pas cylindriques mais coniques.

Si l'on cherche à graver plus profond que cette hauteur limite, le pilier est « coupé » au niveau de sa base. Il tombe alors sur la surface et protège localement la gravure qui

se poursuit, inscrivant dans le silicium sa forme de cône. Tous les piliers de diamètres inférieurs à ϕ_{limite} ont laissés sur la plaque des « fossiles » identiques à ceux de l'image 5.23b.

Cette forme conique et le mécanisme de « coupe » des piliers expliquent parfaitement l'apparition d'un diamètre limite.

Compte-tenu des données obtenues pour les piliers du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$ (fig. 5.19 page 135), la gravure se serait accompagnée d'un défaut de verticalité d'angle $\alpha \approx 4^\circ$ (dédit de la valeur du diamètre limite qu'il aurait fallu vérifier en mesurant optiquement l'angle des « fossiles »). L'angle du cône varie donc d'une gravure à l'autre. Et il n'est pas à exclure que cet angle dépende fortement des conditions de gravure, notamment au niveau du refroidissement en face arrière qui peut varier avec l'épaisseur du substrat. De plus, au vue de l'allure du mode de compression (plateau autour de $\phi 150$), il est fort probable que l'angle soit fonction du diamètre et qu'il tende vers 0 lorsque le diamètre augmente. On expliquerait ainsi les courbes des modes propres par le cône dans la zone des diamètres entre $\approx 50\mu m$ et $\approx 100\mu m$, puis par une courbe de type cylindre pour les diamètres supérieurs.

La figure 5.23c correspond aux données des mesures expérimentales des fréquences des modes propres des piliers isolés sur wafer d'épaisseur $e = 250\mu m$ comparées à celles des modes d'un cône d'angle $\alpha = 9^\circ$ simulées à l'aide de Comsol. Les tendances sont cette fois-ci comparables, contrairement au cas du cylindre.

5.5.3 Influence de la puissance de la source A_0 sur le spectre des piliers $\phi 50$ et $\phi 150$

Comme évoqué lors de la comparaison des gains entre une source de type S_0 et une source de type A_0 , le gain mesuré est peut-être saturé. Pour vérifier la pertinence des mesures, une expérience consistant à exciter avec des sources A_0 d'amplitude croissante a été réalisée sur les piliers ($\phi = 50\mu m; h = 245\mu m$) et ($\phi = 150\mu m; h = 245\mu m$) du wafer d'épaisseur $e = 175\mu m$.

Pilier $\phi 150$

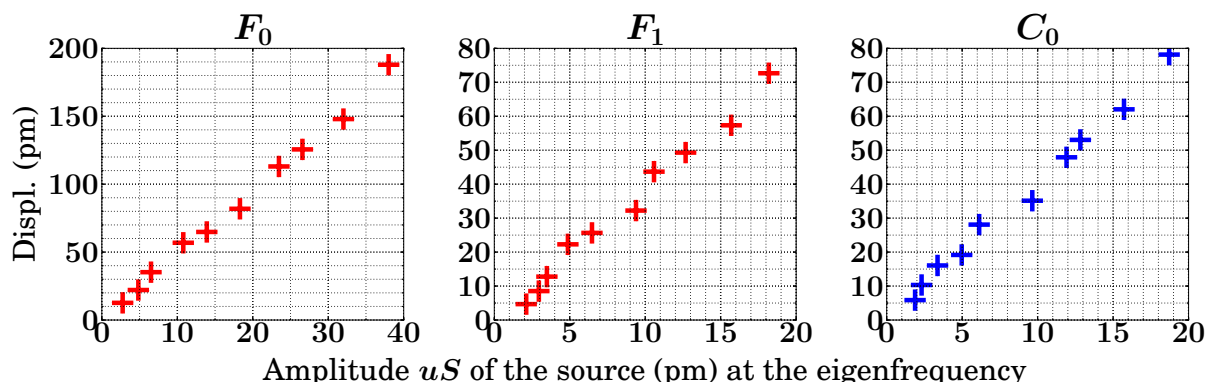


FIGURE 5.24 – Amplitudes des déplacements associées à chaque modes F_0 , F_1 et C_0 pour le pilier $\phi = 151 \pm 2\mu m, h = 245 \pm 13\mu m, e = 175 \pm 5\mu m$, en fonction de l'amplitude absolue de la source. Les tendances sont toutes linéaires avec la puissance de la source.

À l'aide du calcul des spectrogrammes des modes de flexion et de compression, il est possible de retrouver le spectre du pilier $\phi 150$ et de mesurer l'amplitude de déplacement des modes de flexion F_0 , F_1 et de compression C_0 en fonction de l'amplitude de la source A_0 incidente sur le pilier à la fréquence de résonance du mode considéré (figure 5.24). Il est également possible de tracer le gain GF et GC en fonction de la fréquence, pour toutes les puissances de sources utilisées (figure 5.25).

En accord avec ces deux données, le déplacement associé à chaque mode du pilier $\phi = 150$ est quasi linéaire avec le déplacement de la source A_0 , donc le gain est quasi constant pour chaque mode F_0 , F_1 et C_0 avec la puissance de la source. C'est bien ce que l'on attend d'un système linéaire. Le gain n'est donc pas à saturation pour ce diamètre de pilier.

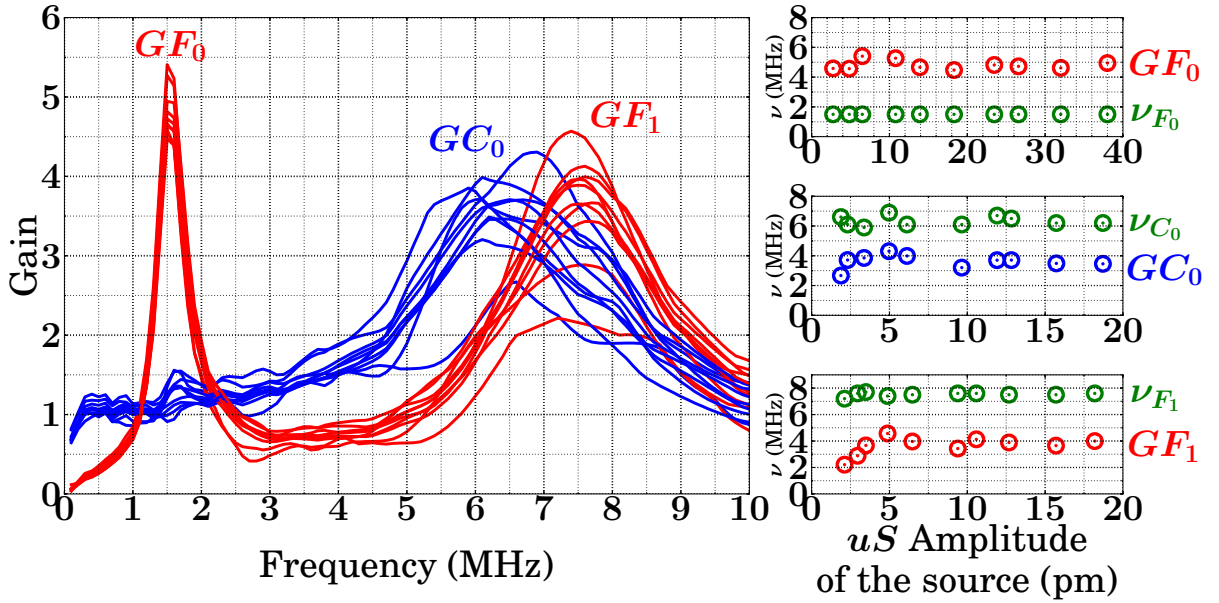


FIGURE 5.25 – Gains GF et GC pour le pilier $\phi = 151 \pm 2\mu m, h = 245 \pm 13\mu m, e = 175 \pm 5\mu m$, en fonction de la fréquence de la source. La fréquence de résonance de chaque mode est également tracée en fonction de l'amplitude de la source. On constate que lorsque $uS > 10\mu m$, les gains et les fréquences propres sont stables avec la puissance.

Pilier $\phi 50$

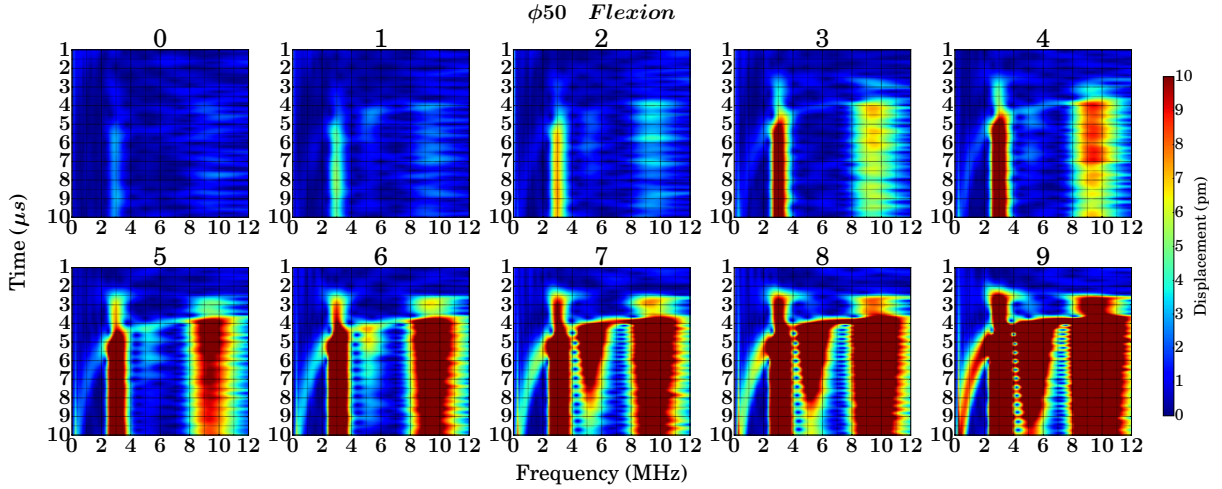
Afin d'analyser le comportement en fréquence des modes de flexion et de compression du pilier $\phi 50$, dix sources de puissances croissantes sont utilisées. Numéroté de 0 à 10 par ordre croissant de puissance, elles sont identiques à celles utilisées pour le pilier $\phi 150$. Le premier traitement consiste à calculer le spectrogramme en amplitude des modes de flexion ($\frac{u_A(\nu) - u_B(\nu)}{2}$) et de compression ($\frac{u_A(\nu) + u_B(\nu)}{2}$) du pilier. Ces résultats sont présentés sur la figure 5.26.

On retrouve, quelle que soit la source utilisée, le mode de flexion F_1 à $\nu_{F_1} \approx 3\text{ MHz}$ et le mode de compression C_0 à $\nu_{C_0} \approx 5\text{ MHz}$. Avec l'augmentation de la puissance, l'excitation de ces deux modes par S_0 apparaît dès le cas n^03 (entre $t \in [2.5\mu s \dots 3.5\mu s]$).

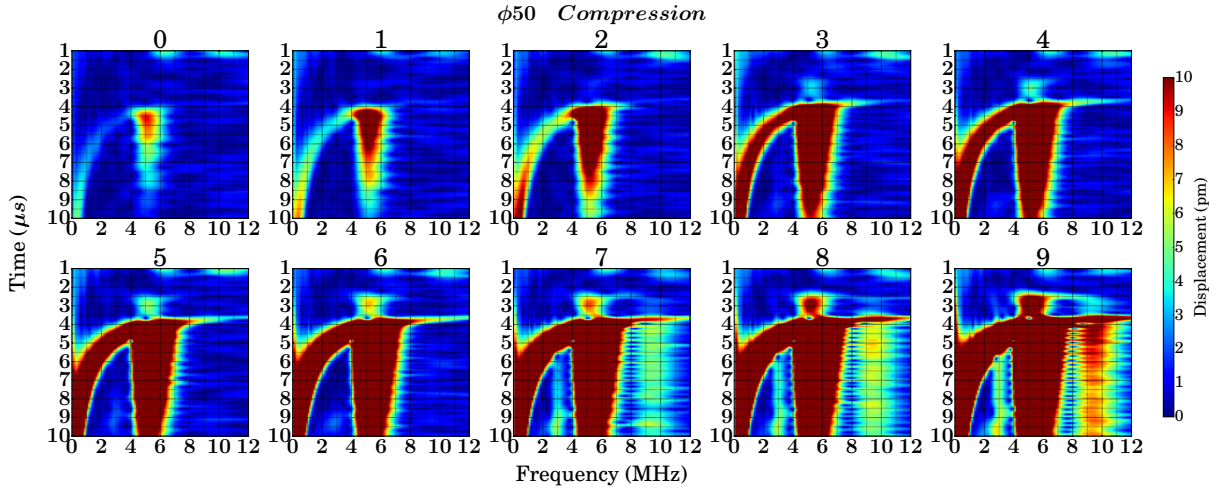
D'autre part, sur le spectrogramme des modes de flexion (figure 5.26a), il apparaît de façon significative, au dessus d'une puissance correspondant au cas n^06 , un nouveau mode

de flexion, noté F_A , uniquement excité par A_0 , à une fréquence $\nu_{F_A} \approx 5\text{MHz}$. Ce mode de flexion, dont l'amplitude devient significative lorsque l'intensité de la composante hors plan de A_0 est suffisante, correspond peut-être à ce que l'on appelle le *flambage* d'une poutre. Sous l'effet d'une compression, le pilier se met à fléchir. Ce phénomène est observable à l'aide d'une règle d'école en plastique : à partir d'une certaine force de compression exercée sur les deux extrémités de la règle, celle-ci plie.

Sur le spectrogramme des modes de compression (figure 5.26b), un phénomène similaire apparaît de façon moins intense dès le cas $n^{\circ}7$. En effet, il apparaît deux nouveaux modes de compressions à des fréquences très proches de $\nu_{F_1} \approx 3\text{MHz}$ et $\nu_{F_2} \approx 10\text{MHz}$ qui semblent être excités sous l'effet des fortes flexions F_1 et F_2 .



(a) Spectrogrammes de la mesure de $\frac{u_A(\nu) - u_B(\nu)}{2}$ correspondant aux modes de flexion du pilier $\phi 50$ en fonction de la puissance optique du laser Nd : YAG (puissance croissante de 0 à 9).



(b) Spectrogrammes de la mesure de $\frac{u_A(\nu) + u_B(\nu)}{2}$ correspondant aux modes de compression du pilier $\phi 50$ en fonction de la puissance optique du laser Nd : YAG (puissance croissante de 0 à 9).

FIGURE 5.26 – Ensemble des spectrogrammes (*TimeFreqA*) des mesures de flexion et de compression du pilier $\phi = 49 \pm 1\mu\text{m}$, $h = 245 \pm 13\mu\text{m}$, $e = 175 \pm 5\mu\text{m}$, pour 10 valeurs de puissances de sources croissantes, numéroté de 0 à 9. Les spectrogrammes sont calculés à l'aide d'une fenêtre gaussienne telle que $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0.3$.

À partir de ces spectrogrammes, on extrait le maximum du déplacement en flexion et en compression sur la bande de fréquence $[0 \dots 10 \text{ MHz}]$. Ces données sont sur la figure 5.27 et elles permettent de tracer l'évolution de l'amplitude du déplacement associé au mode F_1 , F_A et C_0 en fonction de l'amplitude de la source (à la fréquence des modes associés), dont les résultats sont présentés sur la figure 5.28.

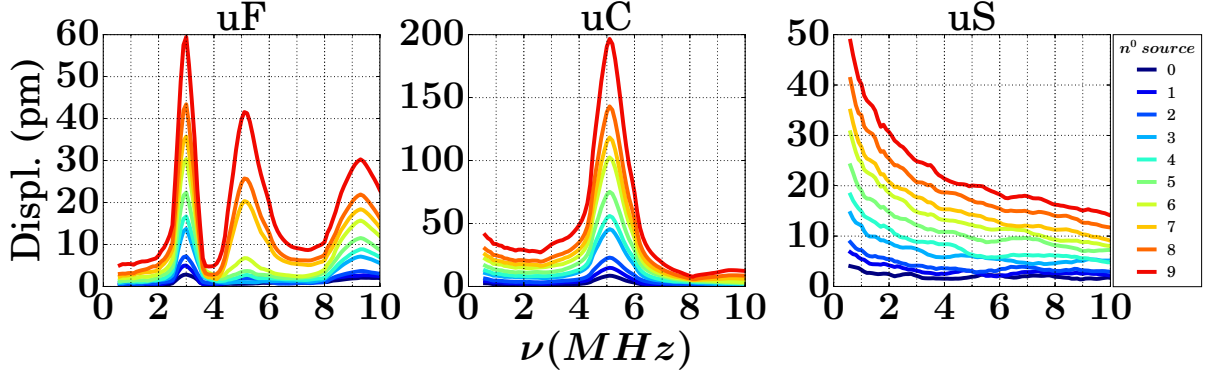


FIGURE 5.27 – Déplacements en flexion $uF = \frac{u_A(\nu) - u_B(\nu)}{2}$ et en compression $uC = \frac{u_A(\nu) + u_B(\nu)}{2}$ du pilier $\phi = 49 \pm 1 \mu\text{m}$, $h = 245 \pm 13 \mu\text{m}$, $e = 175 \pm 5 \mu\text{m}$, ainsi que le déplacement uS de la source A_0 , en fonction des différentes puissances de sources utilisées, numérotées par ordre croissant de puissance de 0 à 9.

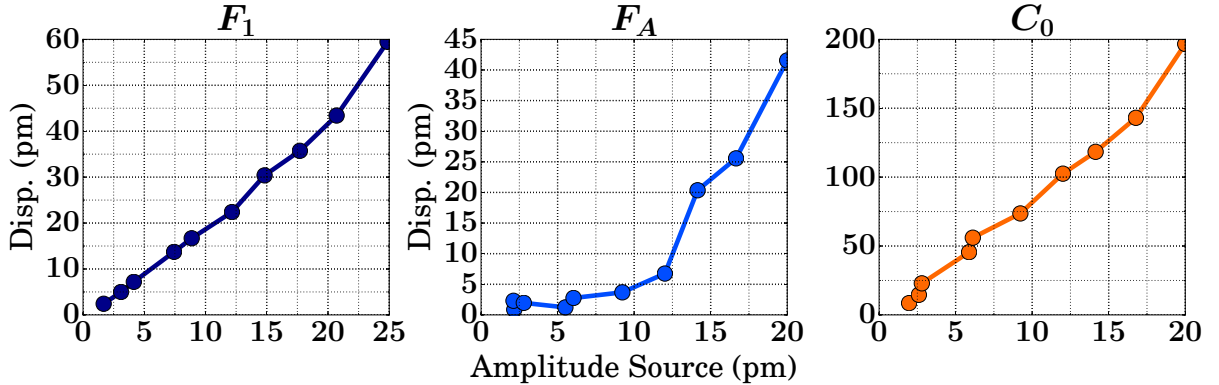


FIGURE 5.28 – Amplitudes des déplacements associées aux modes F_1 , C_0 , et F_A du pilier $\phi = 49 \pm 1 \mu\text{m}$, $h = 245 \pm 13 \mu\text{m}$, $e = 175 \pm 5 \mu\text{m}$, en fonction de l'amplitude absolue de la source. Les tendances sont toutes linéaires avec l'amplitude de la source pour F_1 et C_0 . Le mode de flambage présente une énergie d'activation ($u_S > 10 \text{ pm}$).

Pour le pilier $\phi = 50$, les gains associés à F_1 et C_0 sont quasi constants avec la puissance. Le mode F_A est d'amplitude supérieure au seuil de bruit ($\sim 5 \text{ pm}$) pour une intensité de la composante hors plan de A_0 à $\sim 5.1 \text{ MHz}$ supérieure à 10 pm (voir figure 5.28). Ce déplacement minimal correspond à une énergie d'activation qui est caractéristique d'un phénomène non linéaire. Généralement, le phénomène de flambage est d'autant plus important que le diamètre des piliers par rapport à leur hauteur est faible.

Si l'on compare les fréquences des modes de flexion et de compression, on constate que le mode F_A est de même fréquence que le mode C_0 (voir figure 5.28).

5.5.4 Influence de la direction cristallographique de la source sur le gain du pilier $\phi 150$

Afin de compléter l'étude des fréquences propres des piliers, on s'est intéressé à l'influence d'une excitation de type A_0 et S_0 suivant la direction cristallographique.

L'expérience a consisté à générer une source ligne d'onde planes se propageant suivant la direction $[100]$ (les mesures précédentes étant faites pour des ondes se propageant suivant la direction $[110]$). Le système étudié est le pilier isolé de hauteur $h = 240 \pm 10 \mu m$ et de diamètre $\phi = 146 \pm 2 \mu m$, avec $e = 125 \pm 5 \mu m$. Il s'agit du pilier 5.6a du wafer de la figure 5.7a (voir page 123). Les résultats sont sur la figure 5.29.

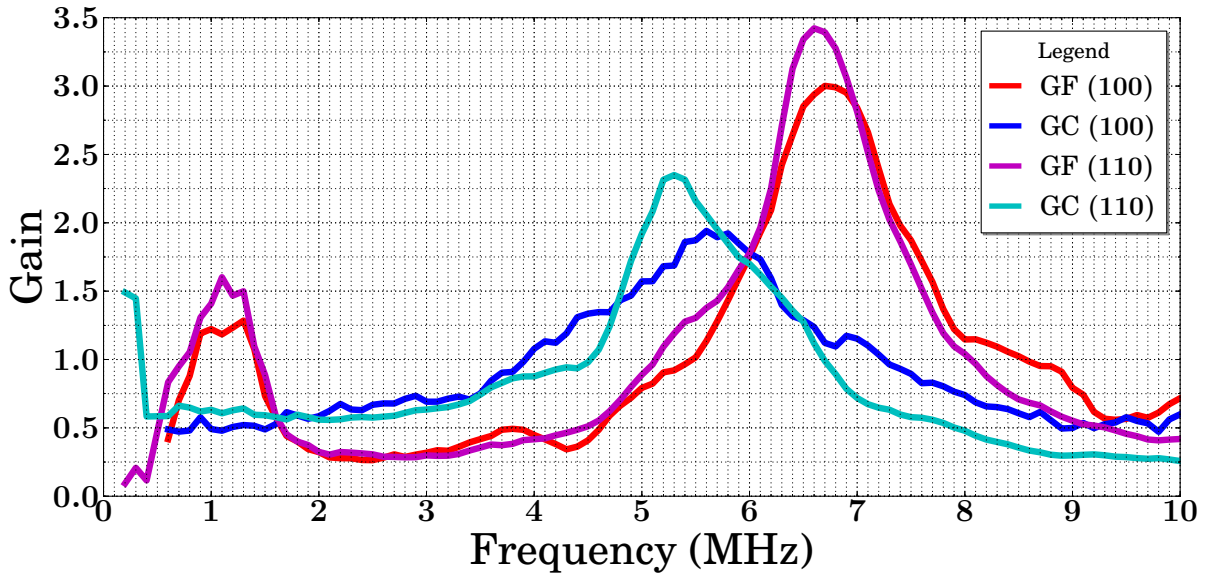


FIGURE 5.29 – Gain des trois modes propres F_0 , C_0 et F_1 mesurés avec une excitation ligne émettant des ondes planes A_0 se propageant suivant l'axe $[100]$ ou suivant l'axe $[110]$.

Les gains sont légèrement différents mais les fréquences identiques pour les trois modes. Les fréquences propres mesurées ne dépendent donc pas de la source (A_0 ou S_0) ni de la direction de propagation des ondes interagissant avec le système.

On mesure pour ce système :

$e = 125 \pm 5 \mu m$	$\phi = 146 \pm 2 \mu m$	$h = 240 \pm 10 \mu m$
F_0	C_0	F_1
1.1	5.6	6.7

TABLE 5.3 – Fréquences propres du pilier $\phi = 150 \mu m$ du wafer d'épaisseur $e = 125 \pm 5 \mu m$.

Ces mesures sont différentes de celles des structures précédentes. Afin de pouvoir comparer les résultats, les valeurs des fréquences propres pour le pilier de diamètre proche de $\phi 150$ réalisées dans le paragraphe précédent sont rappelées dans les tableaux suivants :

$e = 175 \pm 5\mu m$	$\phi = 150 \pm 2\mu m$	$h = 245 \pm 13\mu m$
F_0	C_0	F_1
1.6	6.2	7.5

TABLE 5.4 – Fréquences propres du pilier $\phi = 150\mu m$ du wafer d'épaisseur $e = 175 \pm 5\mu m$.

$e = 250 \pm 10\mu m$	$\phi = 150 \pm 2\mu m$	$h = 237 \pm 10\mu m$
F_0	C_0	F_1
1.1	5.3	7.0

TABLE 5.5 – Fréquences propres du pilier $\phi = 150\mu m$ du wafer d'épaisseur $e = 250 \pm 10\mu m$.

Les mesures du pilier $\phi \approx 150\mu m$ sur plaque d'épaisseur $e = 125\mu m$ (tableau 5.3) sont pour tous les modes identiques à celles des modes du pilier du wafer d'épaisseur $e = 250\mu m$ (tableau 5.5). Les diamètres et hauteurs des deux piliers diffèrent d'ailleurs très peu.

Il semblerait donc que les piliers des plaques $e = 125\mu m$ et $e = 250\mu m$ aient le même angle de cône α puisque l'on trouve des fréquences de vibrations quasi identiques. Cette conclusion impliquerait que l'épaisseur du substrat n'intervienne pas dans la valeur des fréquences propres, comme le montre la simulation.

5.6 Etude de la diffusion résonante des ondes A_0 et S_0 autour des fréquences ν_{F_0} , ν_{F_1} et ν_{C_0} du pilier $Si/Si \phi 150$

Comme nous l'avons vu dans l'introduction, la diffusion cohérente se caractérise par un processus de rayonnement autour des fréquences de résonance de la structure. L'objectif de cette partie est de caractériser ce rayonnement en fonction des fréquences de résonance du pilier isolé sur plaque de silicium pour une onde incidente de symétrie A_0 et S_0 et pour des fréquences comprises entre $[0 - 10MHz]$. Les résultats sur les piliers de diamètre $\phi \in [50, 100, 150]\mu m$ sont présentés dans cette partie.

5.6.1 Simulations numériques

L'étude numérique menée sur le système complet *pilier sur plaque* (voir schéma 5.10 page 125), pour la recherche des modes propres, a mis en évidence la présence de deux types d'ondes réémises par le pilier sur la plaque :

- lorsque le pilier vibre sur un mode de compression, de symétrie polaire, on observe une onde circulaire à la base du pilier (voir fig. 5.12, p. 126).
- lorsque le pilier vibre sur un mode de flexion, de symétrie dipolaire, on peut observer un rayonnement dipolaire émis dans la plaque par le pilier.

D'autre part, les simulations numériques réalisées sur un cylindre de silicium ont montré qu'une force colinéaire à l'axe de révolution du cylindre produisait une résonance

de compression, alors qu'une force purement orthogonale permet d'obtenir exclusivement un mode de flexion.

En conséquence, il a été proposé de simuler le système *pilier sur plaque* par le même système numérique que celui de la figure 5.10 page 125), en appliquant non plus une force sur la plaque, mais une force surfacique au sommet du pilier. Pour obtenir les modes de compression, la force est appliquée de façon colinéaire à l'axe de révolution du pilier. Au contraire, les modes de flexion sont obtenus en appliquant une force orthogonale au sommet du pilier.

Les résultats affichés sur la figure 5.30 ont été obtenus à l'aide de cette méthode appliquée au cas d'un pilier de diamètre $\phi = 145\mu m$ et de hauteur $h = 250\mu m$, disposé sur une plaque de silicium anisotrope d'épaisseur $e = 145\mu m$. Ils correspondent à la fréquence de résonance indiquée en dessous du portrait de rayonnement. Cette fréquence numérique est associée à un maximum de champ rayonné par le pilier. Le bord des piliers est matérialisé à l'échelle par un anneau noir. On peut ainsi visualiser la phase au sommet du pilier. Dans le cas des modes de flexion, la symétrie de rayonnement est de type dipolaire ; dans le cas du mode de compression, la réémission est de symétrie polaire. La figure fournit également les déformations du système *pilier sur plaque* aux fréquences de résonance.

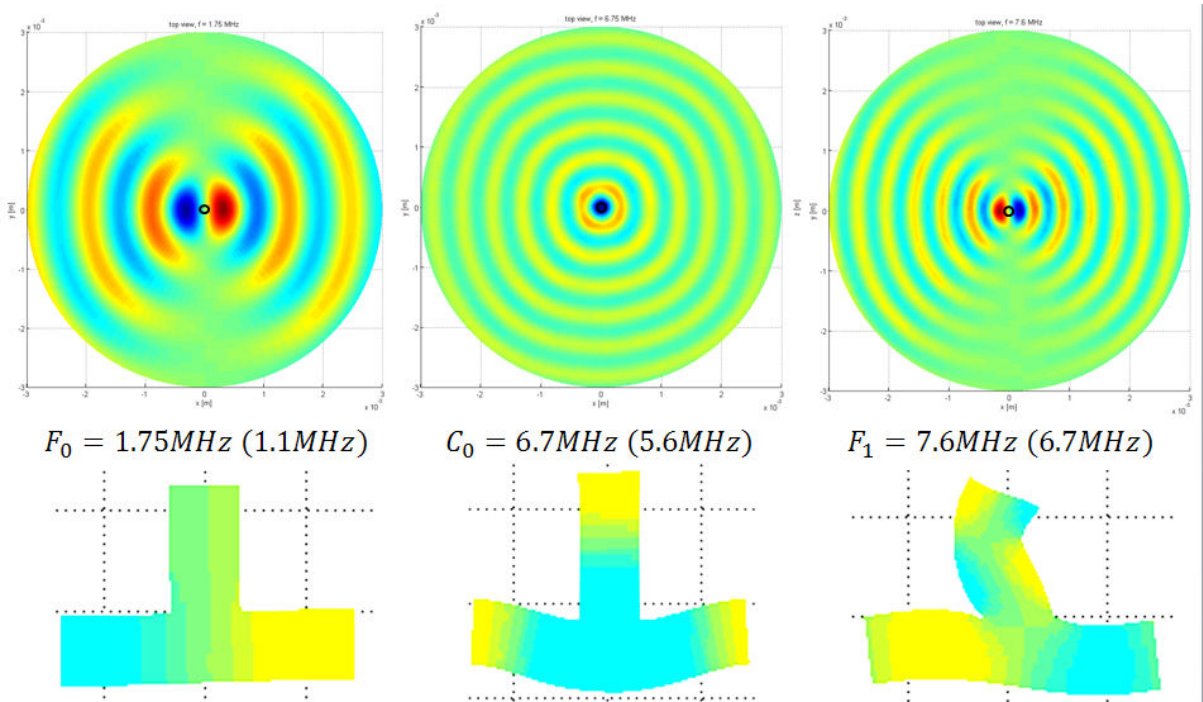


FIGURE 5.30 – Simulations des trois ondes réémises par la pilier $\phi 150$ par application d'une force surfacique au sommet du pilier purement longitudinale dans le cas des modes de flexion, et purement transversale dans le cas du mode de compression. La fréquence calculée est indiquée ainsi qu'entre parenthèse la fréquence mesurée expérimentalement pour un pilier avec $e = 175 \pm 5\mu m / \phi = 150 \pm 2\mu m / h = 245 \pm 13\mu m$ (simulations réalisées par Fabrice Lemoult).

D'autre part, si l'on compare les fréquences de résonance calculées à partir de cette technique numérique et les fréquences mesurées pour un pilier de caractéristiques très

proches, on constate que les écarts relatifs sont inférieurs à 10%. Cette modélisation du système semble donc très pertinente. Elle permet d'obtenir à la fois la fréquence et la symétrie des ondes réémises à résonance du système *pilier sur plaque*. Elle est cependant assez lourde à utiliser car il faut calculer l'amplitude du champ rayonnée pour beaucoup de fréquence afin d'identifier une zone de réémission maximale. Elle n'a pas été utilisée pour calculer la courbe des modes propres. Ce modèle n'a été appliqué qu'au pilier associé aux résultats de la figure 5.30. Il serait intéressant de voir si cette technique permet de retrouver les tendances simulées à l'aide du modèle du cylindre et voir si elles sont en meilleur accord avec les mesures expérimentales (terme de rayonnement décalant les fréquences vers le bas bien pris en compte?).

En fournissant la symétrie des modes, cette simulation permet de constater qu'il est possible d'étudier expérimentalement la diffusion des ondes en cartographiant deux directions orthogonales passant par le sommet du pilier dont l'une est colinéaire à la direction de propagation du paquet d'ondes incident sur le pilier.

5.6.2 Caractéristiques du pilier $\phi 150$

Il s'agit du pilier de la figure 5.6a, page 123, dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 5.6.

ϕ	h	e
$146 \pm 2\mu m$	$240 \pm 10\mu m$	$125 \pm 5\mu m$

TABLE 5.6 – Caractéristiques du pilier $\phi 150$.

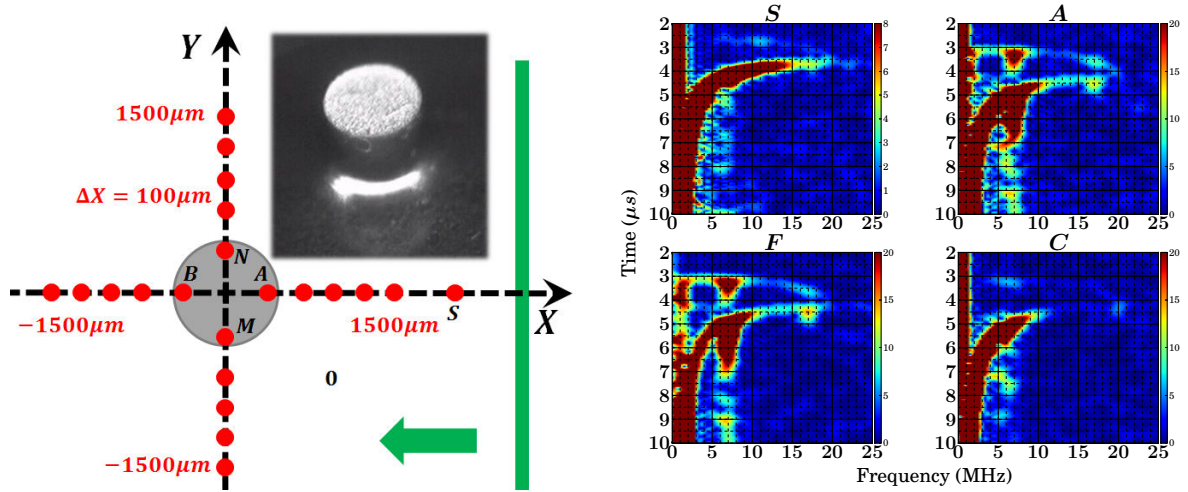
5.6.3 Conditions expérimentales

D'après l'étude sur les gains, ce pilier est dans un domaine où F_0 , F_1 et C_0 sont présents avec des gains GF_0 , GF_1 et GC_0 de même ordre de grandeur. Il y a donc de bonnes chances pour qu'un phénomène de diffusion soit visible autour de ces trois modes.

L'interaction des ondes de Lamb de type A_0 et S_0 a été étudiée à l'aide de deux lignes de cartographies, l'un selon X et l'autre selon Y . X est choisi colinéaire à l'axe cristallographique $[100]$ du silicium.

Le spectrogramme de la source, mesuré en S , est caractéristique d'une source blanche entre $0 - 10MH$ contenant les modes A_0 et S_0 . La figure 5.31a est un schéma de la configuration expérimentale. Le paquet d'ondes élastiques se propage dans le sens des X décroissants. La figure 5.31b regroupe également les spectrogrammes des points A et des modes F et C . Grâce à F et C , on retrouve simplement le spectre de ce pilier, affiché sur la figure 5.29 page 143 pour la direction cristallographique $[100]$. On constate que sans le traitement conduisant aux signaux F et C il serait impossible de remonter au mode par la seule mesure de A . A et B sont les deux points minimums pour obtenir l'information sur les gains GF et GC du pilier.

Le spectrogramme au point A permet d'identifier les ondes S_0 et A_0 ainsi que leur domaine temporel d'interaction avec le pilier. Il donne également une mesure locale de l'épaisseur de la plaque. Ici, on peut utiliser par exemple la fréquence correspondant à l'égalité des vitesses de groupes des modes A_0 et S_0 . On a $V_g^{A_0}(\nu_e) = V_g^{S_0}(\nu_e)$ pour



(a) Configuration expérimentale de l'étude de l'interaction des ondes de Lamb avec le pilier de diamètre $\phi 150$. L'image du pilier $\phi 150$ est rappelée (voir p. 123).

(b) Spectrogrammes aux points S et A permettant d'estimer l'épaisseur de la plaque à $e \approx 125_{\mu m}$ et d'identifier les instants d'arrivées des modes A_0 et S_0 sur le pilier. Les spectrogrammes des modes F et C permettent de visualiser rapidement le spectre du pilier.

FIGURE 5.31 – Configuration, notations et spectrogrammes utiles à la compréhension de l'étude de la diffusion sur le pilier $\phi 150$.

$\nu_e \approx 20 MHz$, ce qui, d'après les courbes de dispersion, confirme une épaisseur de wafer de l'ordre de $e \approx 125_{\mu m}$. Lorsqu'elles sont mesurables, la fréquence associée au point de rebroussement de la vitesse de groupe de S_0 ou celle du mode de coupure A_1 , permettent également une très bonne estimation de l'épaisseur locale du wafer.

5.6.4 Filtrage « large bande » et échos

Ces deux graphiques spatio-temporels filtrés entre $0.5 MHz$ et $12 MHz$ permettent d'identifier clairement les instants d'interaction des paquets d'ondes S_0 et A_0 avec le pilier, respectivement entre $\approx 3_{\mu s}$ et $4_{\mu s}$ et à partir de $\approx 4.5_{\mu s}$.

On remarquera l'allure du front d'onde sur la cartographie Y . Pour les ondes de type S_0 , celui-ci semble plan alors que pour A_0 , la légère inclinaison du front d'onde semble augmenter avec la fréquence.

La figure est volontairement saturée afin de mettre en évidence la présence d'une ondelette réémise par le pilier excité par S_0 autour de $\approx 3.5_{\mu s}$. On peut constater que cette ondelette est de type A_0 , avec une amplitude de l'ordre de $\approx 3 pm$.

D'autre part, un écho de type A_0 , d'amplitude de l'ordre de $\approx 5 pm$, apparaît dans la même plage de temps que le paquet d'ondes incident de type A_0 provenant de la source. Par continuité des fronts d'onde, cet écho provient d'une réflexion de S_0 sur le bord en forme de « marche d'escalier » (conversion de mode de S_0 en A_0 , voir p.84). Afin d'identifier d'autres échos dans le signal, responsables de cette forte « turbulence » de phase pour des temps supérieurs à $12_{\mu s}$, on utilise les spectrogrammes calculés en $x = -1500_{\mu m}$, $x = 1500_{\mu m}$, $y = -1500_{\mu m}$ et $y = 1500_{\mu m}$. Il s'agit d'un ensemble de

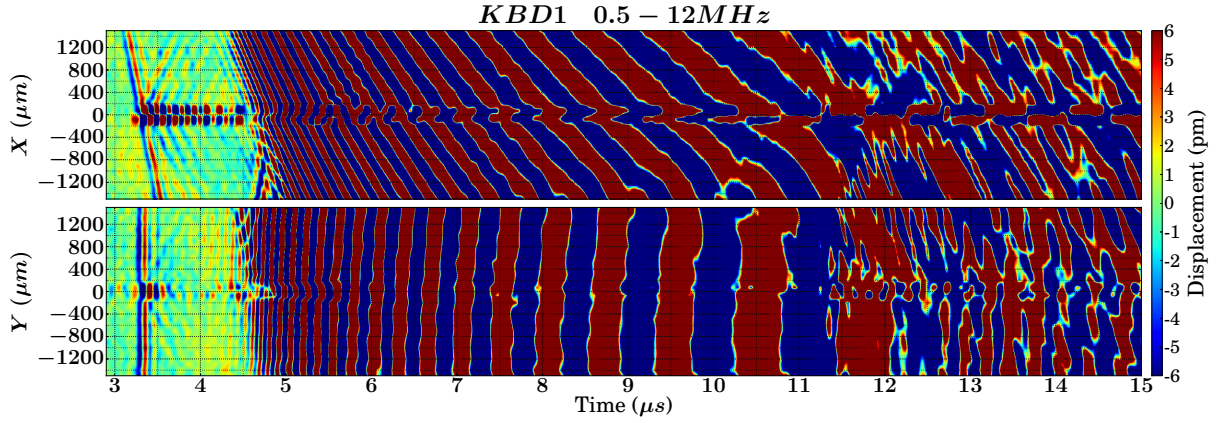


FIGURE 5.32 – Représentation spatio-temporelle des cartographies réalisées selon X et Y pour un filtrage entre $0.5 - 12\text{MHz}$.

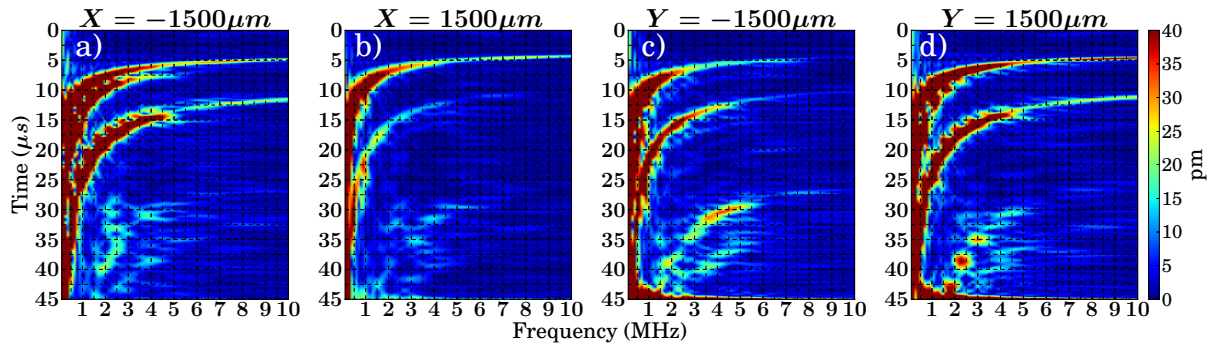


FIGURE 5.33 – Spectrogrammes calculés à l'aide du filtrage $KBD1$ tel que $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0.4$ afin de mettre en évidence et de distinguer les échos du paquet d'ondes incident sur le pilier.

filtrages calculés à l'aide d'une fenêtre $KBD1$ de largeur spectrale respectant le critère $\frac{\Delta\nu}{\nu} = 0.4$. Les données obtenues sont regroupées sur la figure 5.33. La faible largeur spectrale ne permet pas d'observer le mode S_0 , ni son écho de type A_0 . Par contre, on distingue nettement sur tous les signaux la forme caractéristique du paquet d'ondes A_0 , que l'on retrouve également un peu plus tard.

Pour fixer les idées, on appelle $WP1$ le paquet d'ondes en provenance directe de la source tel qu'à $t = 5\mu s$, $\nu = 10\text{MHz}$. On appelle $WP2$ le paquet tel qu'à $t = 10\mu s$, $\nu = 10\text{MHz}$. $WP2$ est un écho de $WP1$ sur un bord de plaque assez loin du pilier. Si l'on regarde bien le spectrogramme de $WP1$ et $WP2$ sur les figures 5.33a et 5.33d, ceux-ci présentent une structure « dentée » caractéristique du phénomène de battement entre le signal et un écho proche. On note $ECHO1$ et $ECHO2$ les échos associés à chaque paquet d'ondes $WP1$ et $WP2$. On constate que ces échos sont absents (très faible) sur les signaux 5.33b et 5.33c. Ceci provient du fait qu'ils ne couvrent pas de façon symétrique l'ensemble du domaine spatial cartographié, probablement parce qu'ils sont relativement bien collimatés.

En couplant ces données spectrales à celles des cartographies spatio-temporelles pour différents filtrages, on peut estimer approximativement l'angle d'incidence des échos grâce à la mesure de leur vitesse de phase apparente, et conclure sur les directions de propagation. Ces données sont résumées sur la figure 5.34.

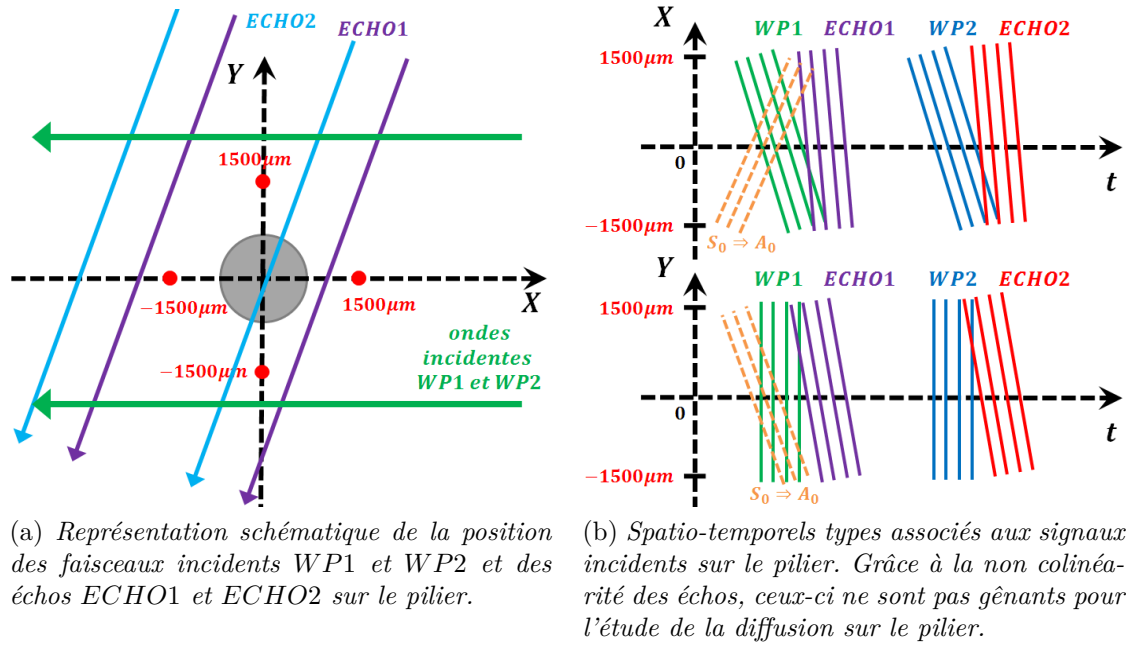


FIGURE 5.34 – Schématisation pour simplification de l'interprétation des signaux de l'étude de la diffusion des ondes de Lamb sur le pilier $\phi 150$.

Ces échos ne sont pas gênants dans cette expérience pour l'interprétation de l'interaction du pilier avec WP1 car leur direction de propagation est non colinéaire aux axes X et Y . En conséquence, leur vitesse de phase apparaîtra plus faible ou plus élevée d'au moins 10 – 15% par rapport à celle d'un paquet se propageant selon les axes de cartographies, comme ceux des ondelettes réémises par le pilier qui en tant que sources ponctuelles secondaires réémettent des ondelettes circulaires, donc de vitesse de phase constante quelle que soit la direction de cartographie.

5.6.5 Avant toute résonance

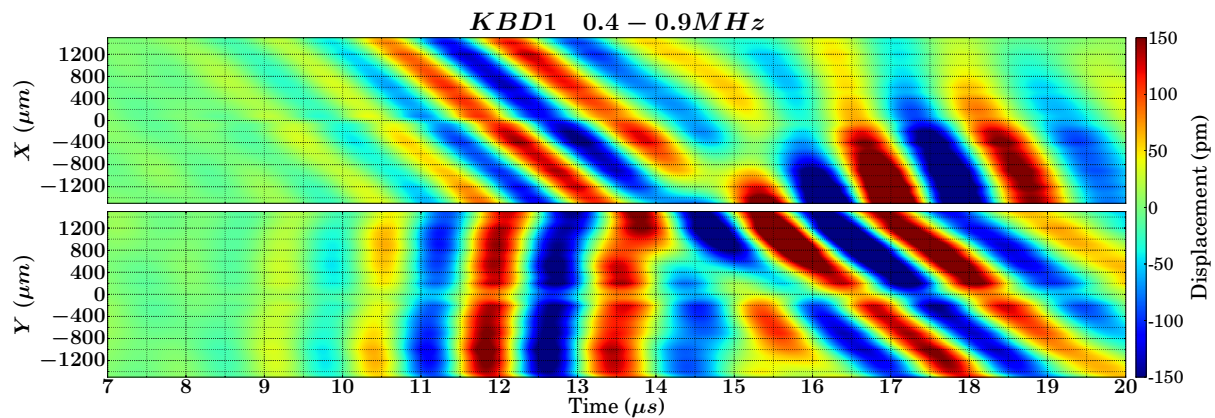


FIGURE 5.35 – Paquet d'ondes A_0 entre 0.4 – 0.9 MHz en interaction avec le pilier qui suit simplement la vague.

La figure 5.35 regroupe les cartographies du déplacement absolu mesuré selon les axes X et Y . Les signaux sont filtrés à l'aide d'une fenêtre KBD d'ordre 1 entre $0.4MHz$ et $0.9MHz$, domaine de fréquences hors résonances du pilier. Le paquet d'ondes A_0 incident sur le pilier entre $10\mu s$ et $15\mu s$ se propage dans le sens négatif de l'axe des X . En accord avec la cartographie selon Y , il s'agit bien d'une onde localement plane (sur $\approx 1mm$).

Le centre du sommet du pilier est situé en $(X = 0, Y = 0)$. On peut constater que dans ce domaine de fréquence, il suit la « vague » A_0 , en phase avec celle-ci dès son arrivée aux alentours de $10\mu s$. La phase du sommet est homogène, en accord avec une vibration purement de compression, d'amplitude environ deux fois plus faible que celle de l'onde incidente. Ceci confirme les mesures des gains GF et GC pour ce pilier.

Pour des temps supérieurs à $15\mu s$, le paquet d'ondes associé à $ECHO1$ est bien visible. Il s'agit bien d'une onde se propageant dans le sens positif des X et négatif des Y . En mesurant la vitesse de phase apparente du paquet selon l'axe des Y , il est possible, en supposant que le silicium est isotrope, d'obtenir une estimation de l'angle θ entre le vecteur d'onde de $ECHO1$ et l'axe des Y .

On estime la vitesse de phase selon Y à environ $V_{\phi}^{echo} = 1000m.s^{-1}$. La vitesse de phase du paquet d'ondes A_0 centré à $0.65MHz$ est de $V_{\phi}^{A_0} = 1060m.s^{-1}$. Soit en notant θ l'angle entre l'axe Y et le vecteur d'onde de $ECHO1$:

$$\theta = \arccos\left(\frac{V_{\phi}^{A_0}}{V_{\phi}^{echo}}\right) \approx \frac{1000}{1060} \approx 20^\circ$$

Ce calcul est valable dans le cas d'un milieu isotrope. En réalité, $V_{\phi}^{A_0}$ dépend de l'angle. Au maximum, à 45° , on a 6% d'écart mesuré expérimentalement. Comme l'angle trouvé est intermédiaire, l'effet de l'anisotropie peut être considéré comme négligeable.

D'autre part, pour cette largeur de bande de filtrage, le mode S_0 est d'amplitude hors plan beaucoup trop faible pour le niveau de sensibilité de l'instrument : on ne le voit pas. Par contre, on sait qu'il est présent autour de $3\mu s$ d'après l'étude large bande car S_0 est quasiment non dispersif entre $0 - 10MHz$. La vitesse de phase de S_0 pour une plaque d'épaisseur $e = 125\mu m$ varie de $7790m.s^{-1}$ à $7740m.s^{-1}$ ($\lesssim 0.6\%$) entre $1MHz$ et $10MHz$.

5.6.6 Diffusion autour de ν_{F_0}

Paquet d'ondes S_0

À résonance ν_{F_0} D'après la figure 5.36, la diffusion du mode S_0 autour de la résonance de F_0 se caractérise par une ondelette rayonnée. L'ondelette réémise n'est mesurable que selon X , soit le long de la direction de propagation du paquet d'ondes incident. Sa vitesse de phase est en parfait accord avec celle d'un mode de type A_0 . À priori, rien n'interdit également une réémission de type S_0 (voir chapitre 3 sur la génération ligne). À la fréquence de $1.1MHz$, $\lambda_{S_0} \approx 7mm$ et $\lambda_{A_0} \approx 1.2mm$. Le pilier est donc une source ponctuelle secondaire pour ces deux modes.

L'ondelette réémise a donc toutes les caractéristiques d'une onde de symétrie dipolaire, en parfait accord avec les simulations.

Autour de $1MHz$, le filtrage est de largeur trop faible pour faire apparaître à la fois l'ondelette réémise et la phase du paquet d'ondes S_0 incident. Cependant, sachant que

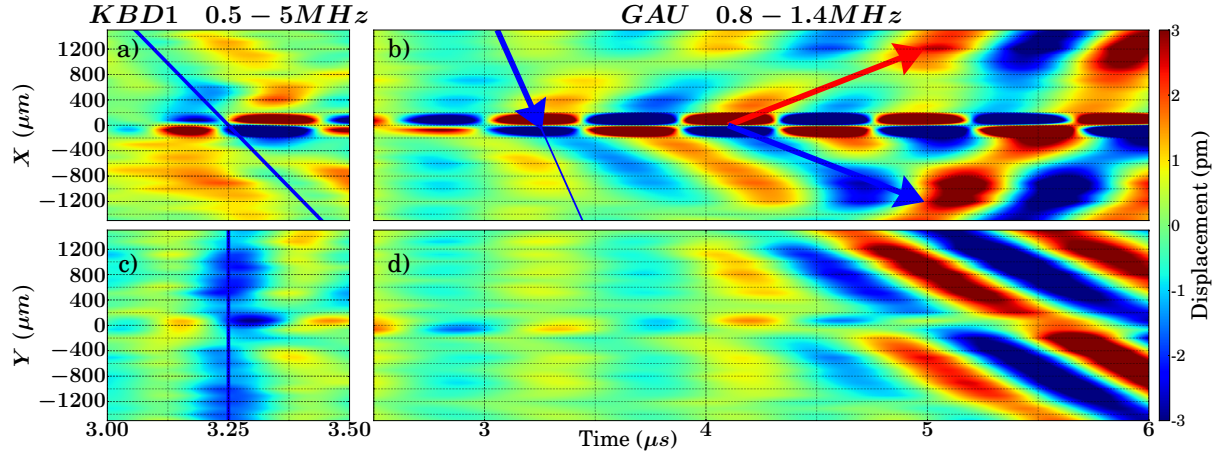


FIGURE 5.36 – Ensemble de données permettant de caractériser l'interaction d'un paquet d'ondes S_0 avec le pilier $\phi 150$ autour de la résonance F_0 .

la dispersion de S_0 est très faible entre $1 - 10 MHz$, on peut filtrer entre $1 - 5 MHz$, relever la valeur de la phase à un instant donné, et superposer ce front d'onde au signal filtré contenant l'information sur l'ondelette autour de F_0 . Les figures 5.36a et 5.36c sont des cartographies filtrées entre $0.5 - 5 MHz$ afin de mesurer l'état de phase et la position du front d'onde associé à S_0 . On relève une phase « bleue » à $t = 3.25 \mu s$. Les relations de dispersion donnent $V_{phi}^{S_0}(1.1 MHz) = 7790 m.s^{-1}$ et $V_{phi}^{A_0}(1.1 MHz) = 1350 m.s^{-1}$. La droite et les flèches de la figure 5.36a et 5.36b ont des pentes égales aux valeurs des vitesses de phases théoriques. Il est ainsi possible de déterminer l'état de phase entre le pilier, l'ondelette et l'onde incidente :

- L'ondelette réémise est en opposition de phase par rapport à l'onde incidente dans le champ réfléchi ($X > 0$), de même phase que le point A.
- L'ondelette réémise est en phase avec l'onde incidente dans le champ transmis ($X < 0$), de même phase que le point B.

De part et d'autre de la résonance ν_{F_0} Il a été possible d'étudier la diffusion de S_0 de part et d'autre de la résonance de flexion ν_{F_0} en utilisant la technique de génération des lignes en face-à-face (voir chapitre 3 3.3.2, page 74) permettant d'obtenir une source contenant quasi exclusivement le mode S_0 avec un déplacement important (plus du double de l'expérience simple ligne). Étudié le long de la direction $[110]$, le bord de l'échantillon s'est révélé plus gênant que dans la configuration à 45° car la réflexion de S_0 sur le bord en marche d'escalier a produit une importante conversion de mode de S_0 vers A_0 , générant un écho colinéaire à la direction de cartographie.

En utilisant la même technique de détermination de la position du front d'onde que précédemment, il a été possible d'identifier la position d'une phase de l'excitation, permettant ainsi de relier entre elles l'évolution de la phase du sommet du pilier, à l'onde réémise, et à l'onde incidente, pour des fréquences autour de ν_{F_0} . Les résultats sont regroupés sur la figure 5.37.

Remarque : à cause de l'écho de type A_0 issu de la conversion de S_0 au bord de l'échantillon, on est obligé de filtrer assez large pour pouvoir séparer les deux paquets car l'ondelette et l'écho, se propageant tous les deux suivant X , se superposent parfaitement.

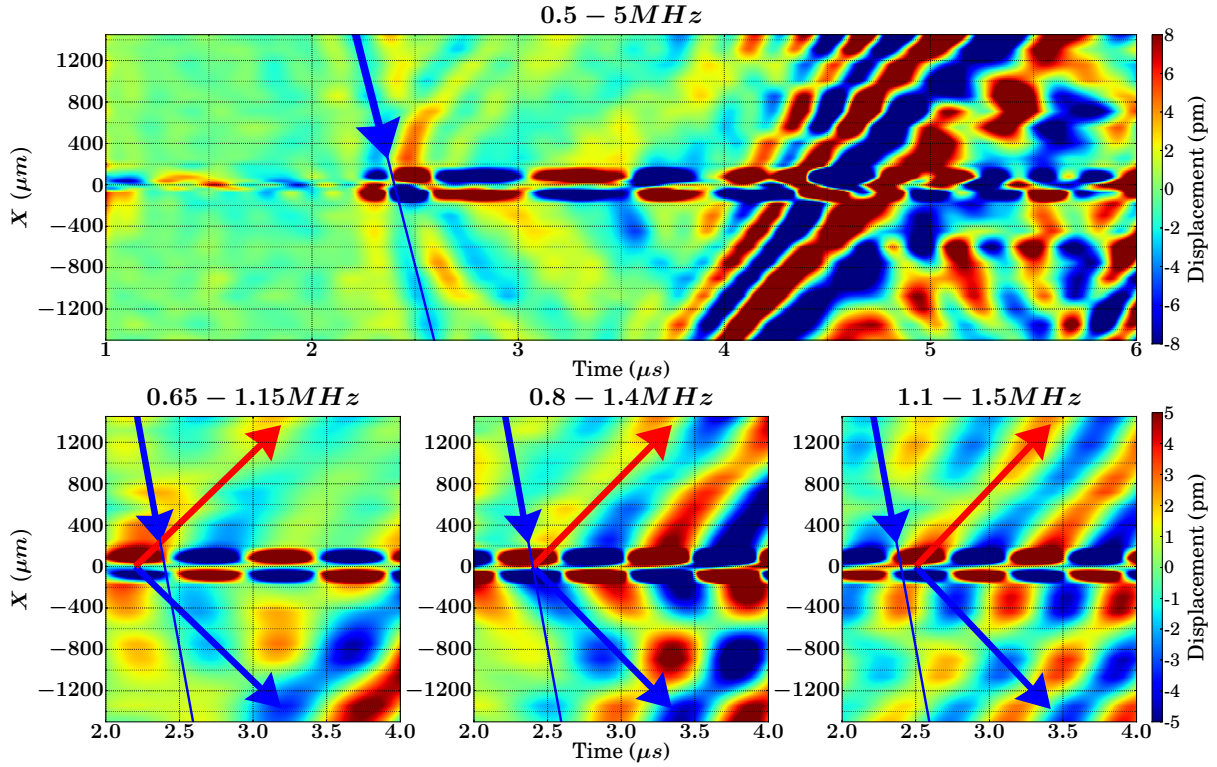


FIGURE 5.37 – Résultats de l'expérience de l'interaction du pilier $\phi 150$ avec une source symétrique S_0 obtenue à l'aide de la technique de génération en face-à-face, le long de l'axe [110]. Grâce au déplacement plus important de S_0 , il est possible d'étudier le comportement en phase du pilier et de l'ondelette de part et d'autre de ν_{F_0} .

Finalement, à résonance de flexion F_0 , le mode S_0 excite le pilier qui devient une source secondaire tant que $GF_0 > 1$. Cette source émet des ondelettes dipolaires principalement de type A_0 . La phase de l'ondelette est celle du sommet dont elle semble issue, et elle suit la loi de comportement en phase d'un oscillateur harmonique par rapport à l'onde incidente.

Le mode S_0 est également bien adapté pour visualiser le fait que le processus de diffusion peut être vu comme, d'une part, une onde incidente qui cède très peu d'énergie au résonateur, et d'autre part, la formation d'une ondelette rayonnée par le résonateur. La modification du champ de déplacement est alors le résultat de l'interférence entre le champ de l'onde incidente et le champ de l'ondelette.

Paquet d'ondes A_0

La figure 5.38 regroupe deux images du déplacement hors plan, selon X et Y , filtré à l'aide d'une fenêtre gaussienne de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 0.2\text{MHz}$ et centré à 1.1MHz . Ces signaux permettent d'étudier la dynamique d'interaction d'un paquet d'ondes A_0 de fréquence centrale ν_{F_0} avec le pilier $\phi 150$. On constate que comme pour le mode S_0 , cette diffusion résonante se caractérise par une vibration dipolaire du pilier qui réémet une ondelette principalement de type A_0 et de symétrie dipolaire. Plusieurs régimes d'interaction sont à distinguer. En accord avec le schéma de la figure 5.34, entre

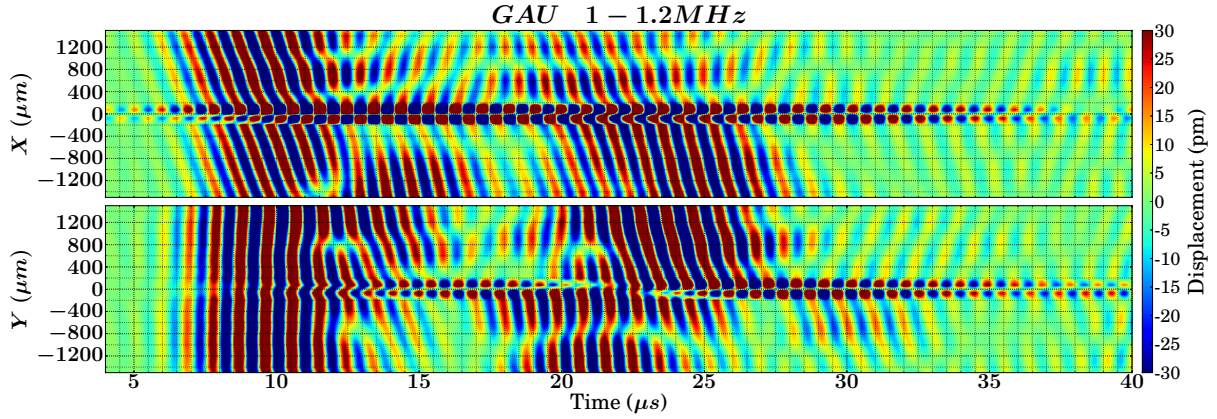


FIGURE 5.38 – Diffusion d'un paquet d'ondes A_0 sur le pilier $\phi 150$ à la résonance ν_{F_0} .

5 – 12 μs , le pilier est en interaction avec une onde plane A_0 se propageant dans le sens des X décroissant. On constate que le sommet du pilier vibre en flexion uniquement selon la direction X . Il suit la vague selon Y . Dans le champ $X > 0$, la modulation d'intensité du paquet d'ondes incident, caractéristique d'une interférence, permet de remarquer la présence de l'ondelette rayonnée. Entre 12 – 20 μs , le pilier est en interaction avec $ECHO1$ se propageant suivant une direction faisant un angle de 20° avec l'axe Y . Il met donc en flexion le pilier suivant l'axe Y qui réémet une ondelette que l'on détecte suivant X et Y puisque le zéro d'émission est cette fois-ci à 20° de l'axe X . Entre 20 – 25 μs , le scénario précédent se répète. Suite à cette interaction, à partir de 27 μs , le pilier a un mouvement libre de flexion suivant une direction faisant un angle d'environ 20° par rapport à l'axe Y . Ceci produit une dissymétrie d'amplitude dans le champ rayonné mesurée selon X et Y . Le champ rayonné dipolaire apparaît plus intense selon Y que selon X , en parfait accord avec la simulation du mode dipolaire mettant en évidence un cône de réémission avec un zéro de déplacement selon la direction orthogonale à la direction de propagation de l'onde rayonnée (rayonnement d'une antenne).

La figure 5.39 regroupe un ensemble de filtrage avant, à et après résonance selon l'axe X autour du paquet d'ondes $WP1$ entre 5 μs et 15 μs . Ces données permettent l'analyse des phases de l'ondelette réémise par rapport à l'onde incidente. On constate que le mouvement de flexion du sommet a le comportement d'un oscillateur harmonique par rapport à la phase de l'excitation. Juste avant la résonance, à 1 MHz , le pilier vibre en flexion sur les flans de l'onde. L'onde réémise possède la phase des points A ou B d'où elle semble provenir. À la résonance (1.05 MHz), la flexion est en quadrature de phase par rapport à l'excitation. Elle apparaît au sommet de la vague. Le rayonnement se trouve alors en opposition de phase par rapport au signal incident dans le champ transmis : l'interférence est destructive (onde incidente fortement atténuée). Après la résonance, la flexion du sommet ne suit plus le mouvement. Le déphasage est alors de π et l'ondelette réémise se retrouve en quadrature de phase par rapport à l'onde incidente.

Remarque : La cartographie selon Y n'est pas affichée car elle ne présente aucun déplacement associé à l'ondelette dans la base de temps 5 μs et 15 μs .

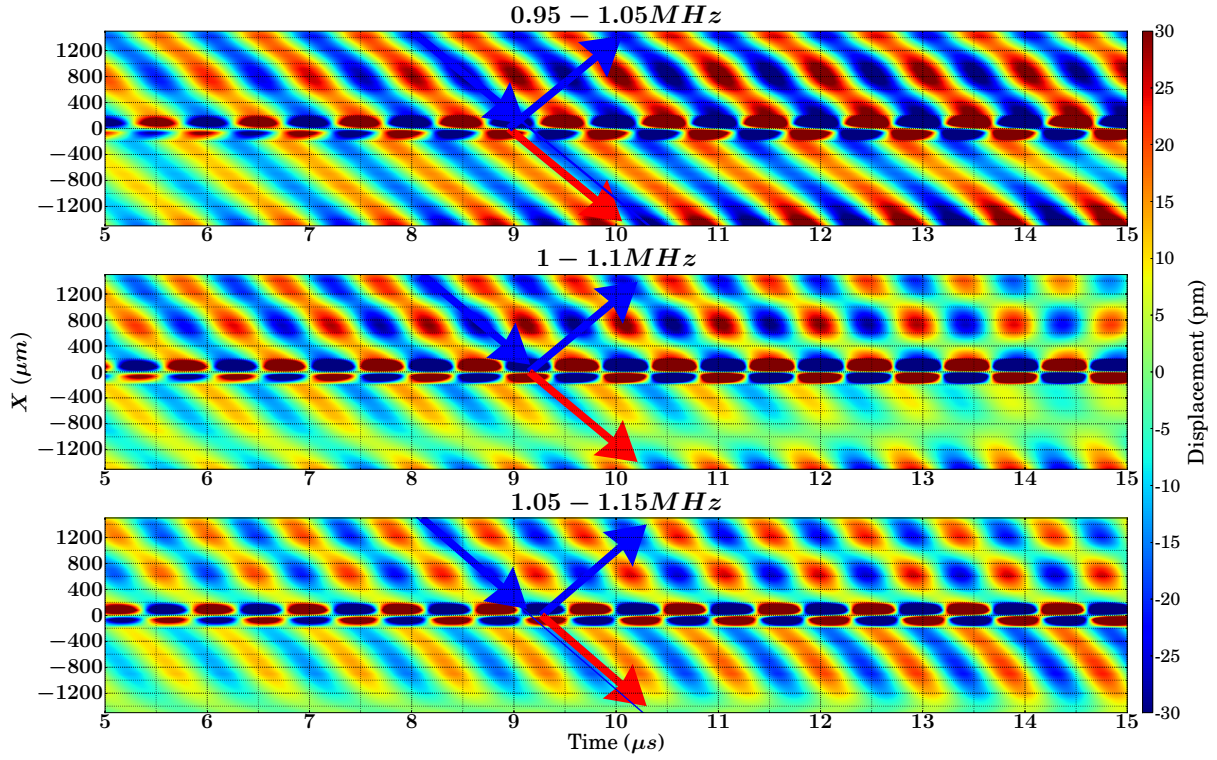


FIGURE 5.39 – Diffusion d'un paquet d'ondes A_0 sur le pilier $\phi 150$ autour de ν_{F_0} . Filtrage KBD ordre 1 pour tous les signaux.

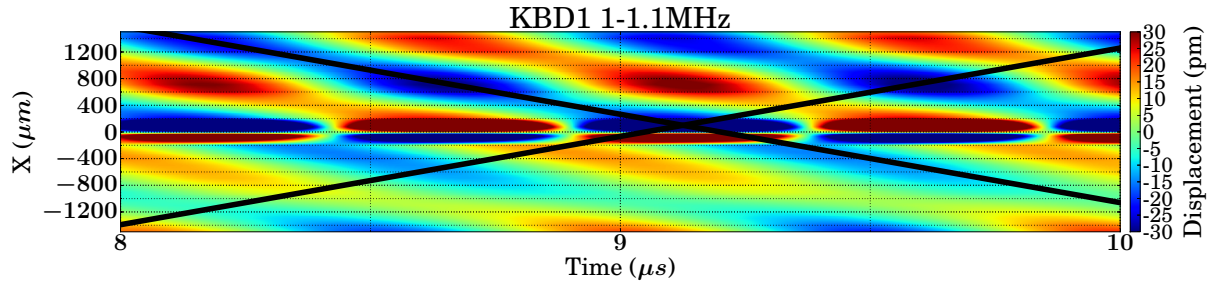


FIGURE 5.40 – Diffusion d'un paquet d'ondes A_0 sur le pilier $\phi 150$ autour de ν_{F_0} . Les droites tracées ont des pentes égales à la valeur théorique de la vitesse de phase d'un paquet centré à 1.05MHz .

Par continuité du front d'onde, on peut constater que l'onde rayonnée dans le champ transmis semble provenir du point B alors que l'onde rayonnée dans le champ réfléchi semble provenir du point A . C'est ce que l'on peut voir facilement sur la figure 5.40. Dans la mesure où la longueur d'onde est de $\lambda = \frac{1325}{1.05} \approx 1.2\text{mm} \approx 8 \times \phi_{\text{pilier}}$ tout semble se passer comme si la source de l'ondelette était localisée au niveau du centre du pilier (critère d'homogénéisation).

5.6.7 Diffusion autour des fréquences des modes C_0 et F_1

D'après le spectre des gains GF et GC , les fréquences des modes sont $\nu_{C_0} = 5.5\text{MHz}(\pm 4\%)$ et $\nu_{F_1} = 6.7\text{MHz}(\pm 4\%)$. La diffusion est donc étudiée sur une bande de fréquence allant

de $4MHz$ à $9MHz$, pour des ondes incidentes de type S_0 et A_0 .

Paquet d'ondes S_0

La figure 5.41 présente les résultats de six filtrages gaussiens réalisés sur les mesures du déplacement le long de X et de Y . Comme dans le cas de la diffusion de S_0 sur le pilier autour de F_0 , une ondelette est présente dans ce domaine de fréquence, de nature A_0 et ayant pour source le pilier.

Les cartographies selon Y mettent en évidence une symétrie polaire du champ rayonné de part et d'autre de la résonance de compression C_0 . Le rayonnement est déphasé de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au sommet du pilier qui possède un déplacement homogène dont la phase suit le comportement de l'oscillateur harmonique (vis-à-vis de l'onde incidente). En accord avec les fréquences et les simulations, il s'agit du rayonnement polaire produit par le mode de compression C_0 .

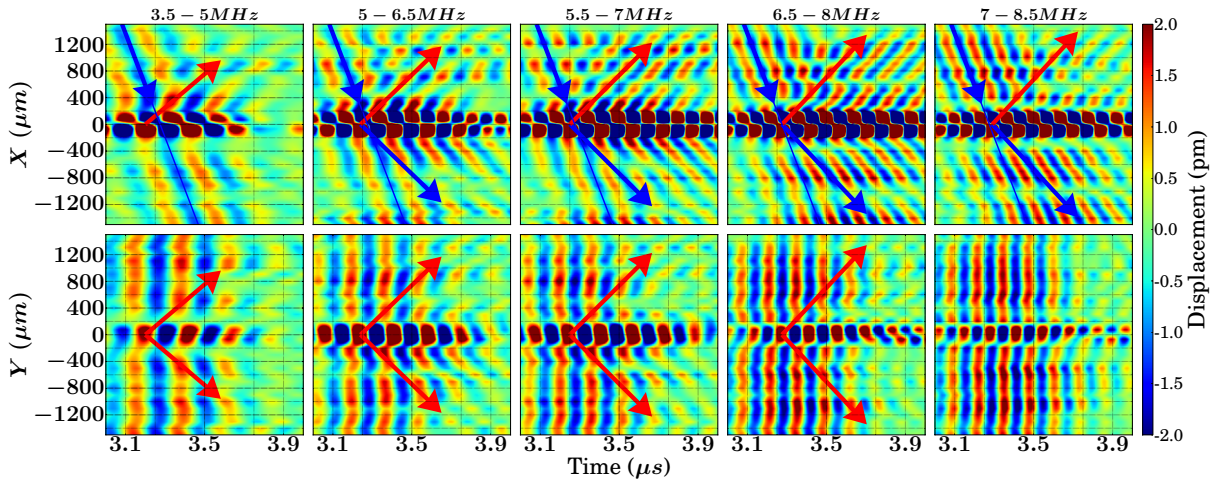


FIGURE 5.41 – Diffusion du mode S_0 sur le pilier $\phi 150$ autour des fréquences de résonances de compression C_0 et de flexion F_1 . Chaque mode produit au niveau du sommet un comportement équivalent à celui de l'oscillateur harmonique. Le pilier se comporte comme une source secondaire d'ondelettes polaires et dipolaires. Les flèches indiquent la présence de ces ondelettes. Elles sont de pentes égales à la vitesse de phase théorique du mode A_0 et de taille proportionnelle à celle-ci.

Comme pour le mode F_0 , F_1 n'est visible que le long de la direction X où les phénomènes sont un peu plus compliqués car l'ondelette réémise par F_1 , de symétrie dipolaire, interfère avec celle réémise par le mode de compression.

Pour analyser de façon plus précise la diffusion de S_0 autour de F_1 , regardons les résultats de l'expérience consistant à utiliser une source générée en face-à-face, donc principalement de type S_0 . Cette expérience, dont les résultats sont sur la figure 5.43, permet de constater que le pilier rayonne une ondelette dipolaire, de phase opposée à celle des points A et B . Cette ondelette semble provenir des points A et B . La longueur d'onde étant de $\lambda = 450\mu m$, il n'y a qu'un facteur 3 sur le critère d'homogénéisation. On remarque que ceci impacte la phase entre le champ incident et le rayonnement qui semble légèrement déphasé. Contrairement au cas du mode F_0 pour lequel l'ondelette semblait parfaitement en phase à résonance avec le centre du sommet, le mode F_1 semble

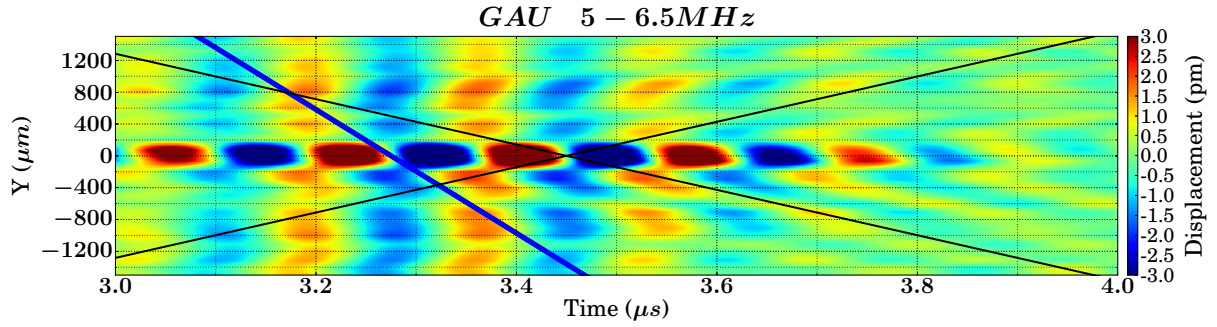


FIGURE 5.42 – Diffusion résonante à ν_{C_0} de S_0 sur le pilier $\phi 150$. Rayonnement polaire du mode C_0 est de type A_0 , en accord avec les deux traits qui sont de pentes égales à la vitesse de phase à $\nu = 5.8 MHz$, selon la direction $[100]$ ($V_\phi^{A_0} = 2870 m.s^{-1}$). On constate que le rayonnement est en quadrature par rapport au sommet du pilier.

légèrement déphasé à résonance. On peut donc en conclure que le comportement de F_1 est identique à celui de F_0 et donner une condition limite au critère d'homogénéité : > 3 .

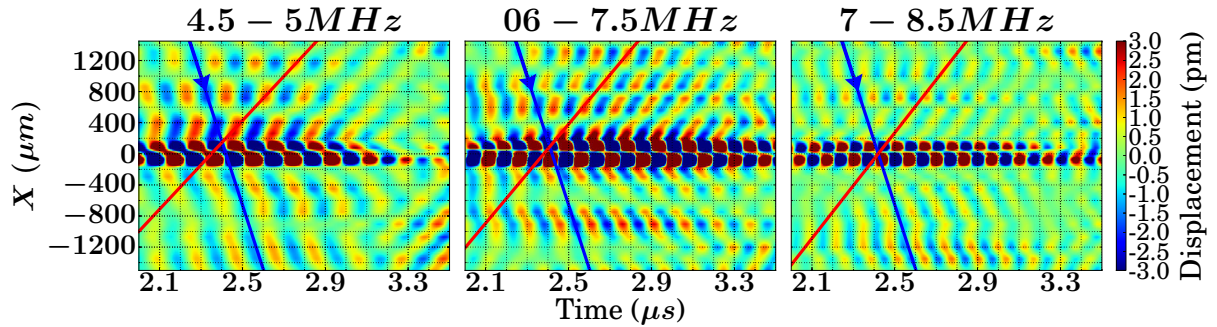


FIGURE 5.43 – Analyse spécifique du champ de diffusion le long de X d'un paquet d'ondes S_0 sur le pilier $\phi 150$. La génération utilise le principe du « face-à-face » afin de générer presque exclusivement un paquet d'ondes de type S_0 . Ceci permet d'étudier la diffusion autour de F_1 sur une large bande spectrale.

Revenons sur la figure 5.41. On peut constater que les situations $3.5 - 5 MHz$ et $7 - 8.5 MHz$ sont « symétriques » l'une de l'autre. Dans la première, les modes de flexion et de compression coexistent en rayonnant. La fréquence est inférieure aux fréquences de résonances de F_1 et C_0 . F_1 est donc en quadrature par rapport à l'onde incidente, alors que C_0 est en phase. Les ondelettes réémises interfèrent constructivement dans le champ réfléchi, et de façon destructive dans le champ transmis. Entre $7 - 8.5 MHz$, c'est l'inverse puisque la fréquence est supérieure à celle de compression et de flexion. Les ondelettes réémises se construisent dans le champ transmis et interfèrent destructivement dans le champ réfléchi.

Les ondelettes ne sont pas les seules à interférer. Les déplacements au sommet du pilier dus à chaque mode interfèrent également. Avec un cas un peu particulier, celui du domaine de fréquence $[\nu_{C_0} \dots \nu_{F_1}]$, approximativement égal à $[6 \dots 7 MHz]$. En effet, dans ce domaine, le mode de compression passe en opposition de phase par rapport à l'onde incidente alors que celui de flexion passe en quadrature. Autour de ν_{F_1} , on est quasiment dans cette situation. Compte-tenu des phases au sommet des modes, le point B survibre

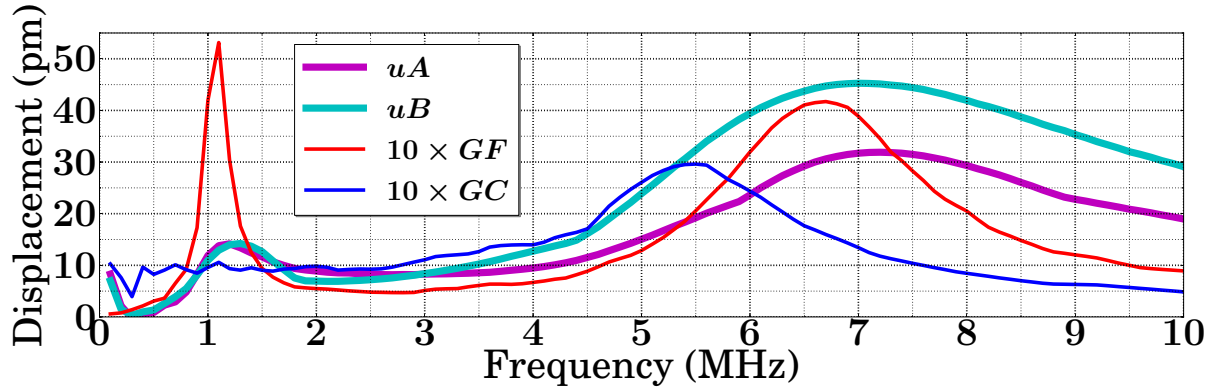


FIGURE 5.44 – Déplacements absolus aux points A et B sous l'effet du paquet d'ondes S_0 . On notera qu'autour de F_0 uA et uB sont égaux tandis qu'autour de F_1 , uB survivre par rapport à uA .

par rapport au point A . Ceci est en accord avec une réémission, préférentiellement dans le champ transmis. La figure 5.44 illustre ce phénomène, qui peut être qualifié d'anti-résonance car il apparaît entre deux résonances.

Paquet d'ondes A_0

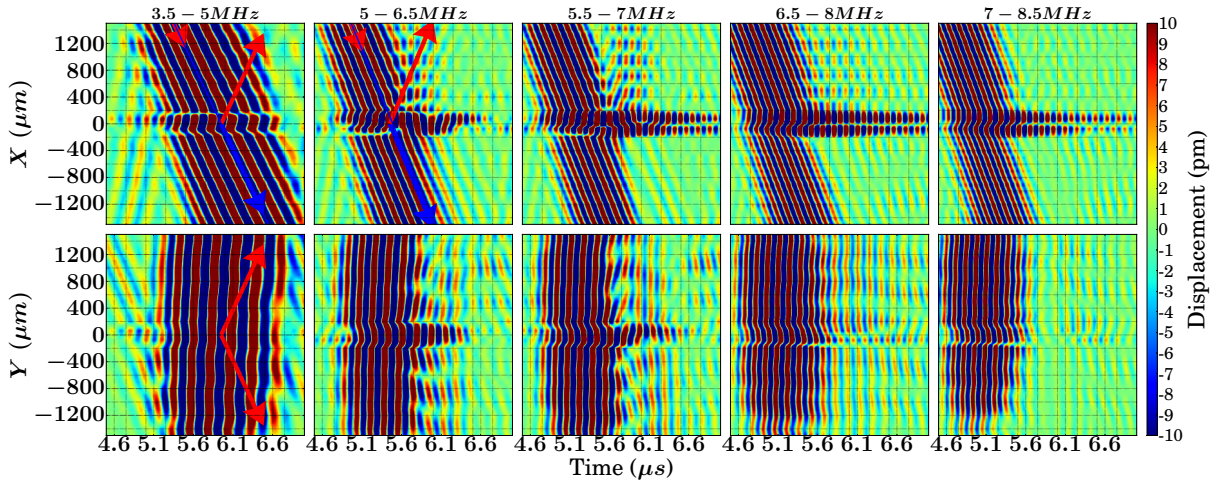


FIGURE 5.45 – Spatio-temporels du déplacement filtré à l'aide d'une fenêtre gaussienne de largeur à mi-hauteur indiquée en colonne. On peut y voir les rayonnements polaires et dipolaires associés respectivement aux modes C_0 et F_1 .

La figure 5.45 regroupe un ensemble de données spatio-temporelles du champ de diffusion pour différents domaines de fréquence de part et d'autre des résonances ν_{C_0} et ν_{F_1} . La base de temps est choisie en accord avec l'arrivée du mode A_0 sur le pilier. Comme pour le cas de la diffusion de S_0 sur le pilier, on observe la présence d'une onde réémise de type A_0 , de symétrie polaire autour de la fréquence ν_{C_0} , et de symétrie dipolaire autour de ν_{F_1} . On retrouve un domaine de fréquence entre 6 MHz et 7 MHz où les deux ondelettes interfèrent le long de la direction X . On peut constater que les relations de phase du

mode polaire vis-à-vis de l'onde incidente A_0 et du pilier sont identiques à celles obtenues avec l'onde incidente de type S_0 . Les figures 5.46 et 5.47 permettent de retrouver ces relations dans le cas de l'onde incidente de type A_0 .

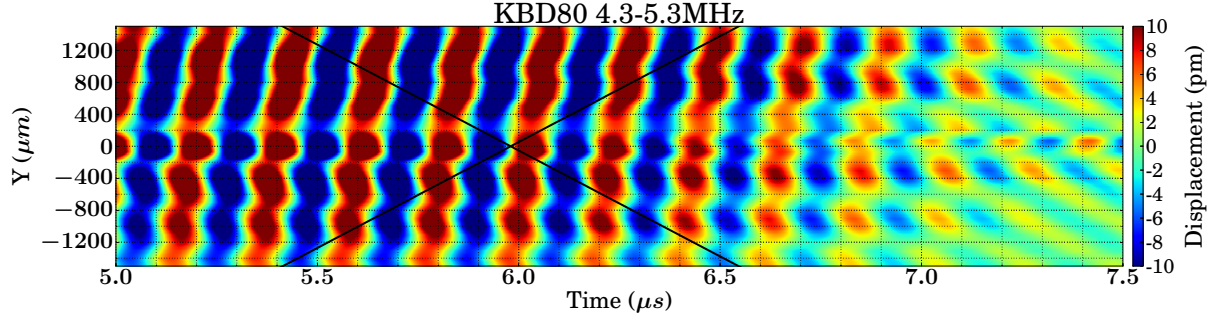


FIGURE 5.46 – Rayonnement polaire avant résonance ν_{C_0} sous incidence A_0 . Les deux traits sont de pente égale à la vitesse de phase à $\nu = 4.8\text{MHz}$, selon la direction $[100]$ ($V_\phi^{A_0} = 2650\text{m.s}^{-1}$), et permettent de constater que le faible rayonnement est en quadrature de phase avec le sommet du pilier.

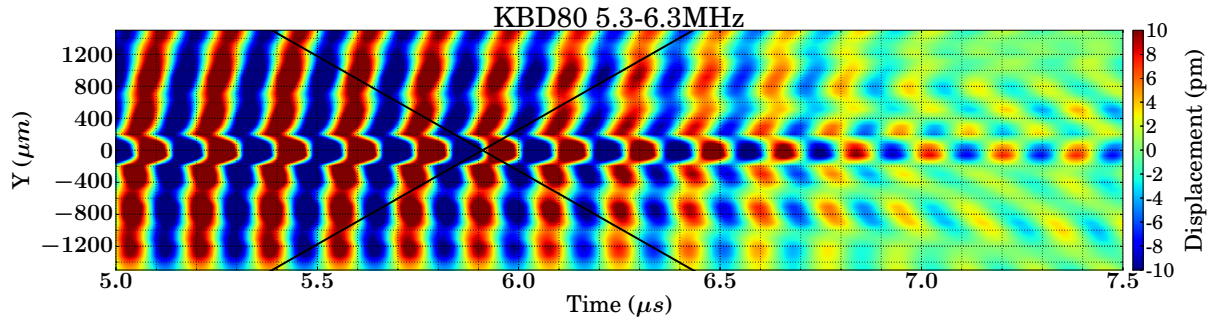


FIGURE 5.47 – Rayonnement polaire du mode C_0 à résonance, sous incidence A_0 . Les deux traits sont de pente égale à la vitesse de phase à $\nu = 5.8\text{MHz}$, selon la direction $[100]$ ($V_\phi^{A_0} = 2870\text{m.s}^{-1}$). Le fort rayonnement est en quadrature par rapport au sommet du pilier.

Concernant les relations de phases du mode dipolaire, il convient de regarder la figure 5.48, en complément de la figure 5.45. On constate que l'ondelette réémise à résonance ou après résonance est en opposition de phase par rapport au point du sommet d'où elle semble provenir. Contrairement au cas S_0 , le point A est en opposition de phase par rapport à l'onde incidente à résonance. Les relations de phase entre l'ondelette et l'onde incidente sont donc inversées dans le cas d'une onde A_0 par rapport à une onde S_0 . Dans le cas A_0 , l'ondelette dipolaire réémise dans le champ transmis est en opposition de phase par rapport à l'onde incidente. Le mode F_1 est toujours de fréquence telle que $\lambda \approx 3 \times \phi_{\text{pilier}}$. Comme dans le cas S_0 , l'ondelette réémise est en réalité légèrement déphasée à résonance dans le cas de F_1 .

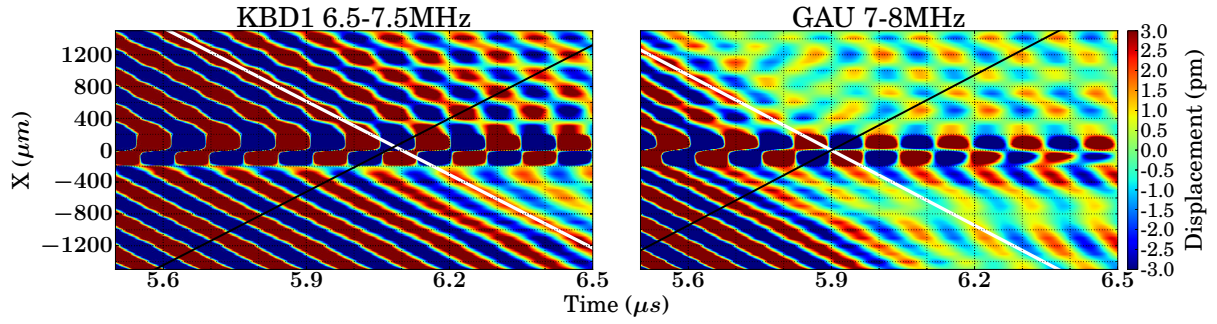


FIGURE 5.48 – *Spatio-temporels à résonance (6.5 – 7.5MHz) et après résonance (7 – 8MHz) de flexion F_1 . Les droites tracées (toujours de pente égale à la vitesse de phase théorique) permettent de suivre le front d'onde des ondelettes rayonnées, afin d'établir les relations de phases entre l'onde incidente, l'onde réémise et le sommet du pilier.*

Déplacement au sommet du pilier excité par A_0 .

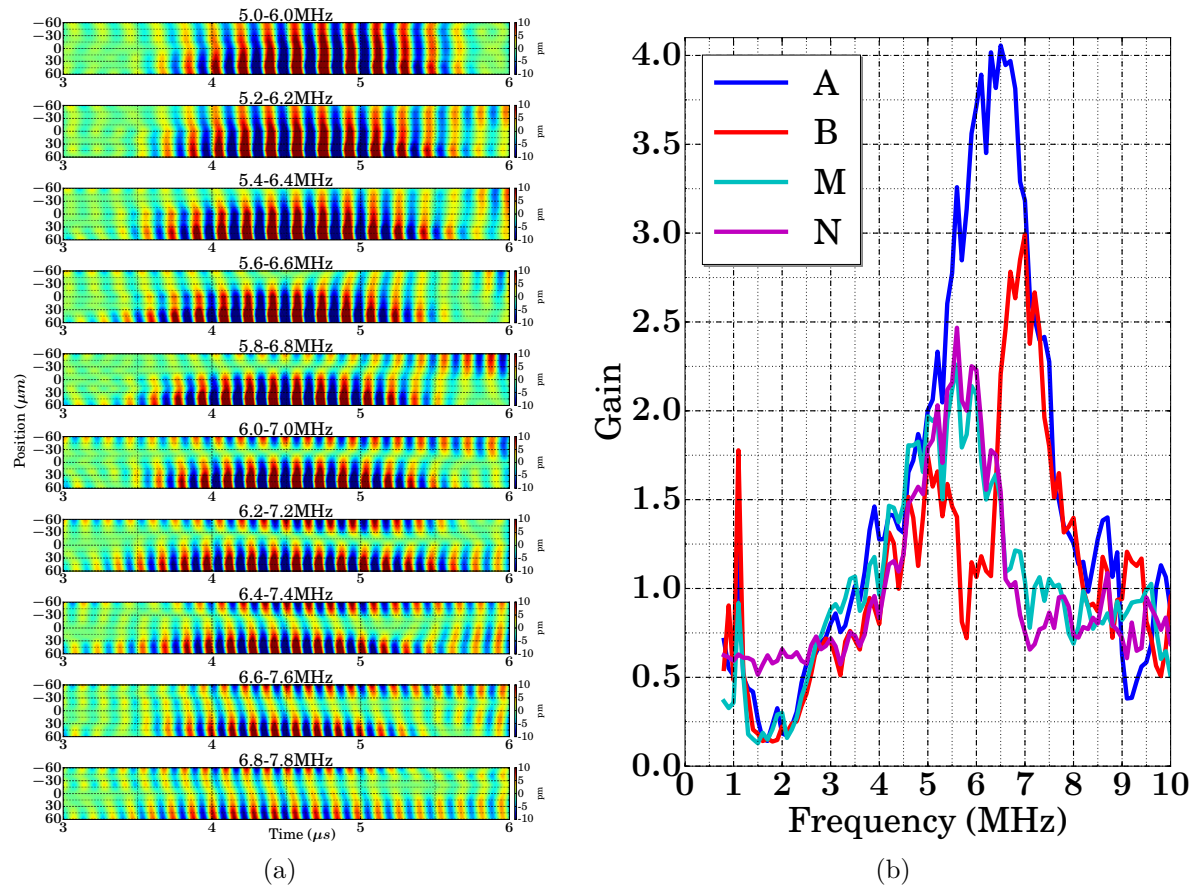


FIGURE 5.49 – a) Graphiques spatio-temporels du déplacement au sommet du pilier $\phi 150$, le long du diamètre colinéaire à la direction de propagation, en fonction de la fréquence. L'onde se propage selon les X décroissantes. b) Gains aux points A , B , M , N situés au bord du sommet du pilier, en accord avec le schéma de la figure 5.31a page 147.

Les données de la figure 5.45 laissent apparaître un quasi nœud de déplacement au point B pour $\nu \sim 6MHz$. Pour confirmer cette observation, une cartographie du déplacement le long du segment AB est réalisée. Un filtrage des mesures ($\Delta\nu = 1MHz$) centrée de $5.5MHz$ à $7.3MHz$ permet de retrouver un déplacement de symétrie C_0 autour de $5MHz$ et un déplacement de symétrie F_1 autour de $7MHz$ (pour F_1 , on notera le décalage du zéro de déplacement de ce mode par rapport au centre du pilier du fait d'une résonance de flexion en phase avec l'onde ; la composante hors plan au centre du sommet du pilier n'est donc pas nulle). Pour des fréquences entre $5.5 - 6.5MHz$, on retrouve que l'interférence entre ces deux champs de déplacement au sommet du pilier produit une atténuation du gain au niveau du point B (à $6 \pm 0.2MHz$) et une exaltation du gain au point A ($6.5 \pm 0.2MHz$)(fig. 5.49b)). Ceci se retrouve sur les courbes de gains GF et GC (p. 134) avec des valeurs qui chutent localement (autour de $\phi 150$). Ce phénomène correspond peut-être à un mécanisme d'anti-résonant (modulation du gain entre deux résonances) !?

5.6.8 Phases du sommet du pilier - comportement de l'oscillateur harmonique

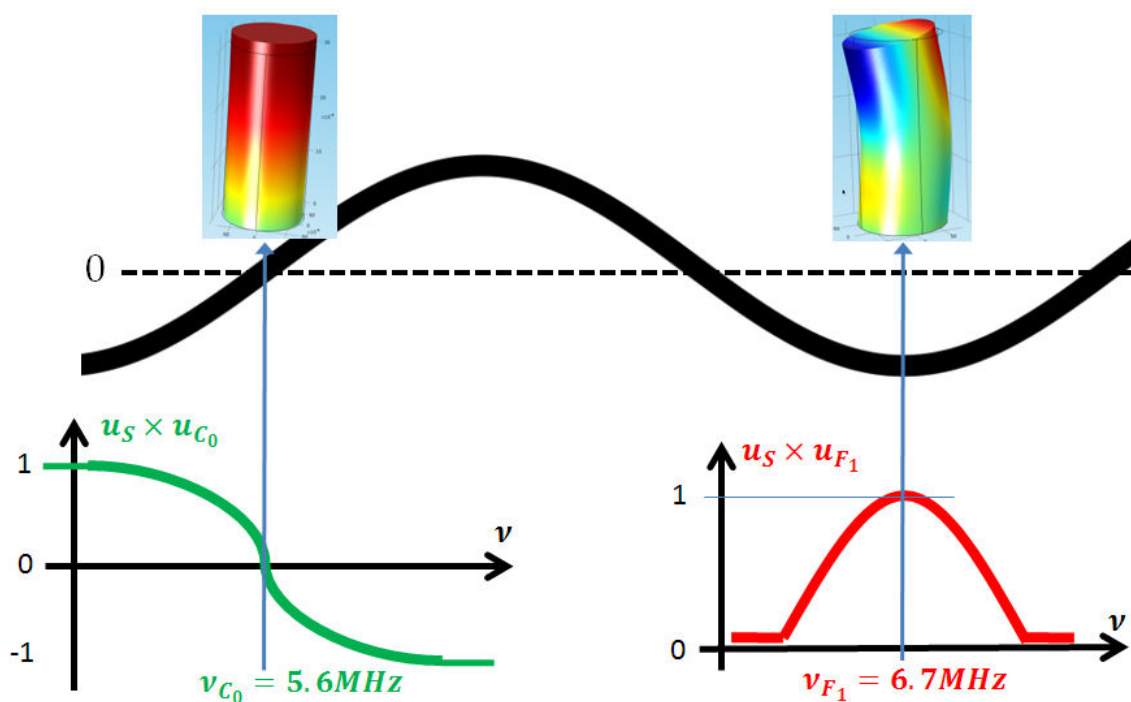


FIGURE 5.50 – Evolution théorique, et en accord avec les observations réalisées sur les portraits de diffusion, de $u_C \times u_S$ et $u_F \times u_S$.

En mesurant les déplacements de flexion F et de compression C (voir définition page 130), il est possible de comparer leur phase à celle de l'onde incidente au niveau de l'axe Y . En effet, le long de cet axe, la phase de l'onde incidente, loin du pilier, est égale à celle sous le pilier puisque l'onde incidente est plane. Le produit $u_F \times u_S$ et $u_C \times u_S$, pour toutes les fréquences comprises entre $0 - 10MHz$, permet donc de remonter à la phase

relative du sommet du pilier par rapport à celle de l'onde incidente. Comme nous l'avons vu, les modes de flexion et de compression possèdent un comportement de type oscillateur harmonique, par rapport au sommet de l'onde dans le cas du mode de compression, et par rapport au flan de l'onde pour les modes de flexion. Théoriquement, on devrait donc observer des évolutions de $u_F \times u_S$ et $u_C \times u_S$ comme celles représentées sur la figure 5.50. Expérimentalement, c'est bien ce que l'on observe autour des résonances. La figure 5.51 représente les mesures expérimentales de $u_C \times u_S$ et $u_F \times u_S$. Les tendances sont en accord avec la figure théorique 5.50. Trop loin de la résonance, le signal est trop faible au sommet du pilier, d'où le bruit observé sur la mesure de $u_C \times u_S$ et $u_F \times u_S$.

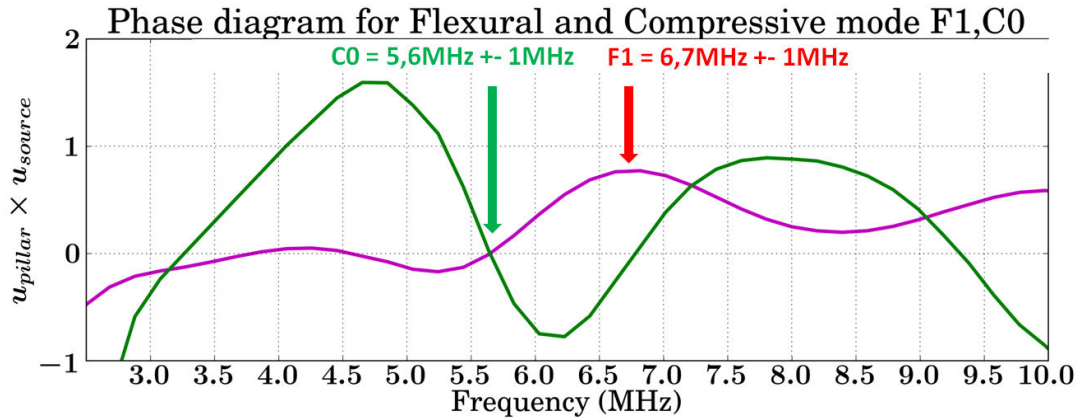
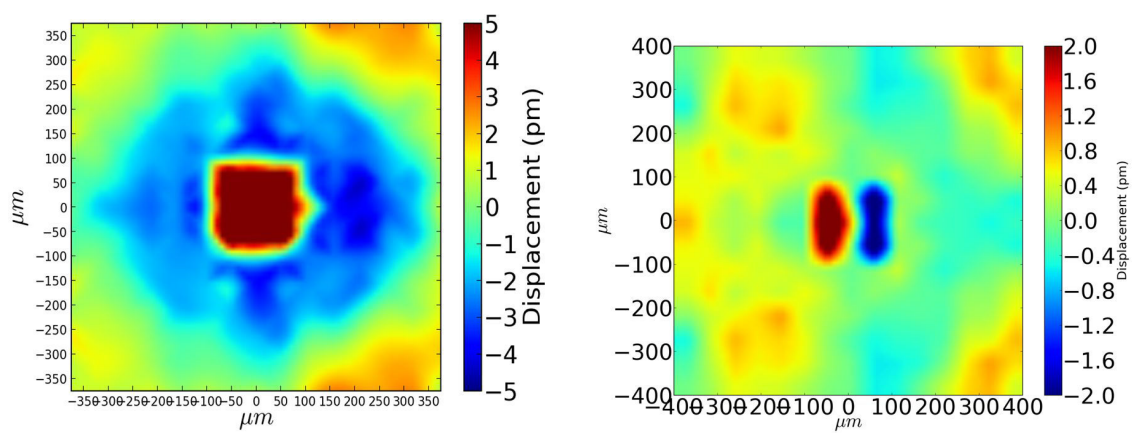


FIGURE 5.51 – Évolution expérimentale de $u_C \times u_S$ et $u_F \times u_S$. Le sommet du pilier se comporte donc comme un oscillateur harmonique avec, à résonance, la flexion au niveau du maximum de l'onde incidente et la compression au niveau du flan.

5.6.9 Cartographie 2D des ondelettes réémises autour des fréquences des modes C_0 et F_1



(a) Cartographie du champ diffusé à résonance de C_0 pour le pilier $\phi 150$. (b) Cartographie du champ diffusé à résonance de F_1 pour le pilier $\phi 150$.

FIGURE 5.52 – Cartographies des ondelettes réémises à ν_{C_0} et ν_{F_1} (pilier $\phi 150$). L'onde incidente se propage de la droite vers la gauche (cliquer sur les images).

Pour les modes C_0 et F_1 du pilier $\phi 150$, une cartographie sur une surface de $800 \times 800 \mu m^2$ a été réalisée afin d'obtenir une image du champ diffusé.

L'onde réémise par le pilier à la fréquence de C_0 est de symétrie circulaire, en accord avec la symétrie polaire du mode propre de vibration (mode de type « piston »). Il s'agit d'un véritable point source d'ondelettes circulaires.

Au contraire, l'onde réémise à la fréquence de F_0 et F_1 est de symétrie dipolaire, en accord avec la symétrie dipolaire du mode propre de vibration. On peut comprendre la symétrie de réémission comme l'interférence de deux sources très proches (dans le champ proche) en opposition de phase. Ces deux sources étant finalement les deux extrémités du pilier.

5.6.10 Interférences entre deux points sources et symétrie dipolaire

L'étude du pilier sur ces modes propres de vibration en flexion a montré que le rayonnement dipolaire provenait des points A et B des bords du pilier. Le facteur d'homogénéisation permet dans les deux cas de modes (F_0 et F_1) de considérer A et B comme des sources ponctuelles d'ondelettes, de gain GF , vibrant en opposition de phase l'une par rapport à l'autre.

Calcul de l'amplitude et de l'intensité

Considérons le système formé par deux sources ponctuelles *cohérentes*¹ S_1 et S_2 séparés d'une distance a . Le milieu est supposé homogène. Les ondes produites peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} \vec{E}_1(M, t) = \frac{\vec{E}_0}{\|S_1 M\|} e^{i(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}(S_1 M) + \varphi(S_1, t))} = \vec{E}_1 e^{i(\omega t + \varphi_1(M, t))} = \underline{E}_1(M, t) \vec{u}_r \\ \vec{E}_2(M, t) = \frac{\vec{E}_0}{\|S_2 M\|} e^{i(\omega t + \frac{2\pi}{\lambda}(S_2 M) + \varphi(S_2, t))} = \vec{E}_2 e^{i(\omega t + \varphi_2(M, t))} = \underline{E}_2(M, t) \vec{u}_r \end{cases}$$

Avec :

- $\varphi(S_1)$ et $\varphi(S_2)$ les phases à l'origine des sources S_1 et S_2 . On les prend égales à $\varphi(S, t)$.
- $(S_1 M)$ et $(S_2 M)$ les chemins optiques entre le point d'observation M et respectivement la source S_1 et S_2 . Par définition, soit n l'indice du milieu, $(S_1 M) = n\|S_1 M\| = \sqrt{(x - x_{S1})^2 + (y - y_{S1})^2 + (z - z_{S1})^2}$.
- $\varphi_1(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda}(S_1 M) + \varphi(S_1, t)$ et $\varphi_2(M, t) = \frac{2\pi}{\lambda}(S_2 M) + \varphi(S_2, t)$
- \vec{u}_r est le vecteur unitaire de la base sphérique défini tel que \vec{S}

On supposera les dimensions du champ d'interférence très petites devant la distance aux sources, permettant de considérer les intensités $I_1(M, t)$ et $I_2(M, t)$ localement unifornes.

1. Deux sources sont qualifiées de cohérentes si elles sont en phase, émettent des ondes de même longueur d'onde et de même polarisation.

D'après le principe de superposition, au point M d'observation, le champ électrique total $E_{tot}(M, t)$ vaut :

$$\begin{aligned}\underline{E}_{tot}(M, t) &= \underline{E}_1(M, t) + \underline{E}_2(M, t) \\ &= E_1 e^{i(\omega t + \varphi_1(M, t))} + E_2 e^{i(\omega t + \varphi_2(M, t))} \\ &= e^{i(\omega t + \varphi_1(M, t))} \left(E_1 + E_2 e^{i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \right)\end{aligned}\quad (5.10)$$

Par définition l'intensité au point M au cours du temps est donc la suivante :

$$\begin{aligned}I(M, t) &= K |\overrightarrow{E}_{tot}(M, t)|^2 \\ &= K |e^{i(\omega t + \varphi_1(M, t))}|^2 \left(E_1 + E_2 e^{i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \right)^2 \\ &= K \left(E_1 + E_2 e^{i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \right) \left(E_1 + E_2 e^{-i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \right) \\ &= K \left(E_1^2 + E_2^2 + E_1 E_2 e^{i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} + E_1 E_2 e^{-i(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \right)\end{aligned}$$

D'où la formule de Fresnel :

$$\boxed{I(M, t) = I_1(M, t) + I_2(M, t) + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\varphi_2(M, t) - \varphi_1(M, t))} \quad (5.11)$$

Représentation graphique des cas dipolaires

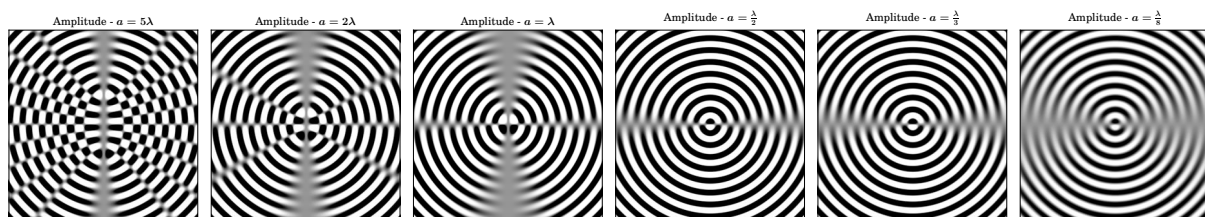


FIGURE 5.53 – Amplitudes rayonnées par deux sources ponctuelles cohérentes pour six valeurs différentes du paramètre a .

Les deux équations (5.10) et (5.11) sont très simples à calculer numériquement en fonction de a , la distance entre les deux points. En ne tenant pas compte de l'amplitude décroissante de l'onde circulaire avec la distance aux sources, il s'agit simplement de sommer deux *cosinus* déphasés de π . La figure 5.53 représente les amplitudes calculées pour respectivement six cas de distances entre sources précisée sur chacune des figures. Le cas $a = \frac{1}{3}\lambda$ correspond au mode F_1 et $a = \frac{1}{8}\lambda$ au mode F_0 .

5.6.11 Bilan des phases entre l'onde incidente, l'onde réémise et le sommet du pilier en fonction de la fréquence

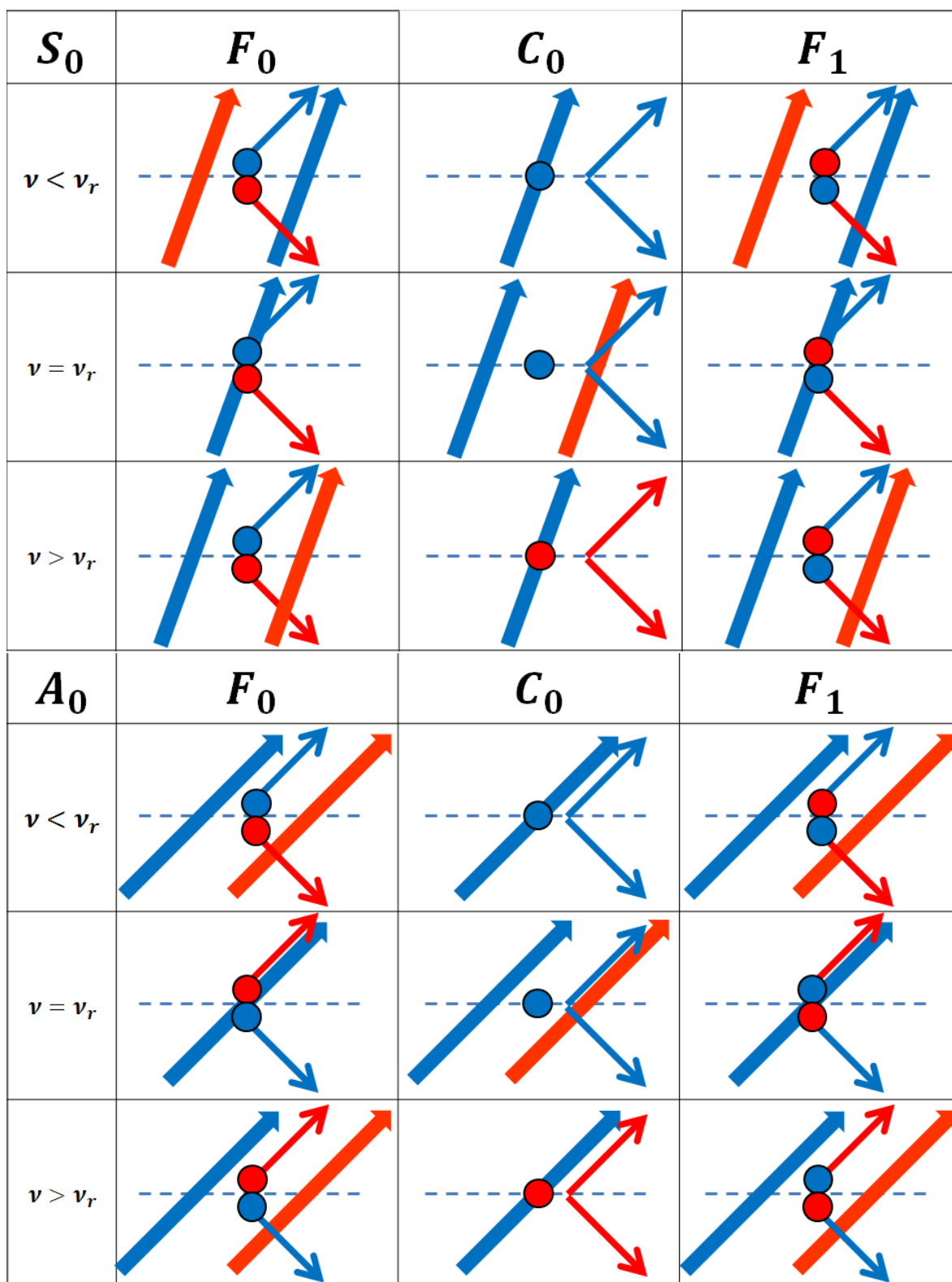


FIGURE 5.54 – Bilan schématique des différentes relations de phase.

La figure 5.54 correspond à une synthèse des phases mesurées expérimentalement entre l'onde incidente, l'onde rayonnée et le pilier, pour une excitation de type A_0 ou S_0 , de fréquence comprise entre $0 - 10MHz$.

Le comportement qui se dégage autour de la résonance est que le pilier agit comme une source secondaire qui rayonne une ondelette, principalement de type A_0 , de symétrie polaire dans le cas du mode de compression C_0 , et de symétrie dipolaire dans le cas des modes de flexion F_0 et F_1 . La phase du sommet du pilier suit une loi de comportement de type oscillateur harmonique avec une onde réémise en phase avec le sommet pour les modes de flexion et en quadrature de phase pour la compression. Du fait d'une limite d'homogénéité, le rayonnement du mode F_1 est légèrement déphasé ($\approx \frac{\pi}{4}$). Le déphasage du mode F_0 est négligeable (homogénéisation). Le rayonnement du mode de compression est déphasé de $\frac{\pi}{2}$, probablement en accord avec la nature de cette résonance, correspondant à une interférence constructive d'une onde se propageant dans la hauteur du pilier avec un nœud de vibration à la base [65].

5.7 Pilier $\phi 100$ et cellule métamatériau doublement négative

D'après l'étude des gains GF et GC en fonction du diamètre (voir p.134), les piliers de diamètre proche de $\phi = 100\mu m$ possèdent des fréquences propres ν_{C_0} et ν_{F_1} très proches, voire égales.

Afin d'étudier les propriétés associées au mélange des fréquences propres ν_{C_0} et ν_{F_1} , nous avons considéré le système pilier $\phi 100$ dont les caractéristiques sont résumées dans le tableau 5.7.

ϕ	h	e
$96 \pm 5\mu m$	$245 \pm 15\mu m$	$125 \pm 5\mu m$

TABLE 5.7 – Caractéristiques du pilier $\phi 100$.

Les gains GF et GC ainsi que des cartographies de diffusion selon la direction X , filtrées autour de la résonance de compression et de flexion, sont présentés sur la figure 5.55.

Considérons tout d'abord le spectre figure 5.55a. D'après l'étude sur la diffusion et les tableaux bilans 5.54 page 164, un pilier tel que $\nu_{C_0} = \nu_{F_1}$ devrait réémettre deux ondelettes, l'une associée au mode de flexion, l'autre au mode de compression. Dans le cas d'une excitation S_0 , le pilier devrait réémettre une ondelette se propageant dans le champ réfléchi et pas dans le champ transmis du fait de l'interférence destructive entre l'ondelette circulaire et dipolaire. Au contraire, A_0 devrait exciter le pilier de façon à ce qu'il réémette selon l'axe incident uniquement dans le champ transmis. L'ondelette serait alors en opposition de phase par rapport à l'onde incidente, d'intensité quasi double par rapport au cas où F_1 ou C_0 sont seuls.

Les cartographies de la figure 5.55 permettent de voir les deux régimes d'interaction entre le pilier et S_0 ou A_0 . Entre $2.5 - 3.5\mu s$, S_0 diffuse sur le pilier alors que A_0 interagit avec celui-ci après. Pour obtenir un tel déplacement sur le mode S_0 , la technique en face-à-face a été utilisée. Le mode A_0 est généré par conversion de mode.

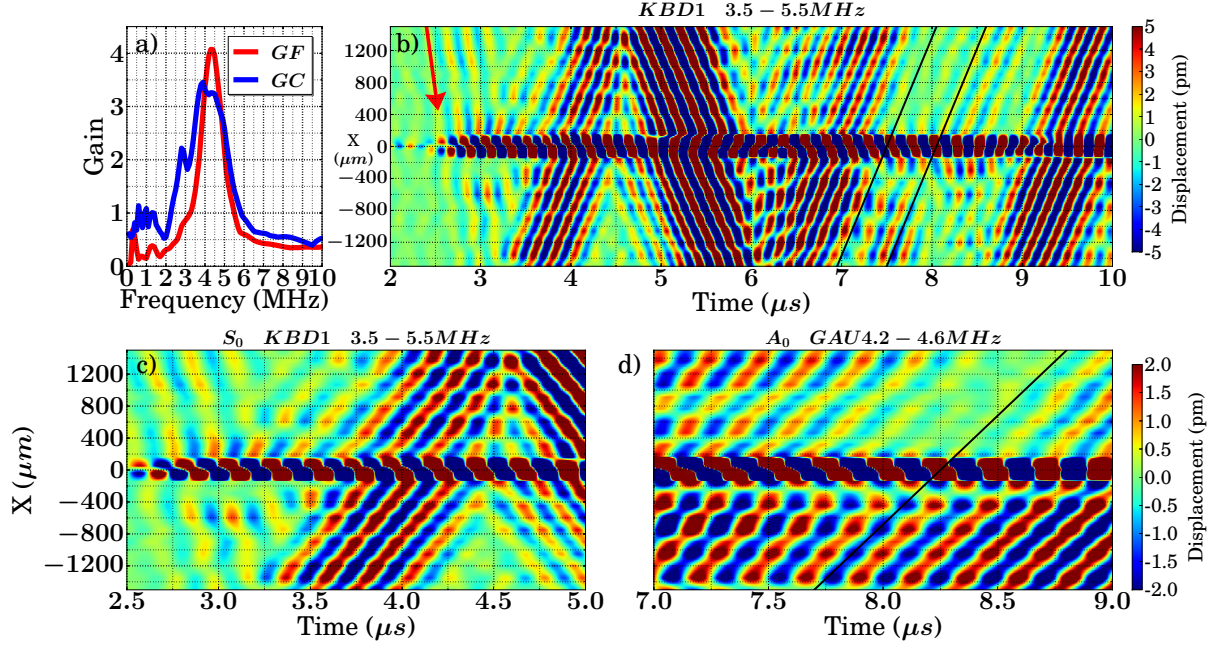


FIGURE 5.55 – a) Gains en flexion et en compression du pilier $\phi 100$. Les fréquences des deux modes propres sont identiques, égales à $\approx 4.5\text{MHz}$. Les valeurs des gains sont semblables, égales à ≈ 4 . b) Cartographie le long de X filtrée à l'aide d'une fenêtre KBD1, entre $3.5 - 5.5\text{MHz}$. La base de temps permet de voir arriver le signal de type S_0 , puis la formation de son écho de type A_0 , qui revient sur le pilier. c) et d) Agrandissement des zones de mélange d'ondelettes émises sous l'effet du paquet d'ondes S_0 et A_0 . La figure d) correspond au comportement attendu d'une cellule élémentaire métamatériaux pouvant être décrite simultanément par une masse et une compressibilité effectives négatives.

Ces deux régimes sont caractérisés par une forte vibration du sommet pilier avec une phase qui semble être celle d'un mode A_0 dans le cas de S_0 et une phase qui semble reculer dans le cas de A_0 . Ces états de phase du sommet du pilier sont en parfait accord avec la somme des modes donnée par les figures 5.54 du pilier $\phi 150$. Pour S_0 , il ne fait aucun doute que les ondelettes se somment pour former une onde réfléchiée et aucun signal transmis. L'onde incidente semble n'avoir cédé que très peu d'énergie lors de cette interaction.

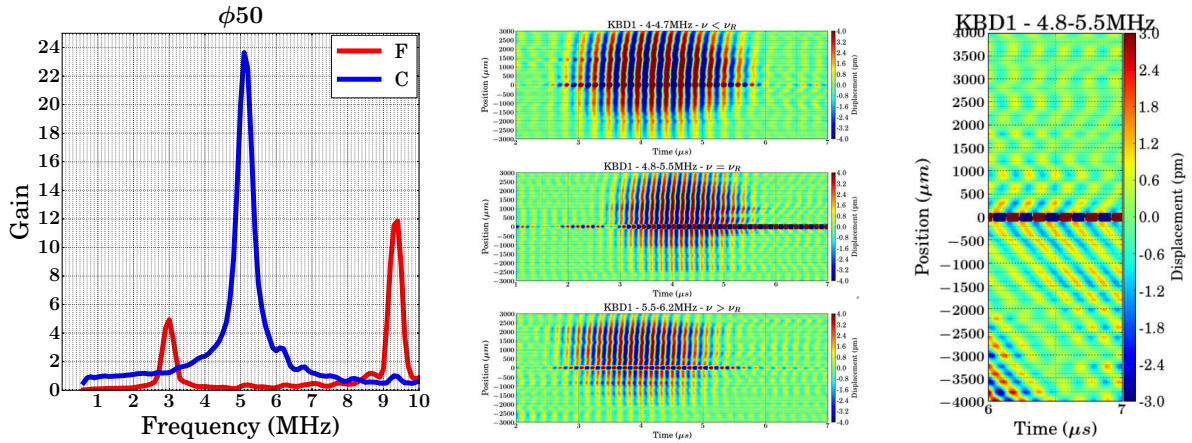
Concernant A_0 , lorsque l'on regarde la figure 5.55b, il semblerait que le phénomène attendu se produise entre $7\mu\text{s}$ et $8\mu\text{s}$. Entre ces deux instants, le pilier, visiblement déjà en mouvement, subit l'effet d'un nouvel écho qui se propage selon les X croissants. La phase au sommet du pilier se stabilise alors dès $t = 7\mu\text{s}$ sur une vibration qui semble celle d'une onde se propageant selon les X décroissants. Dans le champ transmis, l'onde incidente est fortement atténuée. Pour bien comprendre ce qui se passe, un agrandissement présenté sur la figure 5.55d a été réalisé. On constate qu'à partir de $7\mu\text{s}$, l'onde incidente est fortement atténuée dans le champ transmis par l'onde réémise et qu'elle finit par être moins intense que l'onde réémise qui produit alors entre $8\mu\text{s}$ et $8.5\mu\text{s}$ un champ transmis en opposition de phase par rapport au champ incident. Le phénomène est encadré par les deux traits noirs. Ce comportement du pilier est exactement celui anticipé par la combinaison linéaire des réponses de la figure 5.54 et il s'agit du comportement prévu

pour une cellule métamatériau. En effet, une cellule doublement négative autorise la propagation mais déphase le champ transmis. En son sein, de la réfraction négative est possible et finalement, cette phase au sommet y ressemble, au niveau microscopique.

Finalement, comme nous pouvions nous y attendre à l'issu de l'étude sur la diffusion des ondes A_0 et S_0 , le mélange des fréquences de résonance de deux modes polaires et dipolaires produit des résultats tout à fait étonnants, avec le cas de A_0 en accord avec celui d'une cellule métamatériau doublement négative (voir les résultats fondateurs de Ping Sheng p.1.4b).

5.8 Pilier $\phi 50$ et limite d'homogénéisation

La technique de gravure produit des piliers coniques d'angle $\alpha \sim 5^\circ$, conduisant à l'existence d'un diamètre limite. Les fréquences propres tendent toutes vers 0 lorsque le diamètre tend vers ϕ_{limite} . Les possibilités d'homogénéiser la structure semblent donc importantes proche de ϕ_{limite} . Cependant, pour de trop petits diamètres, les mesures des gains GF et GC ont révélé l'absence de gain, probablement du fait que le pilier est de moins en moins couplé avec la plaque. Au vue de la mesure de ces gains, il semblerait que le diamètre $\phi 50$ soit le plus petit diamètre présentant encore du gain de compression. A la fréquence ν_{C_0} , le facteur d'homogénéisation est supérieur à 10 pour ce pilier.



(a) Gains GF et GC du pilier de diamètre $\phi 50$. Les modes F_1 et C_0 de fréquences propres respectives $\nu \approx 3\text{MHz}$ et $\nu \approx 5\text{MHz}$ sont bien séparés.

(b) Cartographies le long de la direction Y au cours du temps pour trois domaines de fréquence situés avant, à et après résonance de compression C_0 . Le comportement en phase et l'ondelette sont parfaitement identifiables sur ce mode, rendant donc possible l'utilisation de ce pilier en tant que cellule élémentaire simplement négative.

(c) Cartographies le long de la direction X au cours du temps pour le domaine de fréquence autour de la résonance. On identifie bien la phase de l'onde réémise par rapport au sommet du pilier. Les modes de flexion ne produisent aucune ondelette.

FIGURE 5.56 – Gains du pilier $\phi 50$ en flexion et compression, et portrait de diffusion d'une onde de Lamb A_0 sur celui-ci.

Les caractéristiques du pilier sont résumées dans le tableau 5.8.

ϕ	h	e
$49 \pm 1\mu m$	$245 \pm 13\mu m$	$175 \pm 5\mu m$

TABLE 5.8 – Caractéristiques du pilier $\phi 50$.

Les gains en flexion et en compression du pilier sont rappelés sur la figure 5.56a. Les portraits de diffusion le long de la direction Y , perpendiculaire à la direction de propagation passant par le milieu du pilier, sont affichés sur la figure 5.56b.

Le mode de compression, de gain très important, produit bien une ondelette à la surface du silicium, de symétrie polaire, avec un facteur d'homogénéisation de $\approx \frac{2800}{5} \times \frac{1}{49} \approx 11$. Le facteur 10 est donc atteint avec ce pilier.

Les relations de phases entre l'onde incidente et l'onde réémise sont identiques à celles établies pour le pilier $\phi 150$.

Remarque : l'étude en puissance (p. ??) a révélé la présence d'un mode de flexion, noté F_A , fortement non linéaire car dépendant de l'amplitude de l'onde incidente, mais exactement de même fréquence que le mode de compression. Ceci n'a pas été étudié mais il se pourrait que le mode F_A produise une réémission dipolaire. Le pilier $\phi 50$ pourrait donc être une méta-cellule doublement négative (en accord avec le travail réalisé sur le pilier $\phi 100$).

5.9 Lignes de piliers $\phi 150$

5.9.1 Introduction - Principe d'Huygens-Fresnel

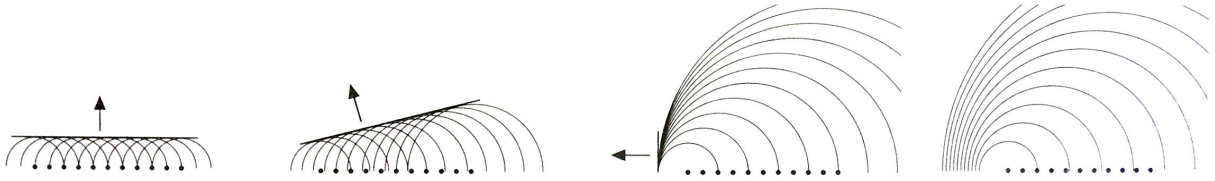


FIGURE 5.57 – Construction de Huygens pour des sources dont le déphasage augmente à partir de zéro, de la gauche de l'image vers la droite. L'interférence constructive à l'ordre 0 donne un front d'onde plan qui se propage. La forme de l'ondelette est caractérisée par la nature des sources représentées en noir. Dans le cas des piliers, il s'agit soit d'une ondelette circulaire, soit d'une ondelette dipolaire, autorisant la formation de deux fronts de part et d'autre de la ligne.

le principe d'Huygens-Fresnel stipule qu'en aval d'un front d'onde, l'onde reçue peut être considérée comme résultant d'ondes sphériques émises par chacun des points dudit front. Dans le cas du champ électromagnétique, ceci permet d'expliquer la propagation de la lumière par exemple comme résultant de l'excitation de sources secondaires ponctuelles fictives qui réémettent des ondelettes sphériques, ondelettes qui interfèrent pour construire le front d'onde suivant et ainsi de suite.

Provenant directement du principe de superposition (linéarité de l'équation d'onde), une assemblée de sources ponctuelles sous forme de lignes permet de produire un front d'onde plan.

Un premier système utilisant les cellules élémentaires piliers pour modifier la propagation d'une onde plane élastique de Lamb de type A_0 peut donc se présenter de façon simple sous la forme d'une ligne de piliers que l'on éclaire. Suivant les phases d'excitation des piliers, le front sera orienté suivant des directions différentes, en accord avec la construction de Huygens.

5.9.2 Caractéristiques de la ligne

La ligne étudiée est périodique de période a et est formée de 25 piliers dont les caractéristiques sont dans le tableau ci-dessous :

ϕ	h	a	e
$144 \pm 3\mu m$	$235 \pm 15\mu m$	$199 \pm 2\mu m$	$125 \pm 5\mu m$

TABLE 5.9 – Caractéristiques de la ligne de pilier $\phi 150$.

5.9.3 Conditions expérimentales

L'expérience consiste à envoyer un paquet d'ondes planes (sur plus de $3mm$), principalement de type A_0 , polychromatique entre $1 - 10MHz$, en incidence normale sur la ligne de piliers. Une cartographie du champ de déplacement est réalisée le long de l'axe X , de part et d'autre de la ligne, en passant par le pilier central, dont on mesure les déplacements aux points A et B afin d'extraire les gains GF et GC du pilier central. La ligne est cartographiée au niveau du centre afin de se rapprocher le plus possible des conditions d'une ligne infinie. Le schéma 5.58 résume la configuration expérimentale.

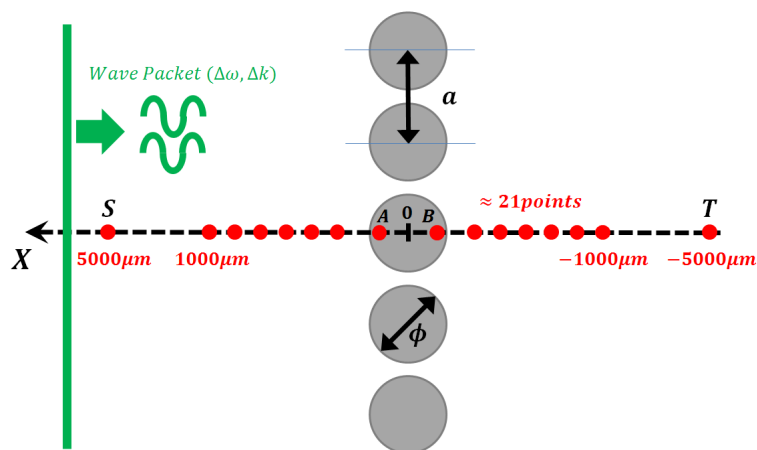
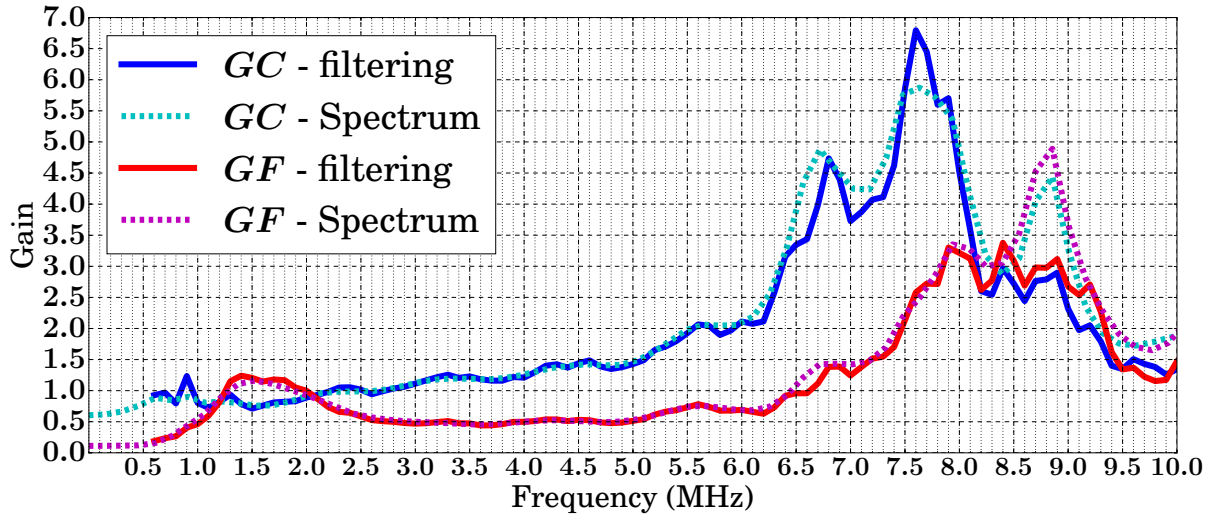


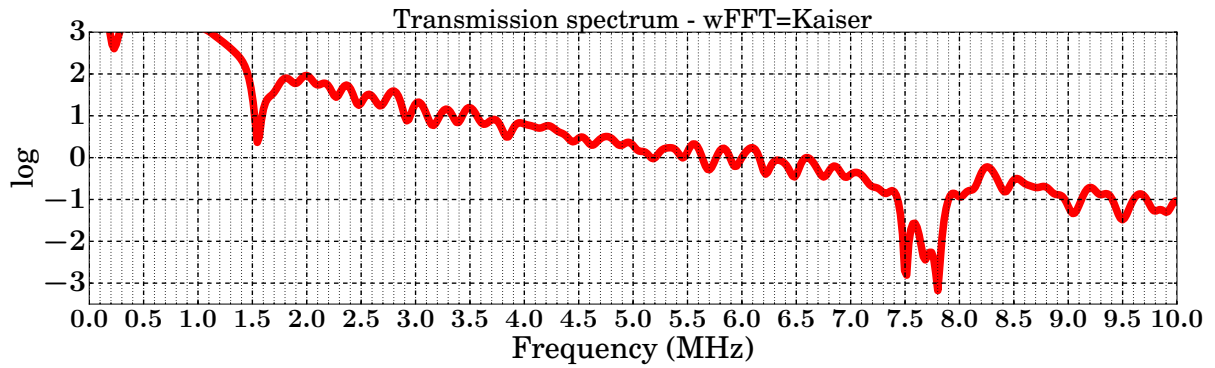
FIGURE 5.58 – Configuration expérimentale de l'étude de l'interaction d'une onde de Lamb A_0 en incidence normale sur la ligne de piliers $\phi 150$.

5.9.4 Données spectrales de la ligne

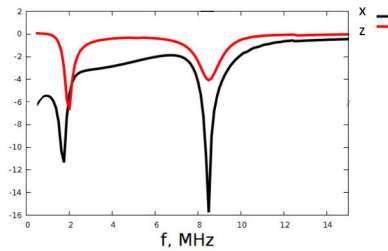
En mesurant le déplacement aux points S , T , A et B , on peut mesurer le spectre de vibration du pilier central de la ligne et le coefficient de transmission. Ces deux données sont sur la figure 5.59.



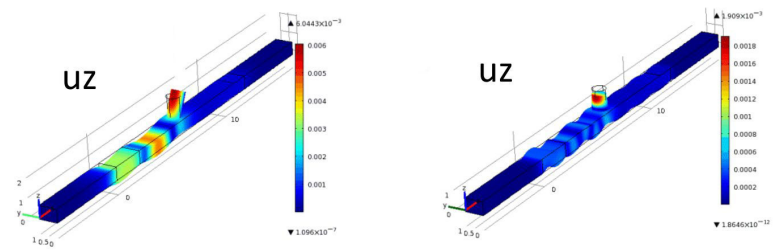
(a) Gains en flexion GF et en compression GC du pilier central de la ligne calculés à partir de filtrages (trait plein) ou de spectres (traits pointillés).



(b) Coefficient de transmission au point T à environ 5mm derrière la ligne. Des « zéros » de transmission apparaissent aux fréquences de résonance du pilier, avec un pic fin autour de $\sim 1.5\text{MHz}$ (mode F_0) et un pic beaucoup plus large centré à $\sim 7.7\text{MHz}$.



(c) Simulation numérique du coefficient de transmission au niveau d'une ligne de piliers $\phi 150$.



(d) Modes de vibration du pilier d'une ligne à la fréquence de $\sim 2\text{MHz}$ (à gauche) et à la fréquence de $\sim 8\text{MHz}$ (à droite). Ces vibrations correspondent aux mouvements des piliers au niveau des zéros de transmission.

FIGURE 5.59 – Ensemble de données sur la ligne de piliers $\phi 150$ éclairés par une onde A_0 polychromatique entre 0 – 10MHz .

Les gains en flexion et en compression (figure 5.59a) diffèrent de ceux mesurés sur le pilier isolé de même caractéristique, par la valeur de la fréquence des modes propres. Les valeurs des fréquences propres mesurées au sein de la ligne se rapprochent des valeurs

théoriques, et s'éloignent donc des mesures obtenues sur le pilier isolé. Ce phénomène peut se comprendre par le fait qu'au sein de la ligne, les pertes par rayonnement sont moins intenses pour le pilier puisque les voisins entretiennent le mouvement. Du coup, comme pour l'oscillateur harmonique, la fréquence de résonance augmente, pour tendre probablement vers la fréquence propre du cylindre plein en Si .

Les modes de vibration du pilier ont également été calculés et sont affichés sur la figure 5.59d. On retrouve pour le premier pic une vibration en accord avec celle du mode F_0 . Le second pic est associé à un déplacement du pilier présentant à la fois les caractéristiques du mode de compression C_0 et du mode de flexion F_1 .

5.9.5 Groupes de vibrations des piliers

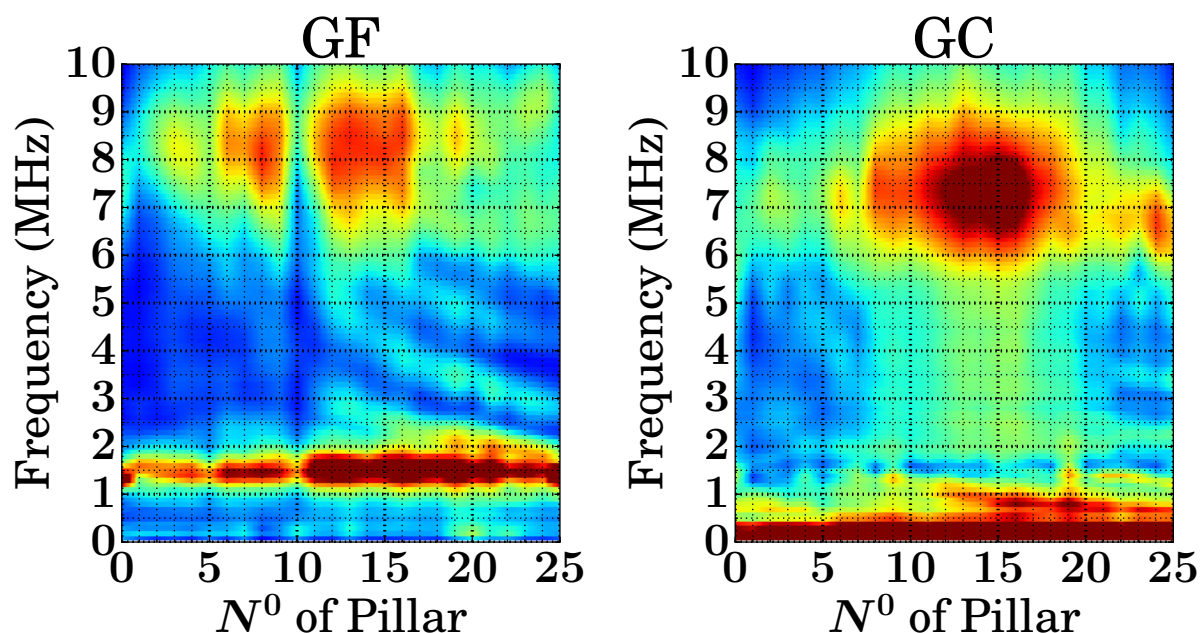
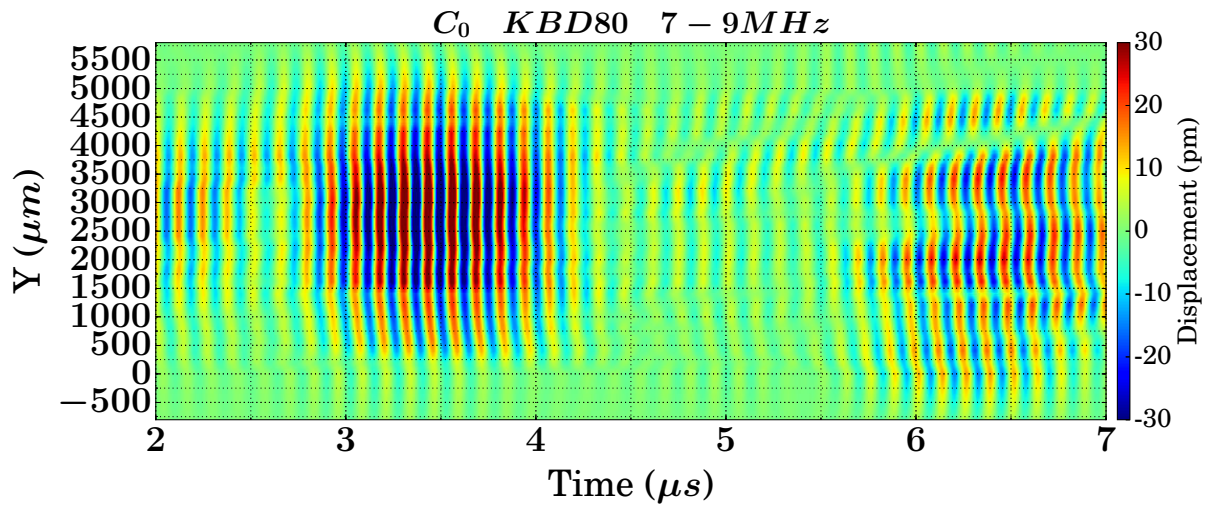


FIGURE 5.60 – Gains en flexions et en compressions mesurés au sommet des 25 piliers constituant la ligne. Le mode de flexion présente un zéro au niveau du pilier n^010 , là où le mode de compression semble d'amplitude maximale.

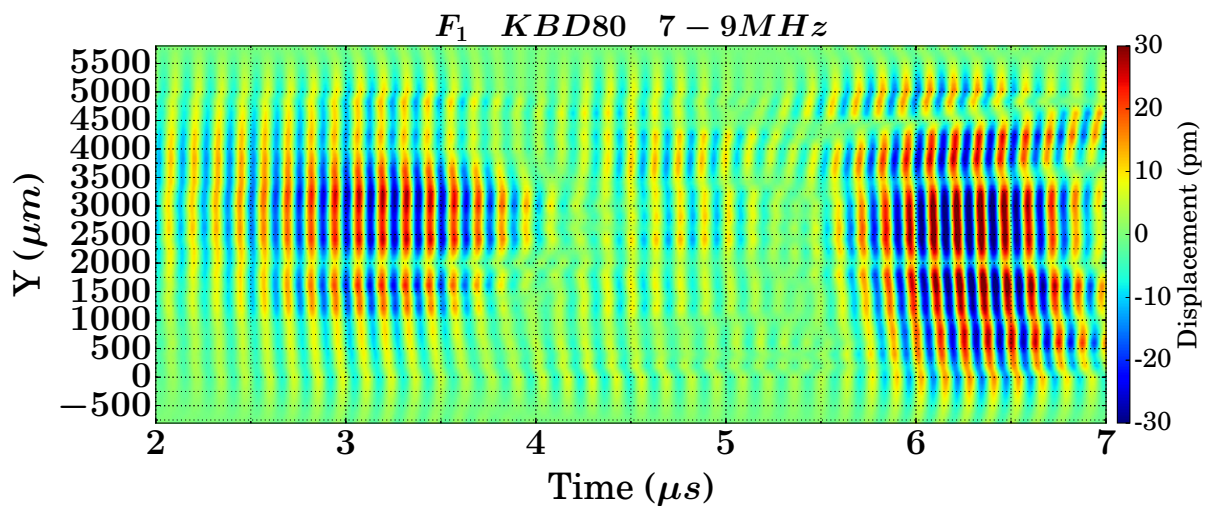
La simulation du coefficient de transmission (fig 5.59c) est en bon accord avec l'expérience (fig. 5.59b). La mesure expérimentale présente cependant une structure « dentelée » du pic en transmission à $\approx 7.7MHz$. La structure du gain (fig. 5.59a) autour des modes C_0 et F_1 fait apparaître également des oscillations. Ces mesures peuvent laisser penser à des phénomènes de couplage entre les piliers voisins de la ligne [116].

Par conséquent, pour essayer de comprendre l'origine de ce phénomène, une mesure a été menée au sommet de l'ensemble des piliers de la ligne pour étudier leur mode de vibration collectif sous incidence normale. Les gains ont d'abord été calculés. Les résultats sont sur la figure 5.60, sur laquelle on peut constater que GF et GC possèdent des symétries différentes et atypiques. Un pilier ne vibre pas du tout en flexion (pilier n^010), et il apparaît un groupe de piliers vibrant autour de celui-ci presque exclusivement en compression.

La figure 5.61 regroupe les cartographies des phases des modes F_1 et C_0 au sommet de tous les piliers. On retrouve que le pilier n^010 ne présente aucun déplacement à son sommet. De plus, on peut constater sur ces deux cartographies que les vibrations de flexion et de compression semblent « complémentaires ». Il semblerait qu'il y ait des groupes de piliers qui vibrent plutôt en compression (centre de la ligne) alors que les bords vibrent plutôt en flexion, ceci autour des fréquences $7 - 8MHz$, proche des modes C_0 et F_1 .



(a) Phases en compression.



(b) Phases en flexion.

FIGURE 5.61 – Phases des modes C_0 et F_1 au niveau des sommets de la ligne $\phi150$.

5.9.6 Résultats des cartographies

Autour du mode F_0

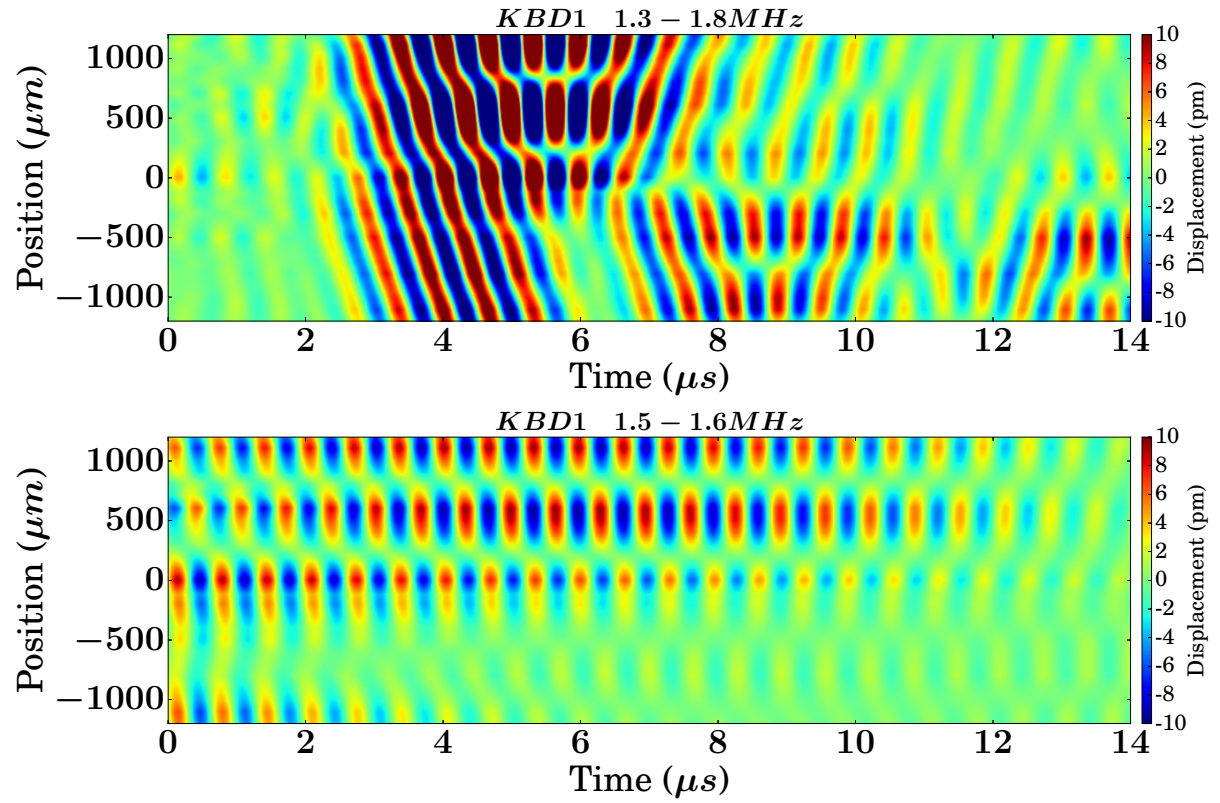


FIGURE 5.62 – Filtrage autour de la fréquence de résonance du mode F_0 . Le bandgap produit par l'interférence destructive entre l'onde dipolaire réémise et l'onde incidente est mesurable.

Le mode F_0 produit seul un bandgap important sur un domaine d'homogénéisation de l'ordre de 8.

Autour des modes C_0 et F_1

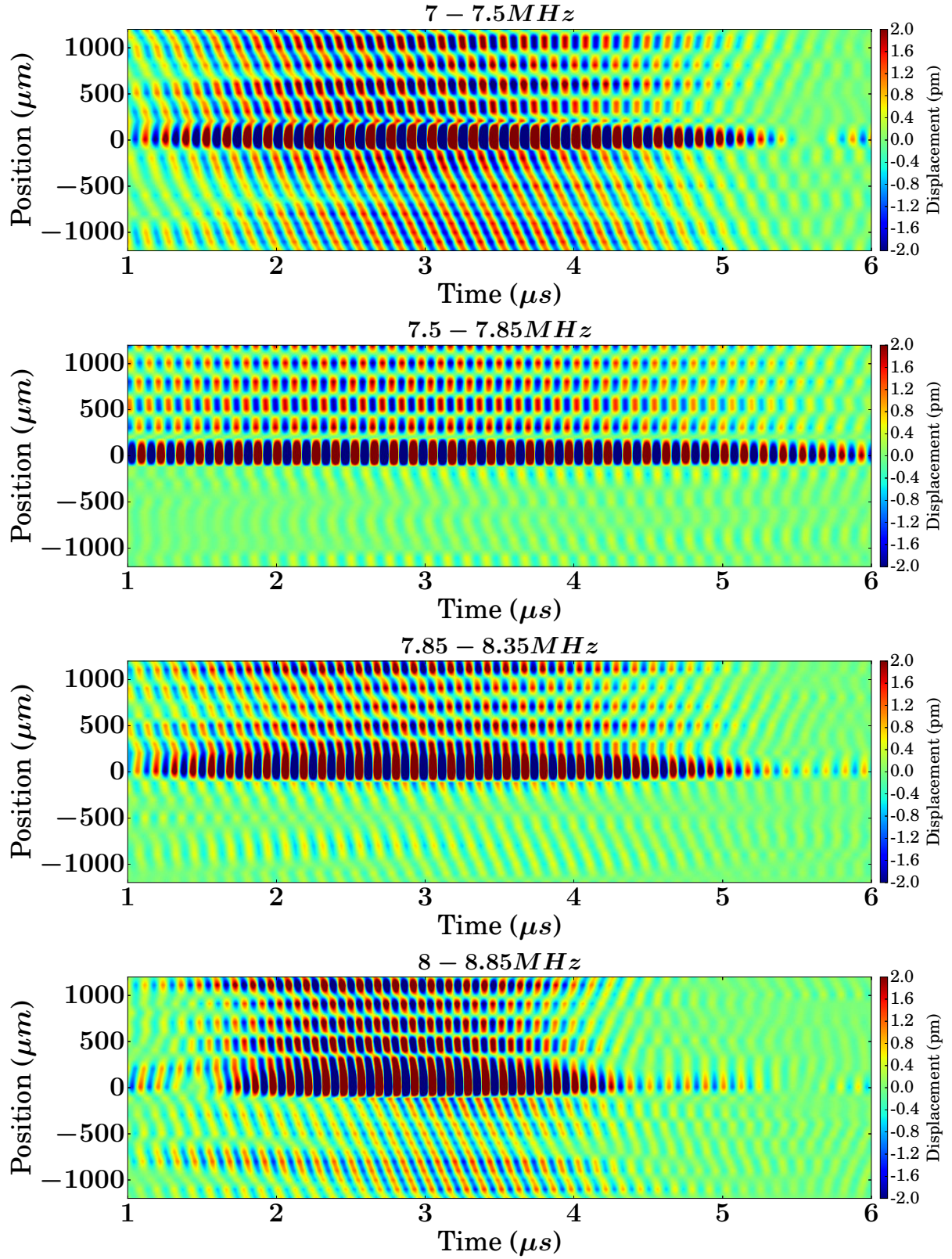


FIGURE 5.63 – Mesures spatio-temporelles de l'interaction d'un paquet d'ondes planes A_0 avec la ligne de piliers $\phi 150$ pour différentes bandes de fréquence autour du second zéro de transmission.

En accord avec les figures des gains 5.60 et du coefficient de transmission 5.59b, le zéro de transmission autour de $\sim 7.7MHz$ apparaît relié au mode C_0 . D'après l'étude du pilier isolé, il s'agit du domaine de fréquence que l'on pourrait qualifier d'anti-résonance. Le mode C_0 produit un zéro de transmission à sa fréquence de résonance. À cette fréquence, le gain en flexion GF_1 est déjà suffisant pour produire une interférence avec C_0 . En accord avec la figure 5.54, pour une fréquence telle que $\nu = \nu_{C_0}$ et $\nu \lesssim \nu_{F_1}$, le point A survibre et le point B s'annule. Pour une fréquence supérieure à ν_{C_0} et égale à ν_{F_1} , d'après la figure 5.54, on retrouve la même situation en changeant les rôles puisque cette fois-ci le mode de flexion est à résonance et il crée une ondelette réémise suffisamment intense pour atténuer le champ transmis alors que le mode C_0 , après résonance, annule la vibration au point B et construit celle au point A . Ce zéro de transmission devrait apparaître autour de $8.5MHz$, la fréquence du mode F_1 , ce qui n'est pas le cas.

Pour comprendre un peu mieux ce mode autour de $7.7MHz$, une cartographie du champ au niveau du centre de la ligne a été réalisée, ainsi qu'une simulation.

Animation du déplacement et quasi zéro au sommet

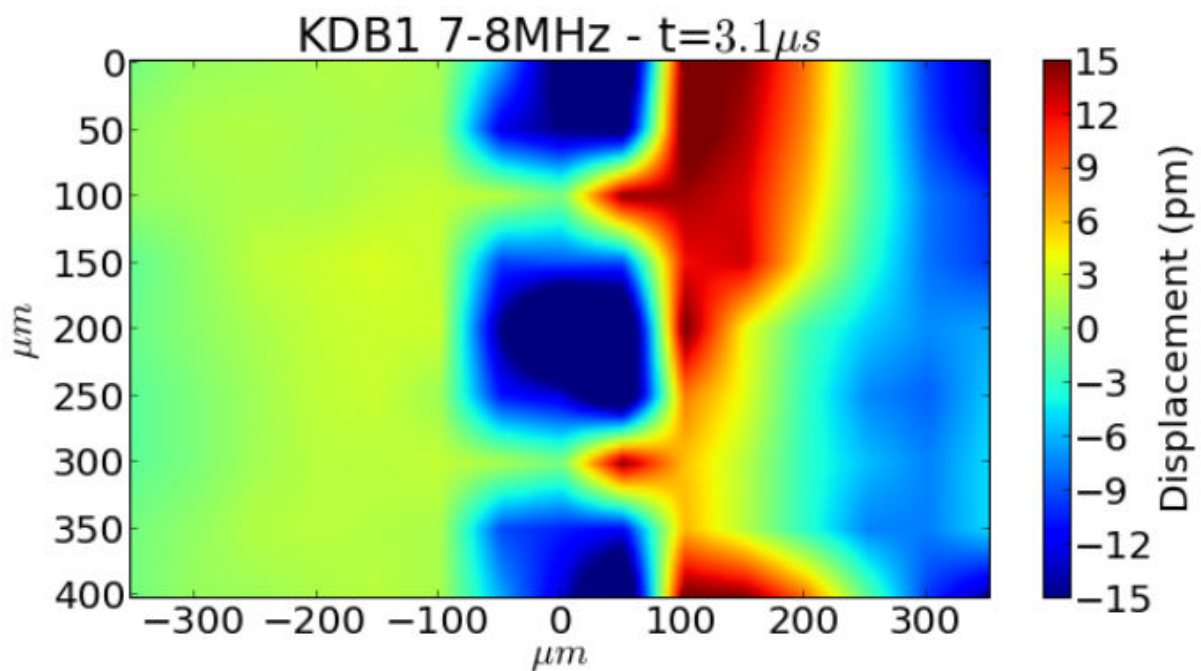


FIGURE 5.64 – Cartographie du champ de déplacement de part et d'autre de la ligne de pilier, entre $7MHz$ et $8MHz$. On remarquera que le bord du pilier dans le champ $X < 0$ vibre moins fort que le bord au plus près de la source. Cliquez sur l'image pour voir la vidéo des données expérimentales.

Cette cartographie montre clairement un fort champ réfléchi et un quasi zéro de déplacement au niveau du point B .

Simulation

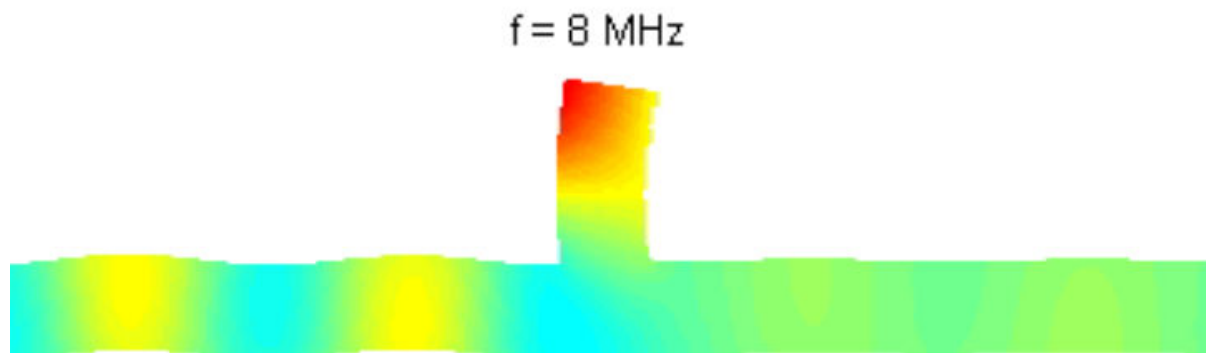
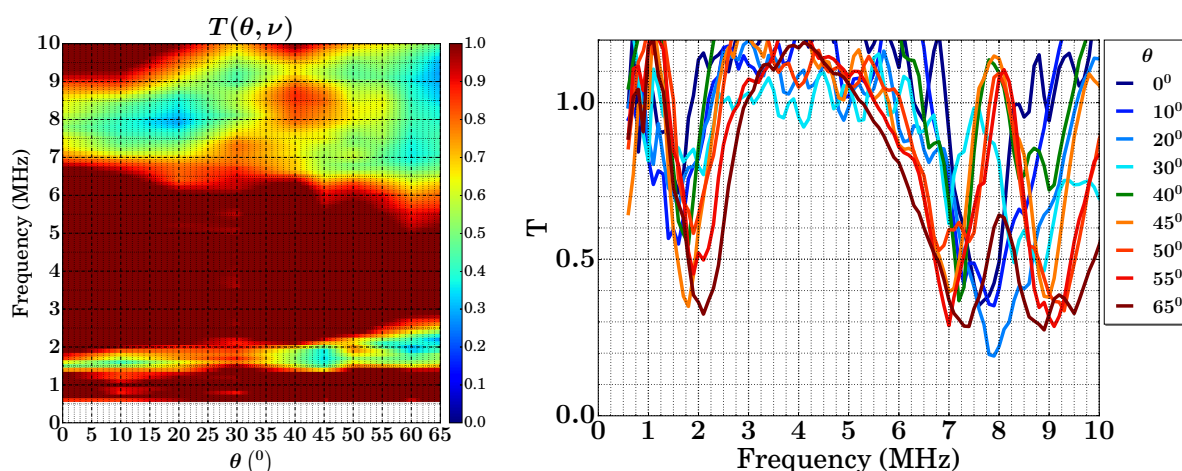


FIGURE 5.65 – Simulation du déplacement d'un pilier d'une ligne infinie à la fréquence de 8 MHz. Le pilier présente ce mouvement important du côté de l'onde incidente et un quasi zéro de déplacement partout sur l'arrière du pilier. Une léger fuite est visible. Cliquez sur l'image !

Cette simulation permet de confirmer la profondeur du bandgap créé par la ligne. En accord avec la mesure, l'arrière du pilier ne vibre quasiment pas par rapport à l'avant. Ce qui est de plus intéressant de constater sur cette simulation est que le zéro de déplacement est volumique, pas seulement localisé au sommet du pilier. Ce mode de vibration applique donc à la surface de l'échantillon une condition d'impédance identique à un point fixe. Ce qui explique sûrement le très fort zéro de transmission, plus que le mécanisme d'onde réémise.

5.9.7 Evolution du coefficient de transmission T en fonction de l'angle d'incidence



(a) T en fonction de θ . $\theta = 0^\circ$ correspond au cas de l'incidence normale.

(b) Coefficient de transmission T pour les différents angles d'incidence.

Dans l'hypothèse d'un couplage entre piliers de la ligne modifiant les fréquences de résonances de ceux-ci, et dans le but de séparer les modes C_0 et F_1 , la ligne de piliers a

été étudiée en transmission en fonction de l'angle d'incidence θ . En effet, une façon de modifier l'éventuel couplage est de changer l'angle d'incidence du paquet d'ondes sur la ligne. θ est défini entre la normale à la ligne et la direction de propagation de l'onde.

Les résultats entre 0 et 65° obtenus pour le coefficient de transmission sont présentés sur la figure 5.66b. On constate qu'avec l'angle, les fréquences des zéros de transmission bougent beaucoup, notamment celui à $1.5MHz$ associé au mode F_0 . Le second pic se révèle être une sorte de superposition des deux pics associés aux modes C_0 et F_1 seuls. Il s'agit donc bien d'une exaltation du zéro de transmission par conjugaison des effets des modes C_0 et F_1 autour de $8MHz$.

Il aurait été intéressant de regarder ce qui se passe autour de 30° , là où la transmission redevient proche de 1 avant de s'inverser à nouveau. Cette situation correspond t'elle à une égalité des fréquences de C_0 et F_1 ?

5.10 Ligne de pilier $\phi 50$

5.10.1 Caractéristiques de la ligne

Comme nous l'avons vu, le pilier $\phi 50$ possède un mode de compression susceptible de produire un bandgap. Une ligne périodique de ces piliers, dont le facteur d'homogénéisation > 10 , a donc été fabriquée et étudiée. Les caractéristiques de la ligne sont résumées ci-dessous. La configuration expérimentale est identique à celle de la ligne $\phi 150$.

ϕ	h	a	e
$48 \pm 1\mu m$	$263 \pm 10\mu m$	$100 \pm 1\mu m$	$150 \pm 5\mu m$

TABLE 5.10 – Caractéristiques de la ligne de piliers $\phi 50$.

5.10.2 Fréquences propres du pilier central

On mesure les gains GF et GC du pilier central de la ligne. Le résultat est sur la figure 5.67. On retrouve le mode de flexion F_1 à la fréquence $\nu_{F_1} = 3.1MHz$ et le mode de compression C_0 à la fréquence $\nu_{C_0} = 6.2MHz$. Le pic à $8.7MHz$ correspond probablement à l'harmonique F_2 . Comme prévu dans ce régime de puissance de la source, il n'y a pas de mode de flambage F_A .

Globalement, comme dans le cas du pilier de la ligne $\phi 150$, les fréquences de résonance du pilier central sont toutes supérieures à celle du pilier isolé.

Gain of Pillar $\phi = 50\mu m$ at the center of the line

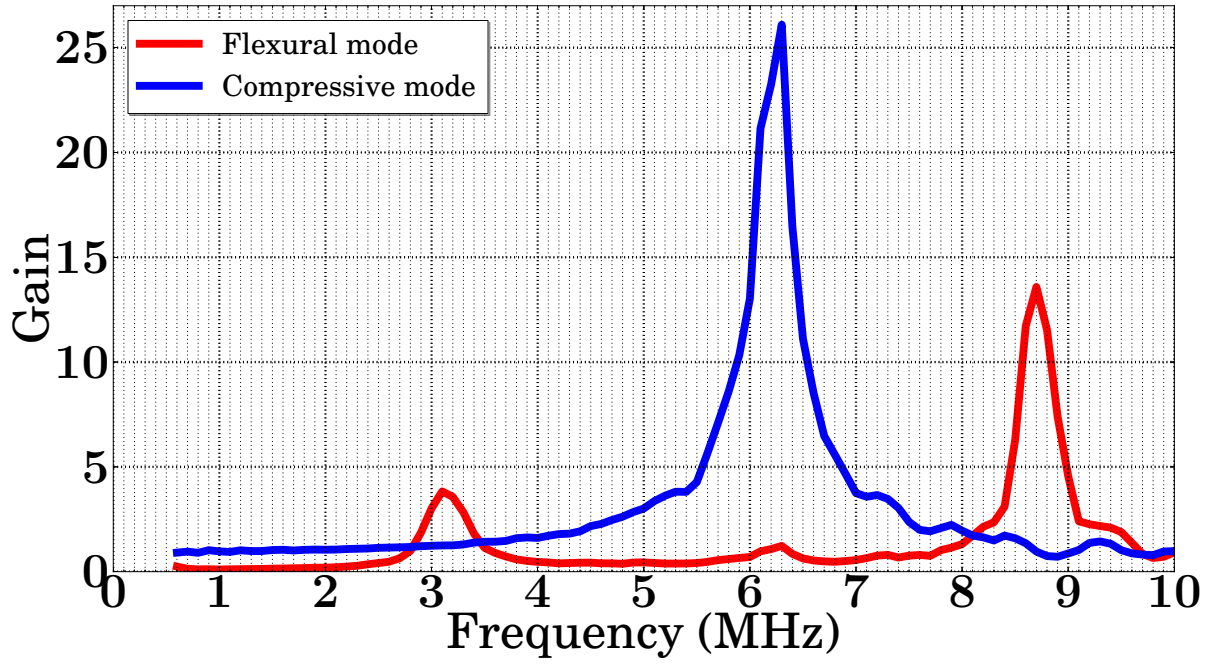


FIGURE 5.66 – Gains GF et GC du pilier $\phi 50$.

5.10.3 Coefficient de transmission T

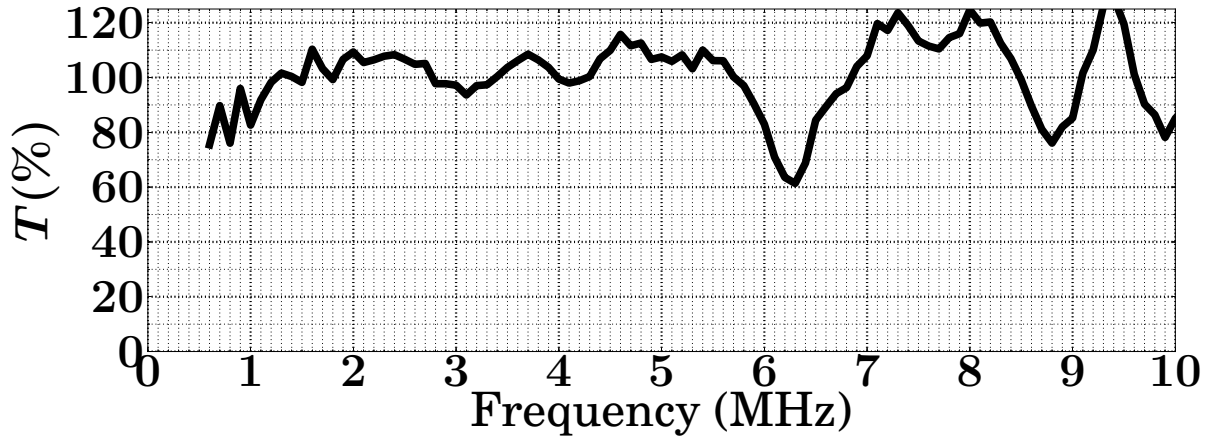


FIGURE 5.67 – Gains GF et GC du pilier $\phi 50$.

Le coefficient de transmission présente des minimums locaux aux niveaux des fréquences de résonances. Le « trou » de transmission le plus marqué correspond à la fréquence du mode de compression C_0 . Le mode de flexion F_2 , à la fréquence de $8.7 MHz$, produit également une atténuation en transmission. Le mode F_1 , de faible gain, produit une légère variation du coefficient de transmission, pas plus importante que le bruit.

5.10.4 Cartographies

Les cartographies confirment le comportement du pilier $\phi 50$ et le zéro de transmission. Trois filtrages sont réalisés de part et d'autre de $\nu_{C_0} = 6.2\text{MHz}$ (fig. 5.68).

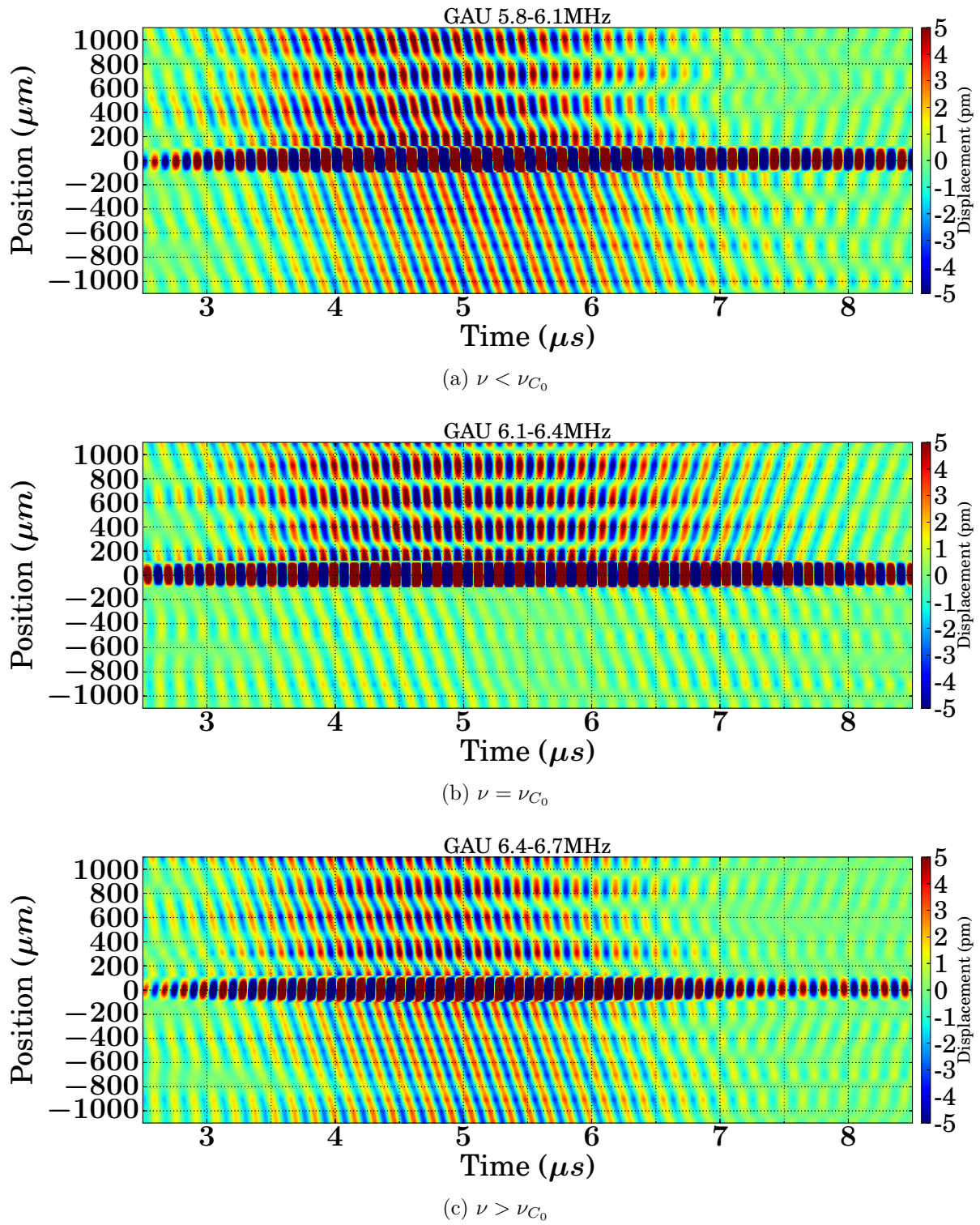


FIGURE 5.68 – Cartographies pour trois domaines de filtrage de fréquence centrale de part et d'autre de la résonance du mode C_0 .

Le domaine $5.8 - 6.1\text{MHz}$ (fig.5.68a) correspond au cas $\nu < \nu_{C_0} = 6.2\text{MHz}$. À ces fréquences, le sommet du pilier vibre en phase avec l'onde incidente. La diffusion est très faible et n'affecte pas l'onde incidente.

Entre $6.1 - 6.4\text{MHz}$ (fig.5.68b), on a $\nu \approx \nu_{C_0} = 6.2\text{MHz}$, régime de fréquence de la diffusion résonante. Chaque pilier vibre en quadrature de phase par rapport à l'onde incidente et émet une ondelette en opposition de phase par rapport à cette dernière. L'onde réémise dans le champ transmis est donc une onde plane en opposition de phase par rapport à l'onde incidente. Il y a donc interférence destructive dans le champ transmis, avec une atténuation quasi totale (seuil du bruit de la détection). L'onde incidente d'amplitude 5pm est transmise avec une amplitude ne dépassant pas 1pm . L'atténuation est donc supérieure ou égale à 15dB . Pour une plaque d'épaisseur $e = 150\mu\text{m}$, à 6.2MHz , la longueur d'onde des ondes de Lamb A_0 est de $\lambda = 500\mu\text{m}$; soit un facteur d'homogénéisation de l'ordre de 10 pour cette ligne. Il est donc possible, avec une ligne de piliers 10 fois plus petite que la longueur d'onde, de créer un bandgap d'efficacité de l'ordre de -15dB pour une onde A_0 de fréquence voisine 6MHz . Le cristal phononique du chapitre 4 ne fait pas mieux avec une épaisseur de 10 longueurs d'onde! Par contre, le bandgap de la ligne est très étroit spectralement comparé au bandgap du cristal phononique.

Après la résonance (fig.5.68c), le sommet du pilier vibre bien en opposition de phase par rapport à l'onde incidente. Le pilier n'émet plus rien : l'onde incidente passe en cédant une petite partie de son énergie à la mise en vibration du pilier.

5.11 Conclusion et perspectives

La détermination des modes propres de vibration d'un pilier isolé de silicium sur plaque de silicium a permis de mettre en évidence la présence de modes fondamentaux de flexion, de compression et de torsion. Entre $0 - 10\text{MHz}$, pour des piliers de tailles caractéristiques $\phi \sim 100\mu\text{m}$ et $h \sim 250\mu\text{m}$ et de formes presque cylindriques, les modes de flexion F_0 et F_1 ont pu être mesurés, ainsi que le mode de compression C_0 . Les modes de flexion se caractérisent par une symétrie de déplacement dipolaire dans le pilier, et notamment à son sommet. Le mode de compression se caractérise par une vibration de symétrie polaire. Pour des fréquences proches de la résonance, ces modes présentent du gain.

L'étude de la diffusion des ondes de Lamb A_0 et S_0 sur un pilier isolé de diamètre $\phi 150$ a mis au jour la présence d'une ondelette réémise par le pilier, principalement de type A_0 et de symétrie identique à celle du mode dont elle est issue. Le mode de compression agit comme une source ponctuelle en produisant une ondelette circulaire en quadrature de phase par rapport à l'onde incidente. Les modes de flexion produisent un rayonnement dipolaire analogue à celui d'une antenne, déphasé de 0 à $[\pi]$ par rapport au sommet du pilier. Ces résultats sont résumés page 164 pour le pilier $\phi 150$ et ils ont été retrouvés pour les piliers $\phi 100$ et $\phi 50$.

Ce mécanisme de diffusion par processus de réémission est fondamental et l'interaction d'un mode S_0 avec le pilier aura permis grâce aux vitesses de phase différentes de l'observer et de constater que l'onde incidente traverse le pilier qui à résonance réémet une ondelette qui interfère avec l'onde incidente pour produire le champ qualifié de diffusé.

Par rapport à l'onde incidente, les modes de flexion et de compression ont un compor-

tement identique à celui d'un oscillateur harmonique, respectivement vis-à-vis d'une force orthogonale et colinéaire à l'axe de révolution du pilier. Par conséquent, à résonance, le mode de flexion se situe au sommet de l'onde de Lamb alors que le mode de compression au niveau du flan. Les simulations ont montré une parfaite équivalence entre le système *pilier sur plaque* et le système modèle d'un cylindre isolé. Ceci permet de voir le système pilier sur plaque comme une masse posé sur un ressort attaché à la surface.

L'étude des relations de phases entre le sommet du pilier, l'onde incidente et l'onde réémise a mis en évidence la possibilité de produire une interférence destructive dans le champ transmis à résonance de flexion et de compression, se traduisant macroscopiquement par une description en terme de masse volumique ou de compressibilité effective négative.

Le pilier $\phi 100$, possédant une unique fréquence de résonance pour les modes F_1 et C_0 , s'est révélé être une cellule élémentaire métamatériau possédant une double négativité pour les ondes de Lamb A_0 .

Finalement des structures formées de ligne de piliers ont été fabriquées afin de construire l'effet des ondelettes (principe de Huygens-Fresnel). Une ligne constituée de piliers de diamètre $\phi 50$ présente un bandgap autour de 6MHz d'environ -15dB pour une épaisseur dix fois plus petite que la longueur d'onde. La ligne de piliers de diamètre $\phi 150$ a permis de vérifier l'impact de F_0 et de constater que le mélange de modes peut conduire à des effets tels que l'anti-résonance.

L'une des caractéristiques recherchée pour le métamatériau est qu'il doit pouvoir être accordable en fréquence, et fonctionner sur une large gamme de fréquences. La configuration « pilier » autorise potentiellement ce genre d'amélioration en envisageant par exemple d'échauffer la surface du sommet du pilier pour modifier la fréquence de résonance et ainsi décaler le bandgap, voir l'élargir dans le cas d'un mélange de modes.

Conclusion générale

La propagation des ondes et leur contrôle est un enjeu majeur. Les applications couvrent des domaines allant de la santé à la défense en passant par les télécommunications ou encore le bâtiment. Une onde mécanique est le résultat d'un processus de couplage entre un état de cisaillement sans changement de volume et un état avec changement de volume sans cisaillement. Ce résultat de la théorie de l'élasticité découle directement du théorème de Helmholtz pouvant s'appliquer à la fonction d'onde nécessairement d'énergie finie. Finalement ce résultat se généralise à toutes les ondes et il a pour application majeur qu'un contrôle efficace de la propagation passe par la mise en place de deux états de vibration. Si l'on est capable de modifier localement l'état avec changement de volume puis l'état sans changement de volume, on modifie alors à souhait la propagation. C'est ce phénomène qui a été utilisé avec le premier métamatériau optique. Il fut le résultat de l'assemblage d'une boucle de courant avec une antenne microscopique permettant de modifier par la réémission d'une onde secondaire le rayonnement incident. Pour atteindre ce résultat, il fut nécessaire de trouver des éléments électromagnétiques résonants avec des tailles caractéristiques plus petites que la longueur d'onde rayonnée. L'invention de la boucle *SRR* conduisit au concept de métamatériau en ce sens qu'il est le produit d'une fabrication contrôlée d'un assemblage de résonateurs répondant à des besoins précis. Il dépasse le cristal photonique par le fait que ses motifs résonnent en dessous de la longueur d'onde de l'onde se propageant dans le milieu.

Le projet ANR *METACTIF* a pour objectif la conception et la caractérisation d'un métamatériau acoustique. C'est dans ce projet que s'est inscrit cette thèse.

La problématique du projet peut se résumer en constatant que l'expression de la vitesse de propagation des ondes dans les solides n'interdit pas à la masse volumique et à la compressibilité d'être toutes deux négatives. Comment concevoir un matériau dans lequel la masse volumique et la compressibilité effectives seraient toutes les deux négatives vis-à-vis d'une onde se propageant dans le milieu ?

L'approche mise en place pour fabriquer un métamatériau pour les ondes élastiques fut d'adopter la démarche consistant à étudier les propriétés de cellules mécaniques élémentaires puis de les assembler afin d'obtenir les propriétés souhaitées. Concrètement, il s'agissait d'étudier l'interaction d'une onde de Lamb avec un résonateur mécanique. L'étude a été restreinte au cas $2D$ des ondes de Lamb dans les plaques de silicium, pour des domaines de fréquences allant de $1MHz$ à $10MHz$.

Deux structures ont été proposées : des paires de trous et des piliers sur silicium. Les paires de trous sont utilisées dans les cristaux phononiques, les lentilles à gradient d'indice : elle présentait un fort potentiel. Elles ont été étudiées à la suite d'une étude s'inscrivant dans le cadre de l'interaction acousto-optique. À cette occasion, la dynamique de formation des modes d'une cavité a été étudiée et analysée. Les propriétés du bandgap

ont été interprétées en termes de réflexion de Bragg grâce au comportement résonant de la paire de trous, identifié comme cellule élémentaire du cristal. Il est finalement ressorti que le déphasage de l'onde réémise par la paire était constant autour de la fréquence de résonance, égale à $\frac{\pi}{2}$. Ne répondant pas au critère d'homogénéisation exigé par le projet, cette structure aura permis de définir le cahier des charges d'une cellule métamatériau, à savoir d'être homogénéisable à résonance afin de permettre l'obtention d'un comportant soit « bandgap » dans le cas d'une simple négativité, soit de transmission retrouvée avec déphasage de π du signal transmis par rapport à l'onde incidente dans le cas d'une double négativité.

La seconde structure proposée pour atteindre le métamatériau acoustique fut le système pilier de silicium sur silicium. Ce système présente l'avantage de ne pas être matériau dépendant, d'être simple à fabriquer dans de grandes quantités, et de faire l'objet d'une riche littérature exposant les potentialités de ce type de structure. L'étude de la diffusion a consisté à établir les relations de phase entre l'onde incidente, le champ rayonné et le pilier isolé. Sachant que les régimes de diffusion dépendent fortement de la fréquence, et notamment des fréquences de résonance de la structure, une première étude du gain du pilier fut menée. Pour pouvoir y arriver, il s'est avéré nécessaire de travailler en impulsionnel (source blanche acoustique) et d'établir le minimum de points de mesure pour obtenir l'information. Grâce aux simulations numériques, il fut démontré que deux points suffisaient, rendant ainsi possible l'étude d'environ 60 piliers isolés sur plaques de silicium. Cette étude a permis d'établir les relations entre les fréquences de résonance et le diamètre, la hauteur et l'épaisseur du système, et a révélé une anomalie de verticalité liée à la gravure par technique *DRIE*. Cette anomalie s'est traduite par la gravure de piliers en forme de cône avec l'apparition d'un diamètre limite, limitant l'homogénéisation au cas du pilier $\phi 50$ (facteur 10). L'étude de l'interaction d'une onde de type A_0 et S_0 pour des fréquences entre $0MHz$ et $10MHz$ a permis de mettre en évidence un mécanisme responsable de la modification du champ transmis. L'onde incidente traverse le pilier pratiquement sans céder d'énergie à celui-ci. À résonance, le gain du pilier est maximal. Le pilier est alors dans un état de survibration qui se traduit par la réémission d'une onde de symétrie identique à sa vibration. Dans le cas d'une vibration polaire (mode de compression) l'onde réémise est circulaire. Dans le cas d'une vibration de flexion, l'onde réémise est dipolaire. Ce mécanisme de réémission est commun à de nombreux phénomènes de diffusion, dont celui d'une onde électromagnétique sur un atome. Finalement, l'analyse des vibrations du pilier permet de conclure que celui-ci possède un comportement vis-à-vis de l'onde incidente analogue à un système masse-ressort (oscillateur harmonique) qui rayonne une onde par couplage avec la plaque. Ce terme de couplage est responsable d'une diminution des fréquences de résonance par rapport aux fréquences propres théoriques d'un cylindre plein en silicium.

Bien que l'origine profonde des résonances mécaniques n'ait pas été étudiée en détail, l'ondelette identifiée a permis d'envisager quelques applications simples et efficaces pour un premier contrôle de la propagation. Le système proposé fut une ligne de piliers ordonnés. En effet, d'après le principe d'Huygens-Fresnel, ce type de système devait permettre de produire une onde plane de phase égale à celle des ondelettes la constituant. C'est bien ce qui a été observé. La ligne s'est révélée être une barrière sonore de trois à dix fois plus petite que la longueur d'onde et avec un taux de transmission inférieur à 20%. Avec l'angle, cette ligne s'est révélée être un miroir acoustique quasi parfait. Lors de l'étude,

un phénomène d'anti-résonance a été observé avec une exaltation de la réflectivité de la ligne, faisant chuter le taux de transmission en dessous de 10%.

Au vue de l'ensemble des résultats sur le pilier, celui-ci peut être qualifié de cellule élémentaire métamatériau à compressibilité effective négative lorsqu'il vibre sur son mode de compression (changement de volume) et à masse effective négative lorsqu'il vibre sur son mode de flexion. Lorsqu'il vibre à la fois sur un mode de compression et sur un mode de flexion (cas du pilier $\phi 100$), il permet de retrouver la propagation avec un signal transmis en opposition de phase par rapport à l'onde incidente : ce système peut donc être considéré comme une première brique élémentaire vers un métamatériau $2D$ pour les ondes élastiques de Lamb de type A_0 .

Remerciements

Chaleureux remerciements à mon directeur de thèse, M. Bernard Bonello, et à tous les membres de l'équipe *Acoustique pour les Nanosciences* de l'Institut des Nanosciences de Paris pour leur aide et encadrement au cours de cette thèse.

Sincères remerciements à M. Bahram Djafari-Rouhani, professeur des Universités, et aux membres de son équipe de l'Université Lille 1 pour leur collaboration à la partie simulation numérique du projet.

Remerciements également à l'ensemble de l'équipe de la salle blanche MIMENTO de l'Institut Femto-St de Besançon pour leur accueil et leur aide à la gravure lors de la fabrication des échantillons sur wafer de silicium.

Merci également au centre national de la recherche scientifique et à la direction générale de l'armement pour leur soutien dans le cadre du programme ANR METACTIF dans lequel s'inscrit ce travail de thèse.

Annexe A

Traitement du signal

Cette annexe présente les principaux programmes développés durant la thèse pour l'analyse des signaux. Leur fonctionnement est illustré sur l'exemple simple d'un paquet d'ondes gaussien bruité numériquement.

Au cours de la thèse, le traitement du signal a été réalisé dans l'environnement de travail *IPython* [117] qui offre les avantages majeurs de pouvoir utiliser de nombreux langages informatiques, de conserver une trace du travail réalisé dans une page *HTML* et de permettre de nouvelles exploitations du travail de façon très simple ; le tout dans un environnement agréable tournant sur serveur.

A.1 Génération de deux tableaux pour l'illustration du fonctionnement des programmes

Il s'agit de générer un paquet d'ondes gaussien de fréquence centrale $\nu_0 = 5MHz$, de largeur à mi-hauteur $\Delta\nu = 0.5MHz$, avec une vitesse de phase de $V_\phi = 3000m.s^{-1}$ et de groupe $V_g = 5000m.s^{-1}$. Ces valeurs sont très proches de celles d'un paquet d'ondes de type A_0 sur silicium.

Numériquement, il est possible de générer un bruit blanc en fréquence à l'aide de la fonction semi-aléatoire *random.normal* de la bibliothèque *Numpy*.

On crée deux tableaux, l'un de référence noté M , l'autre noté MN correspondant au tableau M bruité. Les fonctions de traitement du signal seront appliquées sur le tableau bruité MN et les résultats comparés aux données de M . Ces tableaux contiennent 32 colonnes. La première correspond à la base de temps, les autres aux mesures du déplacement en différents points de l'espace.

A.1.1 Fonction d'affichage *imshow*

Une façon efficace d'afficher le contenu des matrices M et MN est d'utiliser la fonction *imshow* de la bibliothèque *matplotlib*. Cela revient à considérer la matrice comme une image. Deux cas sont à distinguer :

- la matrice est de pas constant en ligne et en colonne (les pas en ligne et en colonne peuvent être différents). On peut alors utiliser *imshow* sans aucun traitement. Seul

la fonction *extent* de *imshow* sera à définir convenablement pour retrouver l'information.

- la matrice est de pas variable en ligne et/ou en colonne. Il est alors nécessaire d'interpoler. Les fonctions *interp1D* de *numpy* ou *imresize* de *scipy* peuvent convenir. Suite à de nombreux tests, le meilleur choix semble celui de *interp1D* qui permet de conserver l'information et de présenter un large choix de fonctions d'interpolation.

Finalement, dans les deux cas, il est utile d'interpoler. Il est même préférable d'utiliser *interp1D* aux fonctions *interpolation* de *imshow* qui ont tendance à produire des « aberrations » sur l'image (modification de position notamment). En conclusion, même lorsque le pas est constant, on utilisera toujours la fonction *interp1D* en colonne, correspondant à une interpolation spatiale des données (selon le temps, la fréquence d'échantillonnage constante $f_e > 1GHz$ ne nécessite pas d'interpolation).

Interpolation 1D

```

1  xM=linspace(0,5*3000./5,M.shape[1]-1)
2  # Fonctions d'interpolation
3  U1=sp.interpolate.interpld(xM,M[:,1:],kind='linear',axis=1)
4  U2=sp.interpolate.interpld(xM,MN[:,1:],kind='linear',axis=1)
5
6  xnew=linspace(xM[0],xM[-1],xM.shape[0]*5)
7
8  Mnew=U1(xnew)
9  MNnew=U2(xnew)
10
11 #Bornes affichage pour la fonction extent - Base de temps et position
12 t0=(M[0,0]-(M[1,0]-M[0,0])/2.)*1e6
13 tend=(M[-1,0]-(M[1,0]-M[0,0])/2.)*1e6
14 x0=xnew[0]-(xnew[1]-xnew[0])/2 # interpolation de pas fixe par xnew
15 xend=xnew[-1]+(xnew[1]-xnew[0])/2

```

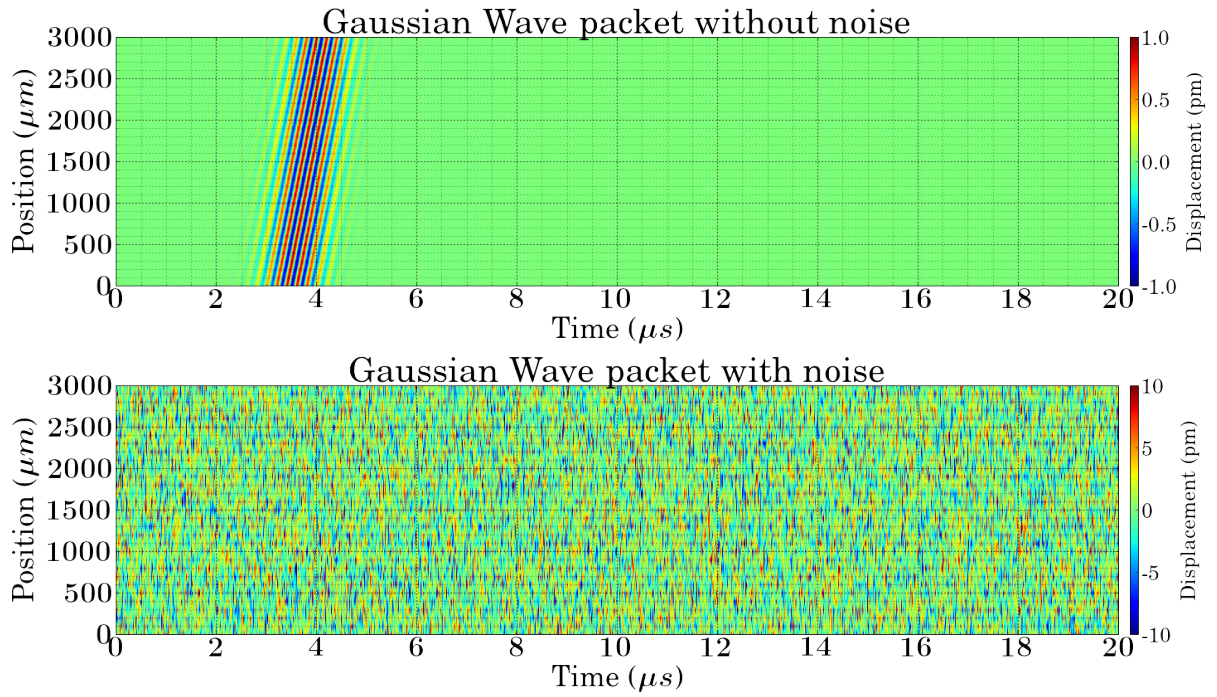
script d'affichage

```

1  fig=figure(figsize=(20,10))
2  fig.subplots_adjust(bottom=0,top=1,left=0,right=1,hspace=0.4)
3
4  imshow(Mnew.T,aspect='auto',origin='upper',interpolation='nearest',cmap=cm.jet,
5         vmin=-1,vmax=1,extent=[t0,tend,xend,x0])
6  title('Gaussian Wave packet without noise')
7  xticks(arange(0,22,2))
8  yticks(arange(0,4000,500))
9  xlim([0,20])
10 ylim([0,3000])
11 xlabel('Time ($\mu s$)',labelpad=10)
12 ylabel('Position ($\mu m$)',labelpad=10)
13
14 grid(which='major',linewidth=1)
15 grid(which='minor',linewidth=0.5)
16 gca().xaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(0.5))
17 gca().yaxis.set_minor_locator(MultipleLocator(100))
18
19 cbar=colorbar(pad=0.01,shrink=1.,aspect=30,ticks=frange(-1,1,0.5),format='%.1f')
20 cbar.ax.set_ylabel('Displacement (pm)',labelpad=10,fontsize=25)
21 cbar.ax.tick_params(labelsize=25)

```

À tout instant et quelle que soit la position, le signal utile est complètement bruité dans la matrice *MN*.

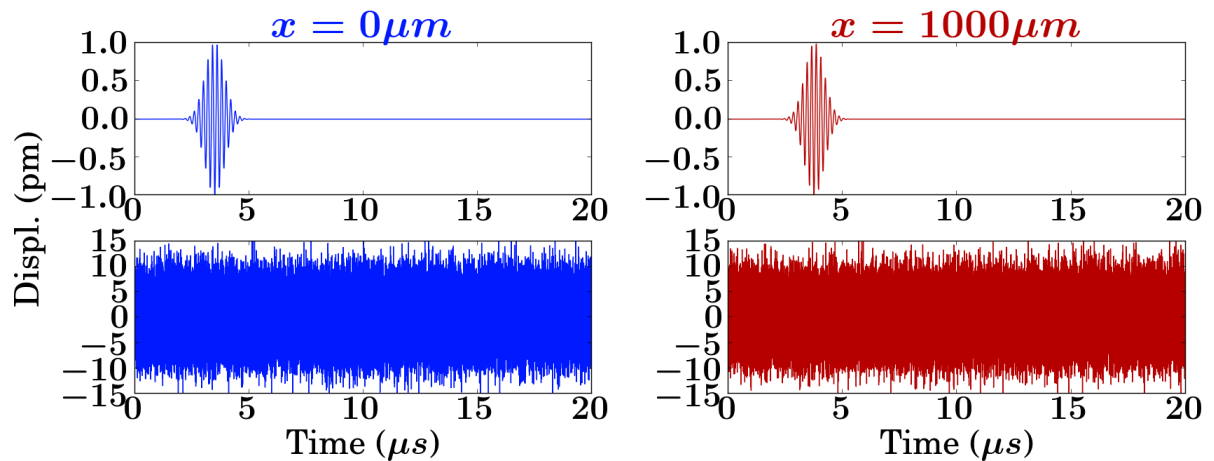


A.1.2 Fonction d'affichage *plot*

```

1 fig=figure(figsize=(15,5))
2 fig.subplots_adjust(bottom=0,top=1,left=0,right=1,hspace=0.3,wspace=0.3)
3 fig.text(-0.1, 0.5, 'Displ. (pm)', ha='center', va='center', rotation='vertical')
4
5 plot(M[:,0]*1e6,M[:,1],lw=1,ls='-',color=cm.jet(1.5/10.))
6 title(r'$x=0 \mu m$',color=cm.jet(1.5/10.))
7 yticks(arange(-2,2,0.5))
8 ylim([-1,1])

```



Le bruit ajouté à la matrice M est suffisant pour « masquer » complètement le signal à $\nu_0 = 5\text{MHz}$.

A.2 Scripts des principaux programmes développés

Les programmes sont rédigés dans le langage de programmation *python*. Ils utilisent l'algorithme de FFT (Fast Fourier Transform) fourni par la bibliothèque *NUMPY*. Cette algorithme, historiquement développé par les laboratoires Bells, permet d'étudier en fréquence et de filtrer les signaux mesurés. La documentation de l'algorithme de FFT utilisé est accessible à l'adresse suivante <http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/routines.fft.html#module-numpy.fft>

A.2.1 FFT

Appel de la fonction : ***FFT(VAM,ti,tj,NFFT,wFFT)***

En-tête

Ce programme de base possède le même nom que l'algorithme de *Fast Fourier Transform* car il repose sur cet algorithme. Il retourne l'amplitude complexe de la Transformée de Fourier d'un tableau. Le résultat est un tableau complexe contenant en première colonne les fréquences et en seconde colonne les amplitudes spectrales complexes.

Les paramètres de la fonction sont :

- **VAM** : matrice contenant un vecteur colonne temps et des vecteurs colonnes de mesure de la variable $u(t, x_0)$ correspondant au déplacement absolu en x_0 , un point à la surface de l'échantillon.
- **ti, tj** : temps de début et de fin du signal.
- **NFFT** est un entier contrôlant l'option de *zero-padding* de l'algorithme de FFT. Il permet au final de lisser le spectre. Valeurs typiques NFFT=2 jusqu'à 6.
- **wFFT** : chaîne de caractères ou numéro correspondant au choix de la fenêtre pour le calcul de la FFT. Il s'agit du paramètre de *windowing*. Suivant le choix de la fenêtre, l'apodisation est plus ou moins importante. Les choix de fenêtres possibles sont les suivants :
 - Rectangular = 'rec'
 - Hanning = 'han'
 - Hamming = 'ham'
 - Bartlett = 'bar'
 - Blackman = 'black'
 - Gaussian = 'gau'
 - Nuttall = 'nut'
 - Kaiser = 'kasier'

Pour rappel, les coefficients de la fonction Kaiser sont reliés aux fonctions classiques de la façon suivante :

- ★ $n=0$ équivalent à la fonction *porte*.
- ★ $n=4.7$ équivalent à la fonction *Bartlett*.
- ★ $n=5$ équivalent à la fonction *Hamming*.
- ★ $n=6$ équivalent à la fonction *Hanning*.
- ★ $n=8.6$ équivalent à la fonction *Blackman*
- ★ $n=3$ est un excellent compromis amplitude-rebond intermédiaire entre la fonction *porte* et *Bartlett*

- n = entier - Paramètre β de la fonction KBD.

Remarque : Pour les fonctions Kaiser et KBD, voir http://en.wikipedia.org/wiki/Kaiser_window

Code

```

1  import numpy as np
2  import numpy.fft as npfft
3  import scipy.signal as sps
4
5  def FFT(VA_M,ti,tj,NFFT,w_FFT):
6      # I. Troncature du signal entre ti et tj
7      fe=1/(VA_M[1,0]-VA_M[0,0])
8      k=np.where(VA_M[:,0]<=ti)[0][-1]
9      l=np.where(VA_M[:,0]<=tj)[0][-1]
10
11     X=VA_M[k:l+1,1:] # Colonnes des mesures (tronquees entre ti et tj)
12     #*****
13     # II. Definition des fonctions d'apodisation
14     L=X.shape[0] # nombre de lignes (=nb de points temporels)
15     if w_FFT=='rec':
16         w=np.ones((L,1))
17     elif w_FFT=='han':
18         w=np.hanning(L)
19     elif w_FFT=='ham':
20         w=np.hamming(L)
21     elif w_FFT=='bar':
22         w=np.bartlett(L)
23     elif w_FFT=='black':
24         w=np.blackman(L)
25     elif w_FFT=='gau':
26         w=sps.gaussian(L,0.1*L)
27         # gaussian(M,std,sym=True) Return a Gaussian
28         # window of length M with standard-deviation std
29     elif w_FFT=='nut':
30         w=sps.nuttall(L)
31         # A minimum 4-term Blackman-Harris window according to Nuttall.
32     elif w_FFT=='flat':
33         w=sps.flatop(L)
34     elif w_FFT=='slepian':
35         w=sps.slepian(L,3)
36     elif w_FFT=='kaiser':
37         w=np.kaiser(L,3)
38     # Par default, beta=3
39     else:
40         w=KBD(L,w_FFT)
41     #*****
42     # III. Definition du coefficient de zero-padding et creation
43     #      du vecteur frequence
44     #* Zero-padding *#
45     if NFFT==0:
46         nFFT=X.shape[0]
47         # Pas de zero-padding => nFFT est egale au nombre de lignes de X
48         # (X=troncature de VA_M)
49     else:
50         p=ceil(log(len(X))/log(2)+NFFT)
51         # returns the smallest power of two that is greater than or
52         # equal to the absolute value of A. (That is, p that satisfies
53         # 2^p >= abs(A)). This function is useful for optimizing FFT
54         # operations, which are most efficient when sequence length
55         # is an exact power of two. NFFT est un parametre pour rajouter
56         # des 0 dans le zero-padding
57         nFFT=int(2**p)
58         #* Definition du vecteur frequence *#
59         freq=np.complex128(fe*npfft.fftfreq(nFFT))
60         #frequences de 0 a f_echantillonnage/2 (th. Shannon)

```

```

1  # IV. CALCUL FFT
2  Y=npfft.fft(X*w.reshape(-1,1),nFFT,axis=0)
3  # Transformee de fourrier de X interpole par padding (2^L)
4  # et fenetrage w.
5
6  # Rq1 : le produit * est realise en colonne du moment que w
7  # est un vecteur colonne ; grace a cette commande, on peut
8  # calculer la TF d'une matrice en colonne.
9
10 # Rq2 : le zero-padding est une fonction d'interpolation (lissage),
11 # ce qui ne rajoute pas d'information au signal.
12
13 return np.concatenate((freq.reshape(-1,1),Y),axis=1)

```

Cette fonction fait appel à la fonction *KBD* qui calcule la fenêtre à partir des fonctions *Kaiser* définies dans la bibliothèque *numpy*, en accord avec la définition suivante http://en.wikipedia.org/wiki/Kaiser_window.

```

1 def KBD(M,beta):
2     #M : dimension du tableau - beta : parametre de la fonction
3     w=np.concatenate((np.kaiser(M,beta)[:M-1],np.zeros((2,))-np.kaiser(M,beta)[1:M-1]))
4     s=np.sqrt(np.abs(np.cumsum(w,dtype=float)))/sqrt(sum(np.kaiser(M,beta)))
5
6     kbd=np.delete(s,np.s_[1::2],0)
7
8     return kbd

```

A.2.2 Spectre

```

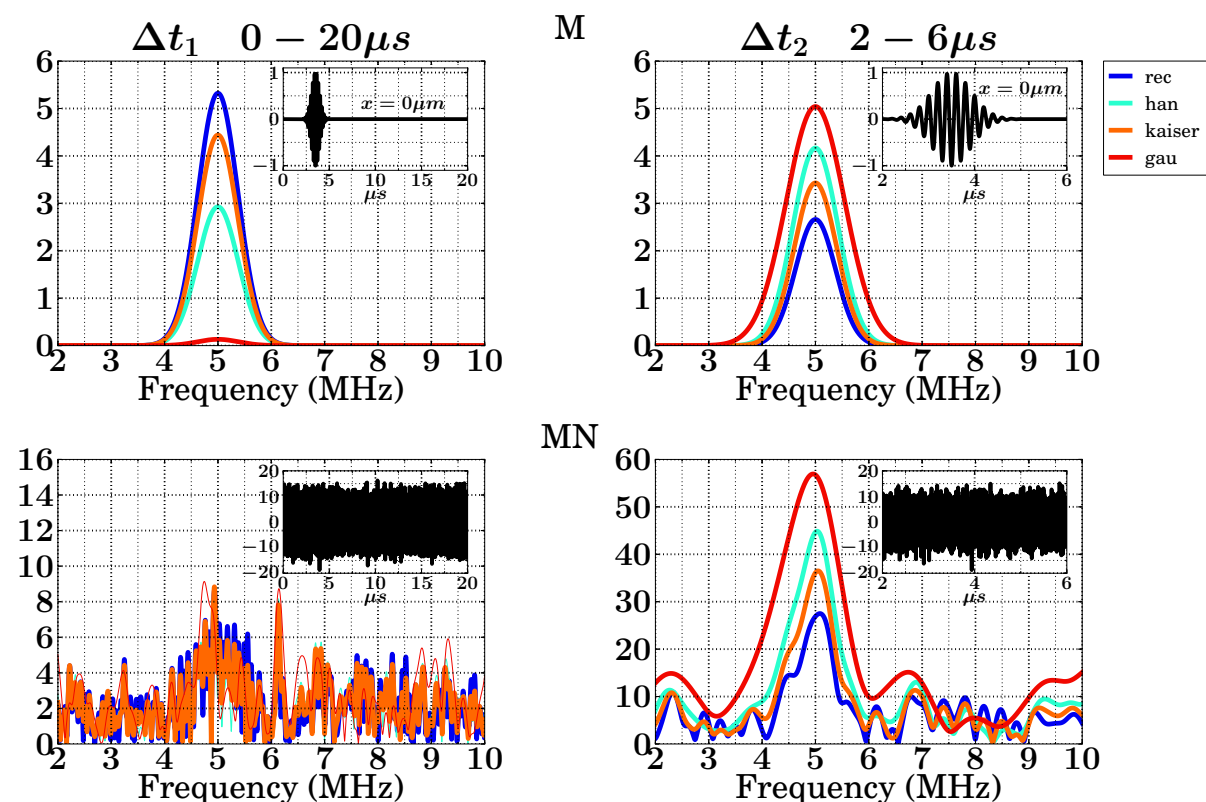
1 def Spectre(VA_M,ti,tj,f1,f2,NFFT,w_FFT):
2     fe=1/(VA_M[1,0]-VA_M[0,0])
3     L=floor((tj-VA_M[0,0])*fe)-floor((ti-VA_M[0,0])*fe)+1
4     # Calcul de TF avec FFT
5     fftVAM=FFT(VA_M,ti,tj,NFFT,w_FFT)
6     nFFT=fftVAM.shape[0] # nb de lignes de la FFT
7     freq=fftVAM[0:nFFT/2,0].real # Selection des frequences utiles reelles
8     i_f1=np.nonzero(freq<=f1)[0][-1] # Calcul des indices associes a f1 et f2
9     i_f2=np.nonzero(freq<=f2)[0][-1] # pour troncature de y.
10    Y=fftVAM[0:nFFT/2,1:] # Selection des composantes utiles sur 0:nFFT/2
11                           # en frequence et en amplitude.
12    # Normalisation du spectre par le facteur 2/sum des fonctions d'apodisation
13    if w_FFT=='rec':
14        y=2*Y/L
15    elif w_FFT=='han':
16        y=2*Y/sum(np.hanning(L))
17    elif w_FFT=='ham':
18        y=2*Y/sum(np.hamming(L))
19    elif w_FFT=='bar':
20        y=2*Y/sum(np.bartlett(L))
21    elif w_FFT=='black':
22        y=2*Y/sum(np.blackman(L))
23    elif w_FFT=='gau':
24        y=2*Y/sum(sps.gaussian(L,0.1*L))
25    elif w_FFT=='nut':
26        y=2*Y/sum(sps.nuttall(L))
27    elif w_FFT=='flat':
28        y=2*Y/sum(sps.flattop(L))
29    elif w_FFT=='slepian':
30        y=2*Y/sum(sps.slepian(L,3))
31    elif w_FFT=='kaiser':
32        y=2*Y/sum(np.kaiser(L,3))
33    else:
34        y=2*Y/sum(KBD(L,w_FFT))
35
36    return np.concatenate((freq.reshape(-1,1)[i_f1:i_f2+1],np.abs(y[i_f1:i_f2+1,:])),axis=1)

```

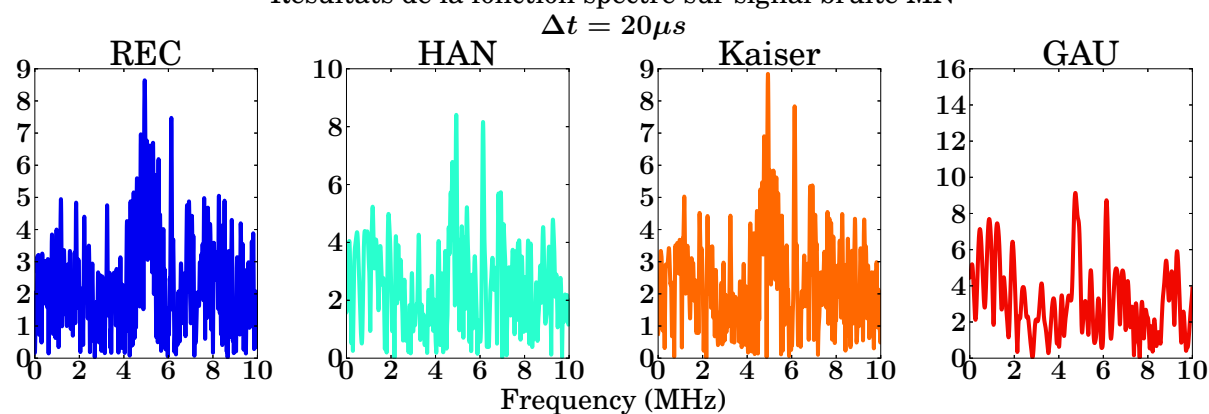
À partir du programme *FFT*, on obtient facilement le spectre d'un tableau. Le pro-

gramme ci-dessus présente la méthode pour ce calcul.

Application à M et MN



Resultats de la fonction spectre sur signal bruité MN



- Sur le signal non bruité M , la fonction spectre calculée sur la fenêtre temporelle de $\Delta t_1 = 20 \mu s$ ou $\Delta t_2 = 4 \mu s$, quelle que soit la fenêtre d'apodisation, permet de mesurer la fréquence à $5 MHz$. La largeur à mi-hauteur varie suivant la fenêtre. La fenêtre gaussienne est la moins efficace avec Δt_1 mais la plus efficace avec Δt_2 . La fenêtre *Kaiser* est quasiment insensible aux paramètres de base de temps pour le calcul.

- Sur le signal bruité, pour $\Delta t_1 = 20\mu s$, l'absence de fenêtre d'apodisation (fenêtre *REC*) et la fenêtre Kaiser permettent de distinguer un pic à $5MHz$. La fenêtre *HAN* donne ensuite le meilleur résultat. La fenêtrés *GAU* échoue. Pour Δt_2 , toutes les fenêtres permettent d'identifier la présence d'un pic de signal autour de $5MHz$. Les fenêtres affectent différemment la forme du pic avec parfois la position du maximum du pic légèrement décalé (jamais plus de 5% sur cet exemple).

Le résultat du calcul du spectre dépend donc à la fois de la fenêtre d'apodisation utilisée et des bornes temporelles utilisées. Sur une large base de temps, pour des signaux de quelques microsecondes, avec *Han* ou *Gau*, il est quasiment impossible d'identifier le signal ; *Rec* et *Kaiser* y parviennent à peine. Si la base de temps était plus grande, on ne verrait rien.

Ce résultat provient directement du fait que la densité spectrale du bruit est constante dans le temps alors que celle du signal utile est localisée, donc bien plus faible que celle du bruit (théorème de Wiener–Khintchine).

A.2.3 PassBand

Appel de la fonction : *PassBand(VAM,ti,tj,NFFT,wFFT,f1,f2,wPassBand)*

En-tête

Ce programme réalise une opération de transformée de Fourier suivie d'une transformée de Fourier inverse. La fonction *PassBand* réalise donc un filtrage en fréquence du signal. Suivant les bornes en fréquence, il peut s'agir d'un filtrage de type passe-bande, passe-haut ou passe-bas.

Les paramètres de la fonction :

- **VAM** : matrice contenant un vecteur colonne temps et des vecteurs colonnes de mesures de l'amplitude de l'onde $u(t)$ que l'on souhaite filtrer.
- **ti,tj** : bornes de temps pour le calcul du filtrage. Convention : $t_i < t_j$ (s).
- **NFFT** : entier pour le *zero-padding*. Ce paramètre permet de diminuer considérablement le temps de calcul de la FFT et FFT-1.
- **wFFT** : fenêtre pour l'étape de calcul de la FFT. Toutes les fenêtres du programme *FFT* sont au choix.
- **f1,f2** : fréquences de coupures du filtre. Convention : $f_1 < f_2$ (Hz).
- **wPassBand** : fenêtre de l'étape de calcul de la FFT-1. Les fenêtres suivantes sont possibles : [rec,gau,han,ham,nut,bar,black,kaiser,KBD].
- **VAMf** : matrice complexe contenant les données filtrées avec le vecteur temps en première colonne. La partie réelle de ce tableau correspond aux données de la mesure du déplacement filtré.

Références :

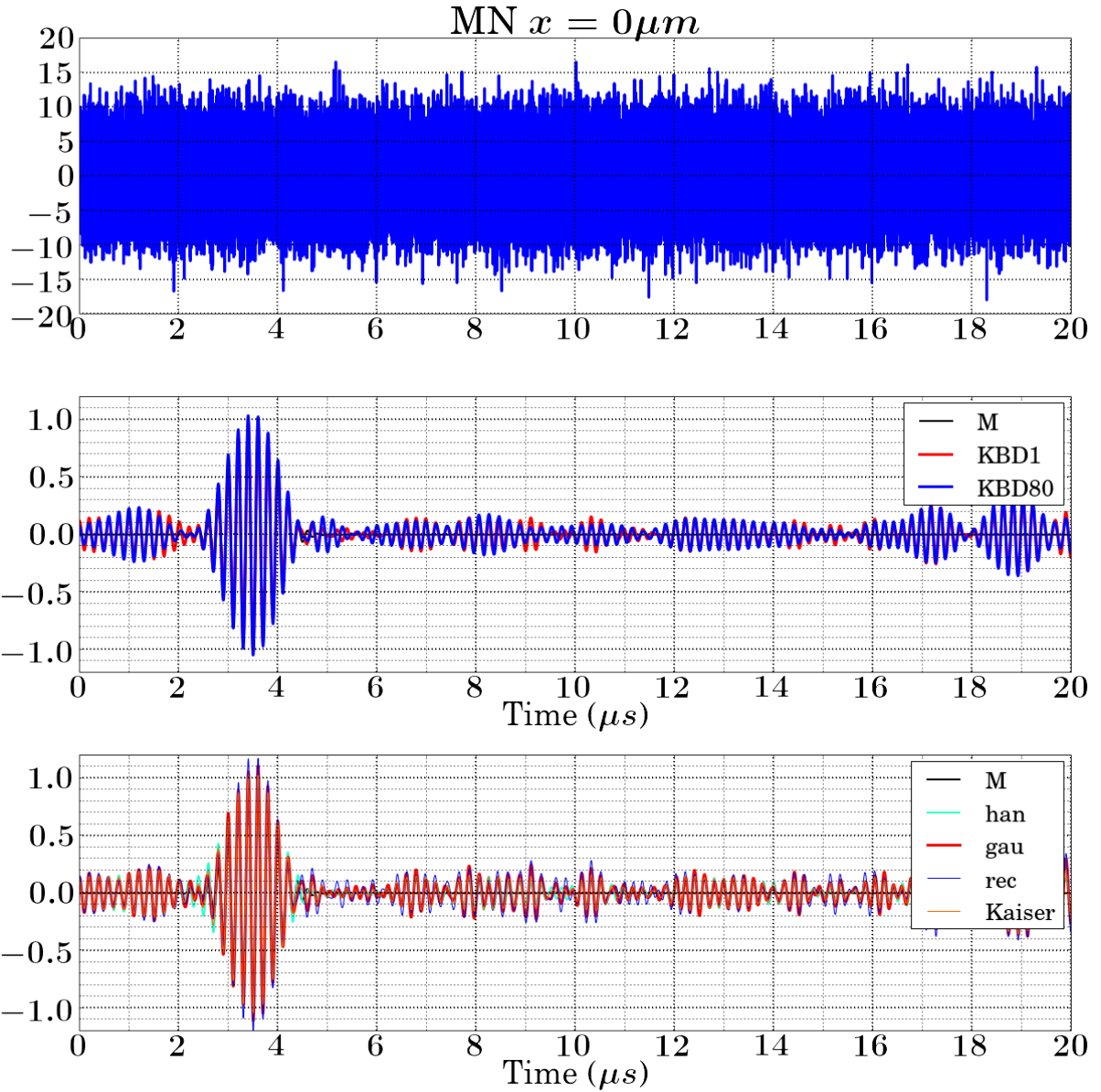
<http://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/signal.html>
http://en.wikipedia.org/wiki/Filter_design

Code

```
1 def PassBand(VA_M,ti,tj,w_FFT,f1,f2,w_PassBand):
2     # Vecteur temps (troncature)
3     t1=VA_M[0,0]
4     fe=1/(VA_M[1,0]-t1)
5     k=floor((ti-t1)*fe)
6     l=floor((tj-t1)*fe)
7     t=VA_M[k:l+1,0].reshape(-1,1)
8
9     # FFT
10    fftVAM=FFT(VA_M,ti,tj,NFFT,w_FFT) # Prendre NFFT>=1
11    n=fftVAM.shape[0]
12    f=fftVAM[0:n/2,0].real
13    Y=fftVAM[:,1:]
14
15    # FILTRE wfilter
16    #* Definition des indices des frequences *#
17    i_f1=np.nonzero(f<=f1)[0][-1]
18    i_f2=np.nonzero(f<=f2)[0][-1]
19
20    #* Definition des filtres wfilter *#
21    if w_PassBand=='rec':
22        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.ones((i_f2-i_f1+1,1)),
23        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
24    elif w_PassBand=='gau':
25        b=float((i_f2+i_f1)/2)
26        c=float((i_f2-i_f1+1)/(2*sqrt(2*log(2))))
27        x=np.array(range(n))
28        w_filter=2*np.exp(-(x-b)**2/(2*c**2)).reshape(-1,1)
29    elif w_PassBand=='han':
30        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.hanning(i_f2-i_f1+1).reshape(-1,1),
31        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
32    elif w_PassBand=='ham':
33        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.hamming(i_f2-i_f1+1).reshape(-1,1),
34        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
35    elif w_PassBand=='bar':
36        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.bartlett(i_f2-i_f1+1).reshape(-1,1),
37        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
38    elif w_PassBand=='black':
39        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.blackman(i_f2-i_f1+1).reshape(-1,1),
40        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
41    elif w_PassBand=='nut':
42        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.nuttall(i_f2-i_f1+1).reshape(-1,1),
43        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
44    elif w_PassBand=='kaiser':
45        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),np.kaiser(i_f2-i_f1+1,3).reshape(-1,1),
46        np.zeros((n-i_f2-1,1))))
47    else:
48        w_filter=2*np.concatenate((np.zeros((i_f1,1)),
49        KBD(i_f2-i_f1+1,w_PassBand).reshape(-1,1),np.zeros((n-i_f2-1,1))))
50
51    # FILTRAGE
52    VA_M_f=npfft.ifft(Y*w_filter,axis=0)
53
54    # Troncature de VA_M_f et calcul de la base de temps
55    i_ti=np.where(VA_M[:,0]<=ti)[0][-1]
56    i_tj=np.where(VA_M[:,0]<=tj)[0][-1] + 1
57    m=VA_M[i_ti:i_tj,:].shape[0]
58    VA_M_f=Mf[0:m,:]
59    t=np.linspace(ti,tj,m).reshape(-1,1)
60
61    return np.concatenate((t,VA_M_f),axis=1)
```

Application

```
1 MNf1=PassBand2(MN[:,0:2],MN[0,0],MN[-1,0],1,'rec',4e6,6e6,1)
```



Le filtrage permet d'extraire le paquet d'ondes du signal MN alors qu'il est invisible dans les données brutes. Quel que soit le choix de la fenêtre, le signal ressort du bruit. Les phases aux bords du paquet d'ondes sont légèrement affectées et de façon différente suivant les fenêtres. On préférera les fenêtres de type KBD ou gaussienne qui fournissent le meilleur résultat du point de vue des phases.

Contrairement au spectre, le filtrage retourne l'amplitude absolue du paquet.

A.2.4 Spectrogrammes

Le spectrogramme est un véritable outil d'investigation pour l'analyse fréquentielle. Il s'agit d'une image des fréquences d'un signal, en fonction du temps. L'amplitude spectrale correspond au code couleur.

Il est possible de calculer le spectrogramme de deux façons différentes :

1. Par concaténation de spectres calculés sur un découpage du signal en fonction du temps (point de vue temporel).
2. Par concaténation de signaux filtrés. Cette méthode consiste à déterminer le spectrogramme en calculant, pour différentes fréquences, le signal temporel filtré (point de vue fréquentiel). Cette méthode permet d'extraire le déplacement absolu en fonction de la fréquence, contrairement à la première qui ne fournit qu'une amplitude spectrale.

Les adresses suivantes traitent du spectrogramme :

<http://www.mathworks.fr/fr/help/signal/ug/spectral>

<http://www.mathworks.fr/fr/help/signal/ref/spectrogram.html>

http://fr.wikipedia.org/wiki/Transformée_de_Fourier_à_court_terme

<http://en.wikipedia.org/wiki/Spectrogram>

TimeFrequency

Appel de la fonction : ***TimeFrequency(VAM,tau,T,NFFT,wFFT,ti,tf,f1,f2)***

Ce programme considère le spectrogramme du point de vue temporel avec le calcul de spectres. Le programme développé découpe le signal temporel à analyser selon N fenêtre de taille temporelle Δt fixée, centrée selon N instants séparés par la période fixe T . Ce découpage correspond à une matrice de N colonnes sur laquelle le programme FFT est appliqué. Cette technique évite bien des boucles *for* et permet d'optimiser le temps de calcul.

Les deux nouveaux paramètres sont τ et T qui correspondent respectivement au décalage temporel entre fenêtres et à la taille temporelle de la fenêtre de calcul.

```

1  def TimeFrequency(VA_M,tau,T,NFFT,w_FFT,ti,tf,f1,f2):
2      ## Calcul du nombre de point dans la fenetre T
3      fe=int(np rint(1/(VA_M[1,0]-VA_M[0,0])))
4      NT=np rint(T*fe+1)
5      Ntau=np rint(tau*fe+1)
6
7      ## Recherche des indices iti et itf et troncature de VAM
8      i_ti=np.nonzero(VA_M[:,0]<=ti)[0][-1]
9      i_tf=np.nonzero(VA_M[:,0]<=tf)[0][-1]
10
11     M=VA_M[i_ti:i_tf+1,:]
12
13     ## Mise en place de la matrice pour le calcul du spectre glissant
14     N=int((M.shape[0]-NT)/Ntau)+1
15
16     ## Decoupage matrice
17     timefreqM=np.zeros((NT,N))
18     for i in range(N):
19         timefreqM[:,i]=M[0+i*Ntau:NT+i*Ntau,1]
20
21     ## Vecteur temps
22     t=M[0:NT,0].reshape(-1,1)
23
24     ## Matrice donnees
25     VA_M=np.concatenate((t,timefreqM),axis=1)
26
27     ## Calcul du spectre glissant
28     return Spectre(VA_M,t[0],t[-1],f1,f2,NFFT,w_FFT)[:,-1:]
29     # Il est inutile de garder le vecteur frequency

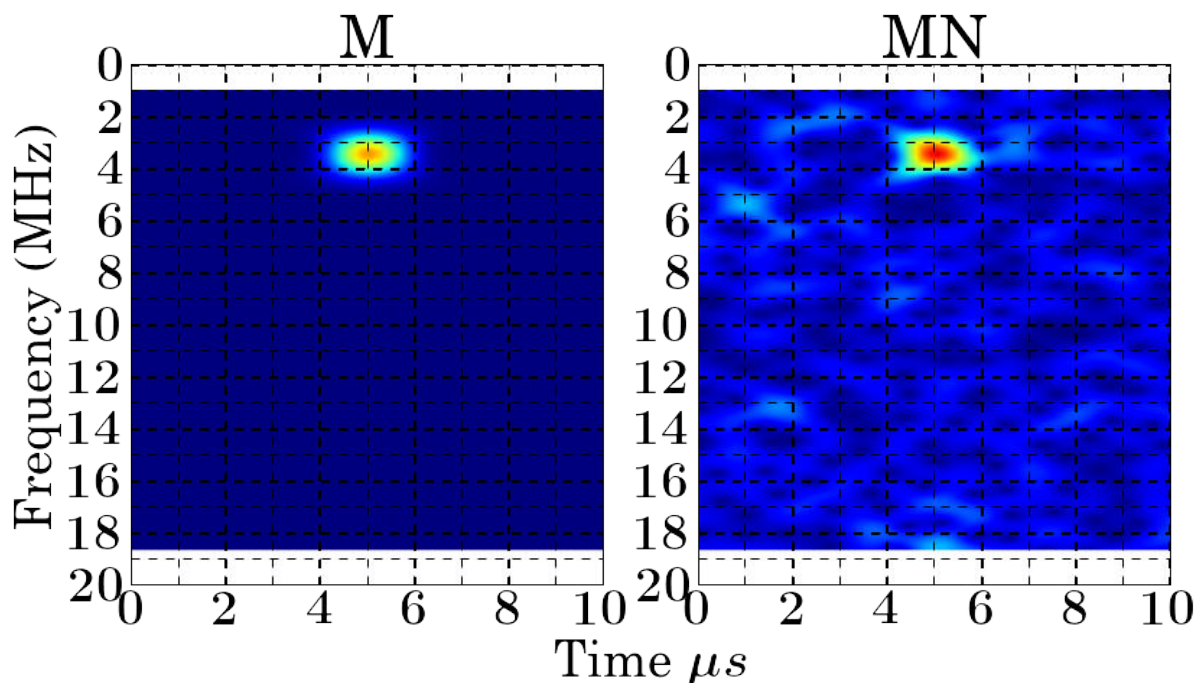
```


Application

```

1  NFFT=1
2  w_FFT='han'
3  ti=0e-6
4  tf=20e-6
5  f1=0
6  f2=20e6
7
8  T=2e-6
9  tau=0.01*1e-6
10
11 TimefreqM=TimeFrequency(M[:,0:2],tau,T,NFFT,w_FFT,ti,tf,f1,f2)
12 TimefreqMN=TimeFrequency(MN[:,0:2],tau,T,NFFT,w_FFT,ti,tf,f1,f2)
13
14 # extent : choix du temps au centre de la fenetre glissante = T/2 !
15 fmin=(f1-(f2-f1)/(2*(TimefreqM.shape[0]-1)))*1e-6
16 fmax=(f2+(f2-f1)/(2*(TimefreqM.shape[0]-1)))*1e-6
17 tmin=(ti + T/2 -tau/2)*1e6
18 tmax=(ti + T/2 + tau*(TimefreqM.shape[1]-1+1./2))*1e6
19 extent=[fmin,fmax,tmax,tmin]

```



On identifie parfaitement le signal *MN* parmi le bruit. L'amplitude et l'aspect du paquet sont affectés par T . La résolution est fixée par τ . Le niveau de saturation est fixé à 1. Ce niveau correspond à une amplitude spectrale, sans relation avec l'amplitude réelle du paquet. Pour obtenir l'amplitude absolue, on pourra utiliser *TimefrequencyA*.

TimeFrequencyA

Appel de la fonction :

TimeFrequencyA(VAM,Vf,deltaf,ti,tf,NFFT,wFFT,wPassBand)

Ce programme adopte le point de vue fréquentiel pour le calcul du spectrogramme. Il s'agit de calculer pour différentes fréquences centrales et largeurs à mi-hauteur, le signal temporel filtré. Le spectrogramme est alors obtenu par concaténation de l'ensemble des

valeurs absolues des signaux filtrés. Cette technique présente le double avantage d'extraire l'amplitude absolue du déplacement et la phase en fonction de la fréquence, ce que ne fournit pas le programme *TimeFreq*.

Cette fonction fait intervenir deux nouveaux paramètres, V_f et delta_f . V_f est un vecteur contenant les fréquences centrales pour le calcul du filtrage. delta_f est un vecteur de même dimension que V_f , contenant les bornes du filtrage.

```

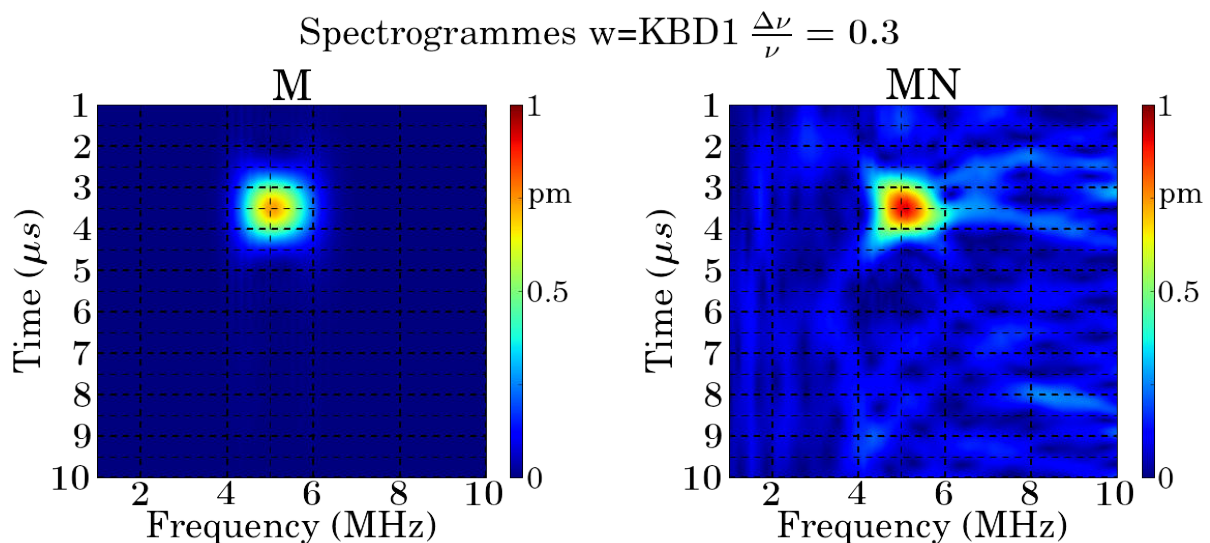
1  def TimeFrequencyA(VA_M,V_f,delta_f,ti,tf,NFFT,w_FFT,w_PassBand):
2      # Vecteur temps
3      i_t1=np.where(VA_M[:,0]<=ti)[0][-1]
4      i_t2=np.where(VA_M[:,0:1]<=tf)[0][-1] + 1
5
6      t=VA_M[i_t1:i_t2,0:1]
7      # Calcul des amplitudes avec V_f
8      n=t.shape[0]
9      m=V_f.shape[0]
10     M=np.zeros((n,m),dtype=complex) #M est complexe pour garder toute l'info
11     # et pouvoir par exemple extraire l'enveloppe du signal avec np.abs(M)
12
13     for i in range(m):
14         f1=V_f[i]-delta_f[i]/2.
15         f2=V_f[i]+delta_f[i]/2.
16         M[:,i]=PassBand(VA_M,ti,tf,NFFT,w_FFT,f1,f2,w_PassBand)[:,1]
17     return M

```

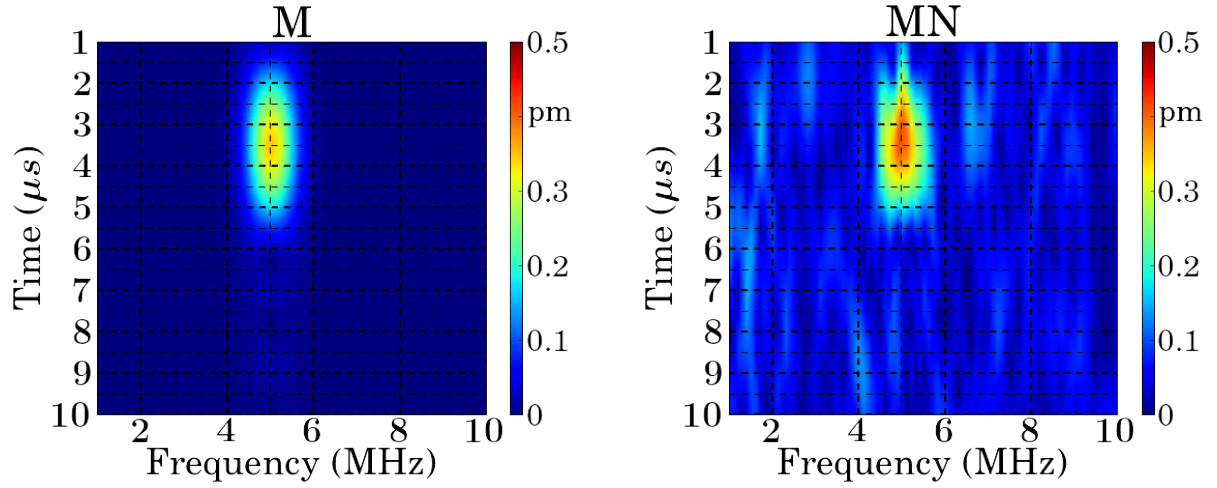
Application

Il est possible de fixer deux paramètres pour le calcul de *TimefrequencyA* :

1. le ratio $\frac{\Delta\nu}{\nu}$ est fixé constant avec la fréquence. Ceci permet de comparer les amplitudes entre elles pour différentes fréquences.
2. $\Delta\nu$ est pris constant, ce qui permet une exploration plus large bande du signal que le premier paramètre.



Spectrogrammes w=KBD1 $\Delta\nu = 0.5MHz$



L'amplitude du paquet est directement reliée à la largeur à mi-hauteur de la fenêtre de filtrage. Ici, on a choisit $0.5MHz$, ce qui avec $KBD1$ correspond à une largeur de l'ordre de $0.25MHz$, alors que le signal théorique possède une largeur à mi-hauteur de $1MHz$. L'amplitude mesurée est plus petite que 1 (~ 2 fois).

En combinant l'utilisation des deux techniques de calcul du spectrogramme, on peut estimer la largeur à mi-hauteur du signal grâce à *Timefrequency*, puis utiliser *TimefrequencyA* avec de bons paramètres permettant de mesurer l'amplitude absolue autour de la fréquence souhaitée.

Bibliographie

- [1] C. Kittel. *Introduction to Solid State Physics*. John Wiley and Sons, Inc., 8th edition, 2005.
- [2] Nobelprize.org. Felix bloch - facts, Nobel Media AB 201. http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/physics/laureates/1952/bloch-facts.html.
- [3] Michel Guymont. *Structure de la matière - atomes, liaisons chimiques et cristallo-graphie*. Belin, 2003.
- [4] L. Brillouin and M. Parodi. *Propagation des ondes dans les milieux périodiques*. Masson Dunod.
- [5] S. John. Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices. *Physical Review Letter*, 1987.
- [6] S. Noda, K. Tomoda, N. Yamamoto, and Chutinan. A full three-dimensional photonic bandgap crystals at near-infrared wavelengths. *Science*, 289 :604–606, 2000.
- [7] R. Hotz and R. Siems. Acoustic phonon propagation in superlattices : Group velocities and angular dependence of stop bands. *Elsevier*, 6(2) :139–147, 1989.
- [8] S. Tamura, D.C. Hurley, and J.P. Wolfe. Acoustic-phonon propagation in superlattices. *Physical Review B*, 38, 1988.
- [9] Zhengyou Liu, C.T. Chan, A.L. Goertzen, J.H. Page, and Ping Sheng. Elastic wave scattering by periodic structures of spherical objects : Theory and experiment. *Physical Review B*, 62(4), July 2000.
- [10] J.O. Vasseur, P.A. Deymier, B. Chenni, B. Djafari-Rouhani, L. Dobrzynski, and D. Prevost. Experimental and theoretical evidence for the existence of absolute acoustic band gaps in two-dimensional solid phononic crystals. *Physical Review Letter*, 86(14), 2001.
- [11] M. Eichenfield, J. Chan, R.M. Camacho, K.J. Vahala, and O. Painter. Optomechanical crystals. *Nature*, 462, November 2009.
- [12] B. Bonello, L. Belliard, J. Pierre, J.O. Vasseur, B. Perrin, and O. Boyko. Negative refraction of surface acoustic waves in the subgigahertz range. *Physical Review B*, 82, 2010.
- [13] J. Christensen and F. Javier Garcia de Abajo. Anisotropic metamaterials for full control of acoustic waves. *Physical Review Letter*, 108(124301), 2012.
- [14] Z. Liang and J. Li. Extreme acoustic metamaterial by coiling up space. *Physical Review Letter*, 108(114301), 2012.

- [15] T.G. Mackay and A. Lakhtakia. Negative refraction, negative phase velocity, and counterposition in bianisotropic materials and metamaterials. *Physical Review B*, 79(23512), June 2009.
- [16] Tsung-Tsong Wu, Yan-Ting Chen, Jia-Hong Sun, Sz-Chin Steven Lin, and Tony Jun Huang. Focusing of the lowest antisymmetric lamb wave in a gradient-index phononic crystal plate. *Appl. Phys. Lett*, 98 :171911, 2011.
- [17] M. Farhat, S. Guenneau, S. Enoch, A.B. Movchan, and G.G. Petursson. Focussing bending waves via negative refraction in perforated thin plates. *Applied Physics Letters*, 96, 2010.
- [18] J. Zhao, R. Marchal, B. Bonello, and O. Boyko. Efficient focalization of antisymmetric lamb waves in gradient-index phononic crystal plates. *Appl. Phys. Lett*, 101 :261905, 2012.
- [19] S.C.S. Lin, B.R. Tittmann, and T.J. Huang. Design of acoustic beam aperture modifier using gradient-index phononic crystals. *Journal of applied physics*, 111, 2012.
- [20] Xinhua Hu, C.T. Chan, and Jian Zi. Two-dimensional sonic crystals with helmholtz resonators. *Phys. Rev. E*, 71 :055601, May 2005.
- [21] Zhaojian He, Han Jia, Chunyin Qiu, Shasha Peng, Xuefei Mei, Feiyan Cai, Pai Peng, Manzhu Ke, and Zhengyou Liu. Acoustic transmission enhancement through a periodically structured stiff plate without any opening. *Physical Review Letter*, 105 :074301, 2010.
- [22] H. Liu and P. Lalanne. Comprehensive microscopic model of the extraordinary optical transmission. *J. Opt. Soc. Am*, 27(12), 2010.
- [23] A. Climente, D. Torrent, and J. Sánchez-Dehesa. Omnidirectional broadband acoustic absorber based on metamaterials. *Applied physics letters*, 100, 2012.
- [24] JIANG Heng, ZHANG Mi-Lin, WANG Yu-Ren, HU Yan-Ping, LAN Ding, and WEI Bing-Chen. A wide band strong acoustic absorption in a locally network anechoic coating. *CHIN. PHYS. LETT*, 26(10), 2009.
- [25] A. Climente, D. Torrent, and José Sanchez-Dehesa. Omnidirectional broadband acoustic absorber based on metamaterials. *Applied Physics Letters*, 100 :144103, 2012.
- [26] Z. Liu, C.T. Chan, and Ping Sheng. Analytic model of phononic crystals with local resonances. *Physical Review B*, 71, 2005.
- [27] Matthew D. Guild, Michael R. Haberman, and Andrea Alù. Plasmonic cloaking and scattering cancelation for electromagnetic and acoustic waves. *Wave Motion*, 48 :462–482, 2011.
- [28] Kivshar YS. Zheludev NI. From metamaterials to metadevices. *Nature Mater*, 11(917), 2012.
- [29] S.A. Cummer and D. Schurig. One path to acoustic cloaking. *New Journal of Physics*, 9(45), November 2007.
- [30] V.G. Veselago. The electrodynamics of substances with simultaneously negative values of ϵ and μ . *Soviet Physics Uspekhi*, 10 :509, 1968.

- [31] J.B. Pendry, A.J. Holden, W.J. Stewart, and I. Youngs. Extremely low frequency plasmons in metallic mesostructures. *Physical Review Letter*, 76 :4773–4776, 1996.
- [32] J.B. Pendry, A.J. Holden, D.J. Robbins, and et al. Magnetism from conductors and enhanced nonlinear phenomena. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, 47 :2075–2084, 1999.
- [33] D.R. Smith, W.J. Padilla, D.C. Vier, S.C. Nemat-Nasser, and S. Schultz. Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity. *Physical Review Letter*, 84(18), May 2000.
- [34] J.B. Pendry. Negative refraction makes a perfect lens. *Physical Review Letter*, 85 :3966–3969, 2000.
- [35] M. Dubois, M. Farhat, E. Bossy, S. Enoch, S. Guenneau, and P. Sebbah. Flat lens for pulse focusing of elastic waves in thin plates. *Applied Physics Letters*, 103, 2013.
- [36] Pendry JB, Schurig D, and Smith DR. Controlling electromagnetic fields. *Science*, 312(ISSN :0036-8075) :1780–1782, 2006.
- [37] Stewart D. Jenkins and Janne Ruostekoski. Theoretical formalism for collective electromagnetic response of discrete metamaterial systems. *arXiv :1206.0204*, 2012.
- [38] D.Schurig, J.J Mock, B.J. Justice, S.A. Cummer, J.B. Pendry, A.F. Starr, and D.R. Smith. Metamaterial electromagnetic cloak at microwave frequencies. *Science*, 314 :977–980, 2006.
- [39] Z. Liu, X. Zhang, Y. Mao, Y.Y. Zhu, Z. Yang, C.T. Chan, and Ping Sheng. Locally resonant sonic materials. *Science*, pages 1734–1736, 2000.
- [40] T. Still, M. Oudich, G.K. Auerhammer, D. Vlassopoulos, B. Djafari-Rouhani, G. Fytas, and Ping Sheng. Soft silicone rubber in phononic structures : Correct elastic moduli. *Physical Review B*, 88, 2013.
- [41] Jensen Li and C.T. Chan. Double-negative acoustic metamaterial. *Physical Review E*, 70, November 2004.
- [42] Yiqun Ding, Zhengyou Liu, Chunyin Qiu, and Jing Shi. Metamaterial with simultaneously negative bulk modulus and mass density. *Physical Review Letter*, 99, August 2007.
- [43] Min Yang, Guancong Ma, Zhiyu Yang, and Ping Sheng. Coupled membranes with doubly negative mass density and bulk modulus. *Physical Review Letter*, 110(134301), March 2013.
- [44] Ying Wu, Yun Lai, and Zhao-Qing Zhang. Elastic metamaterials with simultaneously negative effective shear modulus and mass density. *arXiv :1102.4679*, 2011.
- [45] N. Fang, D. Xi, J. Xu, M. Ambati, W. Srituravanich, C. Sun, and X. Zhang. Ultrasonic metamaterials with negative modulus. *Nature*, 5, 2006.
- [46] X.N. Liu, G.K. Hu, G.L. Huang, and C.T. Sun. An elastic metamaterial with simultaneously negative mass density and bulk modulus. *Applied Physics Letters*, 98, 2011.
- [47] O. Richoux, V. Tournat, and T. Le Van Suu. Acoustic wave dispersion in a one-dimensional lattice of nonlinear resonant scatterers. *Physical Review E*, 75, 2007.

- [48] V. Romero-Garcia, Lagarrigue, J.P. Groby, O. Richoux, and V. Tournat. Tunable acoustic waveguides in periodic arrays made of rigid square-rod scatterers : theory and experimental realization. *Journal of Physics D*, 46, 2013.
- [49] C. Lagarrigue, J. P. Groby, and V. Tournat. Sustainable sonic crystal made of resonating bamboo rods. *J. Acoust. Soc. Am.*, 133, January 2013.
- [50] J.Wen, H. Zhao, L. Lv, B. Yuan, G.Wang G, and X. Wen. Effects of locally resonant modes on underwater sound absorption in viscoelastic materials. *J Acoust Soc Am*, 130, 2011.
- [51] Z. Yang, Jun Mei, Min Yang, N. H. Chan, and Ping Sheng. Membrane-type acoustic metamaterial with negative dynamic mass. *Physical Review Letter*, 101, 2008.
- [52] S.H. Lee, C.M. Park, Y.M Seo, Z.G. Wang, and C.K. Kim. Acoustic metamaterial with negative density. *Physics Letters A*, 373(48) :4464–4469, December 2009.
- [53] T. Brunet, S. Raffy, B. Mascaro, J. Leng, R. Wunenburger, O. Mondain-Monval, O. Poncelet, and C. Aristégui. Sharp acoustic multipolar-resonances in highly monodisperse emulsions. *Applied Physics Letters*, 101(1), 2012.
- [54] Ping Sheng. *Introduction to wave scattering, localization and mesoscopic phenomena*. Academic Press, Inc., 1995.
- [55] R.P. Moiseyenko, Y. Pennec, R. Marchal, B. Bonello, and B. Djafari-Rouhani. Broadband attenuation of lamb waves through a periodic array of thin rectangular junctions. 2014.
- [56] Tomas Grahn. Lamb wave scattering from a circular partly through-thickness hole in a plate. *Elsevier Wave Motion*, 37 :63–80, 2003.
- [57] U. Fano. Effects of configuration interaction on intensities and phase shifts. *Phys. Rev.*, (124) :1866–1878, December 1961.
- [58] J.O. Vasseur, P.A. Deymier, B. Djafari-Rouhani, Y. Pennec, and A.C. Hladky-Hennion. Absolute forbidden bands and waveguiding in two-dimensional phononic crystal plates. *Physical Review B*, 77, 2008.
- [59] Y. Pennec, B. Djafari-Rouhani, H. Larabi, J.O. Vasseur, and A.C. Hladky-Hennion. Low-frequency gaps in a phononic crystal constituted of cylindrical dots deposited on a thin homogeneous plate. *Physical Review B*, 78, 2008.
- [60] Abdelkrim Khelif, Younes Achaoui, Sarah Benchabane, Vincent Laude, and Boujamaa Aoubiza. Locally resonant surface acoustic wave band gaps in a two-dimensional phononic crystal of pillars on a surface. *Physical Review B*, 81 :1–7, 2010.
- [61] Y. Achaoui, A. Khelif, S. Benchabane, L. Robert, and V. Laude. Experimental observation of locally-resonant and bragg band gaps for surface guided waves in a phononic crystal of pillars. *Physical Review B*, 83, March 2011.
- [62] M. Oudich, Y. Li, B. M. Assouar, , and Z. Hou. A sonic band gap based on the locally resonant phononic plates with stubs. *New Journal of Physics*, 12, 2010.
- [63] H. Wegert, E.A. Mayer, L.M. Reindl, W. Ruile, and A.P. Mayer. Interaction of saws with resonating structures on the surface. *Ultrasonics Symposium (IUS), 2010 IEEE*, pages 185 – 188, October 2010.

- [64] E.A. Garova, A.A. Maradudin, and A.P. Mayer. Interaction of rayleigh waves with randomly distributed oscillators on the surface. *Physical Review B*, 59, May 1999.
- [65] L.D. Landau and E.M. Lifshitz. *Theory of elasticity*. Elsevier, BH, 1986.
- [66] R.H. Hackman and A.D. Pierce. *Underwater Scattering and Radiation*, volume XXII of *Physical Acoustics*. Academic press, INC. (London) LTD., 1993.
- [67] E. Centeno, D. Cassagne, and J.P. Albert. Mirage and superbending effect in two-dimensional graded photonic crystals. *Physical Review B*, 73, 2006.
- [68] H. Liu et al. Magnetic plasmon propagation along a chain of connected subwavelength resonators at infrared frequencies. *Physical Review Letter*, 97, 2006.
- [69] J. Mei, Z. Liu, W. Wen, and Ping Sheng. Effective dynamic mass density of composites. *Physical Review B*, 76, 2007.
- [70] Fabrice Lemoult, Nadège Kaina, Mathias Fink, and Geoffroy Lerosey. Wave propagation control at the deep subwavelength scale in metamaterials. *Nature Physics*, 9 :55–60, 2013.
- [71] M.L. Cowan, J.H. Page, and Ping Sheng. Ultrasonic wave transport in a system of disordered resonant scatterers : Propagating resonant modes and hybridization gaps. *Physical Review B*, 84, 2011.
- [72] R. Schittny, M. Kadic, S. Guenneau, and M. Wegener. Experiments on transformation thermodynamics : molding the flow of heat. *Physical Review Letter*, 110(19) :195901, 2013.
- [73] P.W. Anderson. The question of classical localization. *Philosophical Magazine*, 52, 1985.
- [74] D. Vollhardt P. Wölfle. Self-consistent theory of anderson localization : General formalism and applications. *arXiv.org*, 2010.
- [75] T. Schwartz, G. Bartal, S. Fishman, and M. Segev. Transport and anderson localization in disordered two-dimensional photonic lattices. *Nature*, 446 :52–55, 2007.
- [76] H. Hu, A. Strybulevych, J.H. Page, S.E. Skipetrov, and B.A. van Tiggelen. Localization of ultrasound in a three-dimensional elastic network. *Nature Physics*, 4 :945–948, 2008.
- [77] A. Cazé, R. Pierrat, and R. Carminati. Strong coupling to two-dimensional anderson localized modes. *arXiv :1302.6148*, 2013.
- [78] K. Kokkonen and M. Kaivola. Scanning heterodyne laser interferometer for phase-sensitive absolute-amplitude measurements of surface vibrations. *Applied Physics Letters*, 92, 208.
- [79] Zhenrong Wang. *Characterization of Programmable Phase Modulator with Polarization Quadrature Interferometer*. PhD thesis, UC Santa Cruz, September 2004.
- [80] D. Royer and E. Dieulesaint. Mesures optiques de déplacements d’amplitude 10^{-4} à 10^2 angström - application aux ondes élastiques. *Revue Phys. Appl.*, 24 :833–846, May 1989.
- [81] J.A. Rogers, M. Fuchs, M.J. Banet, J.B. Hanselman, R. Logan, and K. A. Nelson. Optical system for rapid materials characterization with the transient grating technique : Application to nondestructive evaluation of thin films used in microelectronics. *Applied Physics Letter*, 71, 1997.

- [82] C. Gazanhes, A. Calaora, and R. Condat. Mesure de rugosité par interférométrie acoustique et corrélation de speckles. *Rev. Phys. Appl.*, 15(10) :1553, 1980.
- [83] P. Vairac and B. Cretin. New structures for heterodyne interferometric probes using double-pass. *Optics Communications*, 132 :19–23, 1996.
- [84] C. B. Scruby and L. E. Drain. *Laser ultrasonics - Techniques and applications*. Adam Hilger, 1990.
- [85] A.A. Maznev, K.A. Nelson, and J.A. Rogers. Optical heterodyne detection of laser-induced gratings. *Optics Letters*, 15(16), August 1998.
- [86] T. Tachizaki, T. Muroya, and O. Matsuda. Scanning ultrafast sagnac interferometry for imaging two-dimensional surface wave propagation. *Review of scientific Instruments*, 77, 2006.
- [87] O. Casula and D. Royer. Visualisation des champs ultrasonores par interférométrie hétérodyne. *Journal de Physique IV*, 4 :1217–1220, mai 1994. Colloque C5, supplément au Journal de Physique III.
- [88] D.H. Hurley, R. Lewis, O.B. Wright, and O. Matsuda. Coherent control of gigahertz surface acoustic and bulk phonons using ultrafast optical pulses. *Applied Physics Letters*, 93, 2008.
- [89] W.C. O’Mara, R.B. Herring, and L.P. Hunt. *Handbook of semiconductor silicon technology*. Noyes Publications, 1990.
- [90] Max Born and Emil Wolf. *Principles of optics - Electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. 7th edition, 1980.
- [91] M.H. Sussman. Seven-component microscope objective, 1980. Google Patents, US Patent 4,231,637 <http://www.google.com/patents/US4231637>.
- [92] David T. Chuss, Edward J. Wollack, S. Harvey Moseley, and Giles Novak. Interferometric polarization control. *Applied Optics*, 45(21), 2006.
- [93] Richard Taillet. *Optique physique - propagation de la lumière*. 2006.
- [94] P. Hess. Surface acoustic waves in materials sciences. *Physics Today*, 2002.
- [95] A. Neubrand and P. Hess. Laser generation and detection of surface acoustic waves : Elastic properties of surface layers. *Journal of Applied Physics*, 71, 1992.
- [96] G. Busse, G.S. Cargill III, M. Robelo Da Silva, D.A. Hutchins, T. Kitamori, F. Lepoutre, F. Alan McDonald, T. Sawada, M.R. Schroeder, and G.C. Wetsel Jr. *Physical Acoustics - principles and methodes*, volume XVIII. Academic press, INC. (London) LTD., 1988.
- [97] I. Arias Vicente and J.D. Achenbach. Thermoelastic generation of ultrasound by line-focused laser irradiation. *International Journal of Solids and Structures*, 40(25) :6917–6935, December 2003.
- [98] J. L. Rose. *Ultrasonics waves in solid media*. Cambridge University Press, 2004.
- [99] E.A. Ash and E.G.S. Paige. *Rayleigh-Wave theory and application*. Springer series on Wave phenomena. Springer-Verlag, 1985.
- [100] Stéphane Laborde. *Acoustique picoseconde dans les multicouches métalliques*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2006.

- [101] Sharee J. McNab, Nikolaj Moll, and Yurii A. Vlasov. Ultra-low loss photonic integrated circuit with membrane-type photonic crystal waveguides. *Optics Express*, 11(22) :2927–2939, 2003.
- [102] M. Trigo, A. Bruchhausen, A. Fainstein, B. Jusserand, and V. Thierry-Mieg. Confinement of acoustical vibrations in a semiconductor planar phonon cavity. *Physical Review Letter*, 89(227402), 2002.
- [103] José Maria Escalante, Alejandro Martinez, and Vincent Laude. Design of single-mode waveguides for enhanced light-sound interaction in honeycomb-lattice silicon slabs. *Journal of Applied Physics*, 115(064302), 2014.
- [104] V. Laude, A. Khelif, S. Benchabane, M. Wilm, T. Sylvestre, B. Kibler, A. Mussot, J.M. Dudley, and H. Maillotte. Phononic band-gap guidance of acoustic modes in photonic crystal fibers. *Physical Review B*, 71(045107), January 2005.
- [105] Henri Jansen, Han Gardeniers, Meint de Boer, Miko Elwenspoek, and Jan Fluitman. A survey on the reactive ion etching of silicon in microtechnology. *J. Micromech. Microeng.*, 6 :14–28, 1996.
- [106] F. Laermer and A. Urban. Challenges, developments and applications of silicon deep reactive ion etching. *Microelectronic Engineering*, 67-68 :349–355, 2003.
- [107] J.D Joannopoulos, S.G. Johnson, J.N. Winn, and R.D. Meade. *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light*. Princeton Univ. Press, 2nd edition, 2008.
- [108] Comsol multiphysics. Inc., <http://www.comsol.com/>.
- [109] L. Knopoff and J. A. Hudson. Scattering of elastic waves by small inhomogeneities. *Acoustical Society of America*, 36(338), 1964. <http://dx.doi.org/10.1121/1.1918957>.
- [110] S.I. Rokhlin. Resonance phenomena of lamb waves scattering by a finite crack in a solid layer. *Acoustical Society of America*, 69(922), 1981.
- [111] V.V. Varadan. *Acoustic, electromagnetic, and elastic wave scattering - focus on the T-matrix approach*. Pergamon Press, 1980.
- [112] Alain Aspect, Claude Fabre, and Gilbert Grynberg. *Optique quantique 1 : Lasers*. Programme de cours de l'Ecole Polytechnique, 2006.
- [113] T. Defforgea, X. Songa, G. Gautiera, T. Tillocherc, R. Dussartc, S. Kouassia, and F. TranVand. Scallop removal on drier via using low concentrated alkaline solutions at low temperature. *Sensors and Actuators A - Physical*, 170 :114–120, November 2011.
- [114] William F. Stokey. *Shock and Vibration Handbook - Chapter 7 Vibration of systems having distributed mass and elasticity*. McGraw-Hill Book Company, 1961.
- [115] W.E. Tefft. Numerical solution of the frequency equations for the flexural vibration of cylindrical rods. *Journal of Research of the National Bureau of Standards - B. Mathematics and Mathematical Physics*, 64B(4) :237–250, October-December 1960.
- [116] Fabrice Lemoult. *Focalisation et contrôle des ondes en milieux complexes et locale-ment résonants*. PhD thesis, Université Paris Diderot - Institut Langevin, 2011.
- [117] Fernando Pérez and Brian E. Granger. IPython : a system for interactive scientific computing. *Computing in Science and Engineering*, 9(3) :21–29, May 2007.
- [118] P. Fleury and J.P. Mathieu. *Images Optiques*. Eyrolles, 1956.

Glossaire et acronymes

ablation Régime de génération des ondes élastiques caractérisé par un échauffement au dessus du point de fusion de l'échantillon. Ce processus est irréversible en s'accompagnant d'une destruction de l'échantillon. Régime siège de forces surfaciques, la contrainte est proportionnelle au carré de l'énergie déposé. 63

AFM Microscope à force atomique. La surface est cartographiée grâce à la mesure de la déflexion ou du changement de la fréquence de résonance d'un cantilever. 23

champ d'interférences On appelle *champ d'interférences* une zone de l'espace où au moins deux ondes cohérentes de même polarisation se superposent. C'est dans cette zone que sont observables les interférences. Avant de calculer l'intensité lumineuse dans cette zone, il est nécessaire de calculer le champ électrique total égale à la somme des champs électriques présents dans la zone (principe de superposition). 43

DRIE Acronyme de *Deep Reactive Ion Etching*. 92, 120

feedback Anglicisme pour qualifier l'ensemble des retours de lumière parasites dans la cavité laser, qui produisent souvent de nombreuses instabilités au niveau de l'émission (perte de stabilité en puissance, incohérence temporelle, ...) mais peut aussi parfois, au contraire, stabiliser la cavité dans un mécanisme dit *d'injection laser*. 21, 31

FFT Acronyme de *Fast Fourier Transform*. Il s'agit d'un algorithme de transformée de Fourier numérique développé par la société Bell et permettant de calculer très rapidement les fréquences d'un signal échantillonné. L'algorithme utilisé est celui de la bibliothèque libre *numpy* (voir <http://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/routines.fft.html>). 65

GS Acronyme de *Giga Samples* correspond à l'unité du taux d'échantillonnage des entrées de l'oscilloscope. 27

ISL Acronyme de *Interval Spectral Libre*. Il correspond à l'intervalle de fréquence entre deux modes successifs d'une cavité Fabry-Pérot. 24

KBD Acronyme de *Kaiser Bessel Derived*. Il s'agit d'une porte de filtrage (voir http://en.wikipedia.org/wiki/Kaiser_window ou l'annexe A. 65, 69, 70, 72, 74, 150, 154, 193

lame à retard Il s'agit de lame transparente à faces parallèles [118] taillée dans un cristal de quartz (ce n'est pas une généralité mais le cas dans notre montage). Le

quartz est un matériau uni-axe biréfringent. Il possède deux directions privilégiées orthogonales d'indice ordinaire (noté n_0) et extraordinaire (noté n_e), appelées lignes neutres ($\delta n = n_e - n_0 \approx 0.01$). La lame à retard est taillée parallèlement à ces axes neutres de façon à ce que la différence de marche entre les deux vibrations soit de $\delta = \frac{\lambda}{2}$ pour une lame demi-onde et $\delta = \frac{\lambda}{4}$ pour une lame quart d'onde. 32

MEB Acronyme de *Microscope électronique à balayage*. Il s'agit d'un microscope de caractérisation utilisé en salle blanche et faisant intervenir un faisceau d'électron (au lieu de la lumière) afin de résoudre des objets aussi petit que des virus ($\approx 100nm$). 17

OEMPPM Onde Electromagnétique Plane Progressive Monochromatique. 117

OPP Acronyme d'onde plane progressive. 66

OPPM Onde Plane Progressive Monochromatique. 66, 70, 72

PBS *Polarized Beam Splitter* est un cube séparateur de polarisation. Il possède la propriété de réfléchir la polarisation s et de transmettre la polarisation p avec un certain taux d'extinction $\frac{T_p}{T_s} > 1000 : 1$. Il fonctionne pour un certain domaine de longueur d'onde, typiquement de $420nm$ à $680nm$ pour les cubes de notre montage. 21

Périscope Formé d'un poteau métallique et de deux miroirs à 45° , le périscope permet de manipuler avec précision un faisceau laser dans l'espace, voir http://www.thorlabs.de/newgrouppage9.cfm?objectgroup_id=883. 21

PML Acronyme de *Perfectly Matched Layer* correspond à une couche absorbante artificielle pour les ondes utilisée en simulation numérique pour éviter les réflexions (simulation d'un milieu infini). 89, 115, 124

polariseur Fabriqué à l'aide de polaroïde ou de réseau métallique, le polariseur absorbe le champ électrique polarisé rectilignement parallèlement à la direction de déplacement des électrons libre du milieu. Il permet ainsi de polariser rectilignement un rayonnement dépolarisé ou d'analyser la polarisation d'une onde polarisée. 29, 30

PZT *Titano-Zirconate de Plomb* est une céramique piézoélectrique utilisée comme actionneur pour l'asservissement du montage Michelson. 21, 35, 50

sagittal Associé à la propagation d'une onde de surface, le plan sagittal est le plan normal à la surface contenant le vecteur d'onde. 40

semiconducteur Matériau entre l'isolant et le métal, il possède une certaine densité de porteur de charge assurant la conduction ou non suivant la tension appliquée à ces bornes. Il trouve toute son application dans les transistors (jonction PN). 27

SNR Acronyme de *Signal Noise Ratio* correspond au rapport signal sur bruit défini par l'amplitude du signal sur le bruit sur la bande de fréquence $\Delta\nu$ considérée. 55

SRR « Split ring resonator » est une cellule élémentaire à la base du métamatériau de J. Pendry. 5, 6

TF Acronyme pour *Transformée de Fourier*. 65, 77, 79

TF^{-1} Acronyme pour *Transformée de Fourier inverse*. 65

thermoélastique Régime de génération des ondes élastiques caractérisé par un échauffement en dessous du point de fusion de l'échantillon, une réversibilité du processus, et un profile de contrainte proportionnelle à l'énergie optique. 62

Verdi Laser continu solide à pompage à diode émettant dans le vert et commercialisé par la société Coherent. 35, 59, 80